

**TU Braunschweig – Niedersächsisches
Forschungszentrum für Luftfahrt**

Berichte aus der Luft- und Raumfahrttechnik

Forschungsbericht 2019-21

Praktische Erwägungen zu Multi-Sensor-Navigationssystemen

Dr. Ulf Bestmann

**TU Braunschweig
Institut für Flugführung**

Diese Arbeit erscheint gleichzeitig als von der Fakultät für Maschinenbau der Technischen Universität Carolo-Wilhelmina zu Braunschweig zur Erlangung der *venia legendi* und der Privatdozentur genehmigte Habilitationsschrift.

Die Deutsche Bibliothek - CIP Einheitsaufnahme

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.de> abrufbar.

Dr. Ulf Bestmann

Praktische Erwägungen zu Multi-Sensor-Navigationssystemen

©2019

ISBN 978-3-947623-27-3

als Manuskript gedruckt

Diese Arbeit erscheint gleichzeitig als von der Fakultät für Maschinenbau der Technischen Universität Carolo-Wilhelmina zu Braunschweig zur Erlangung der *venia legendi* und der Privatdozentur genehmigte Habilitationsschrift.

Herausgeber der NFL Forschungsberichte:

TU Braunschweig – Niedersächsisches Forschungszentrum für Luftfahrt

Hermann-Blenk-Straße 42 • 38108 Braunschweig

Tel: 0531-391-9821

Mail: nfl@tu-braunschweig.de

Internet: www.tu-braunschweig.de/nfl

Copyright Titelbild: Bollmann-Bildkarten-Verlag, Braunschweig,
Ausschnitt aus Bildstadtplan Nr. 367 - Braunschweig 2016

Praktische Erwägungen zu Multi- Sensor- Navigationssystemen

Von der Fakultät für Maschinenbau
der Technischen Universität Carolo-Wilhelmina zu Braunschweig

von Dr.-Ing. Ulf Bestmann
aus Eckernförde

angenommene Habilitationsschrift
zur Erlangung der *venia legendi*
für das Lehrgebiet
Navigation

Braunschweig
09.12.2019

Inhaltsverzeichnis

1. Einführung	9
2. Anforderungen an Navigationssysteme	13
2.1. Grundlagen der Anforderungen an Navigationssysteme	13
2.2. Genauigkeit und Präzision	15
2.3. Integrität	17
2.4. Verfügbarkeit	20
2.5. Kontinuität	21
2.6. Vehikel, Umgebung und andere Anforderungen	21
3. Verarbeitung von Globalen Navigations-Satelliten-System-Informationen	25
3.1. Prozessierungsreihenfolge	25
3.2. GNSS-Messungen	26
3.2.1. Antenne und Installation	26
3.2.2. Empfängertechnologien	29
3.2.3. GNSS-Beobachtungen	36
3.2.4. Modellierung der (Mess-)Unsicherheiten	38
3.3. Vorverarbeitung der Messungen	39
3.3.1. Berechnung der Satelliteninformationen	39
3.3.2. Grundlegende Korrektur von iono- und troposphärischen Fehlern	45
3.3.3. Weitere Fehlereinflüsse in GNSS-Signalen	50
3.3.4. Prüfungen auf Signalebene	52
3.3.5. Ergänzungssysteme und Korrekturdaten	54
3.3.6. Empfängeruhr, Empfangszeitpunkt und Extrapolation	62
3.3.7. Glättung	63
3.4. Positionierung	66
3.4.1. Grundlegende Positionierung	66
3.4.2. Geschwindigkeitsberechnung	71
3.4.3. Positionierung mit Doppeldifferenzen	72
3.4.4. Positionierung mit der Phasenmessung	74
3.4.5. Autonomes Integritäts-Monitoring	78
3.4.6. Geometrische Einflüsse auf die Genauigkeit	80
3.5. Positionierungs-Nachbearbeitung	82
3.5.1. Bereitstellung der Ergebnisse	82
3.5.2. Plausibilitätstests	83

4. Verarbeitung von inertialen Messdaten	85
4.1. Prozessierungsreihenfolge	85
4.2. IMU-Messungen	86
4.2.1. Messbereich	86
4.2.2. Inkrement- und Raten-Messungen	87
4.2.3. Sensoreigenschaften	88
4.2.4. Drehratensensoren	89
4.2.5. Beschleunigungsmesser	91
4.2.6. Installation	92
4.3. Vorverarbeitung der Messungen	94
4.3.1. Decodierung, Status-Prüfung und Zeitstempelung	94
4.3.2. Kalibrierung	96
4.3.3. Einbaufehlerkorrektur	98
4.3.4. Konsistenzprüfungen	99
4.3.5. Zeit- und Taktanpassung	100
4.4. Erdanziehung und Erdrotation	101
4.5. Alignment	102
4.5.1. Transfer-Alignment	102
4.5.2. Statisches-Alignment	103
4.5.3. Dynamisches Alignment	105
4.6. Strapdown-Rechnung	106
4.6.1. Mechanisierung	106
4.6.2. Coning und Sculling	108
4.7. AHRS-Rechnung	110
5. Kopplung von inertialen Messdaten	113
5.1. Prozessierungsreihenfolge	113
5.2. Kopplungsstrategien	120
5.2.1. Unterschiede zwischen Voll- und Fehlerzustandsfilter	120
5.2.2. Filterzustände	122
5.2.3. Kopplungstiefe	124
5.2.4. Filterbänke	126
5.3. Stützgrößen	129
5.3.1. Stützung mit Positionen	129
5.3.2. Stützung mit Geschwindigkeiten	130
5.3.3. Stützung mit GNSS-Messungen	131
5.3.4. Stützung mit „Zero Velocity Update“	135
5.3.5. Stützung mit Luftdaten	137
5.3.6. Stützung mit Radsensoren	138
5.3.7. Stützung mit Magnetfeldmessungen	139
5.3.8. Stützung mit Umfeldsensoren	140
5.3.9. Stützung mit anderen Sensoren	141

5.4. Zeitverzögerte Verarbeitung für den Echtzeit-Einsatz	141
5.4.1. Berechnung des aktuellsten Zustandsvektors	142
5.4.2. Sprungfreier Zustandsvektor	143
5.4.3. Nutzung von quasi zukünftigen Informationen	144
5.5. Zustandsvektor-Nachbearbeitung	144
5.5.1. Transformation der Ergebnisse	145
5.5.2. Plausibilitätstests	146
5.5.3. Sicherheitsniveaus	147
5.5.4. Leistungsindikatoren	148
5.5.5. Bereitstellung der Ergebnisse	149
6. Beispiele für integrierte Navigationssysteme	151
6.1. Kommerzielle Luftfahrt	151
6.2. Kunstflug	156
6.3. Flugerprobung	159
6.4. Unbemannte und ferngelenkte Flugsysteme	162
6.5. Hochautomatisiertes Fahren	166
6.6. Motorsport	170
6.7. In-Eis-Navigation	173
7. Zusammenfassung	177
8. Literatur	179
A. Koordinatensysteme	197
A.1. Das körperfeste Koordinatensystem	198
A.2. Das erdfeste Koordinatensystem	198
A.3. Das Navigationskoordinatensystem	198
A.4. Das inertielle Koordinatensystem	198
B. Rotationen und Lagewinkel	201
B.1. Euler-Winkel	201
B.2. Rotationsmatrizen	202
B.3. Quarternionen	203
C. IMU-Sensormodelle	205
C.1. Skalenfaktoren und Achsenfehlausrichtung	205
C.2. Beschleunigungssensoren Displacement	205
D. Fehlerverhalten von inertialen Messeinheiten	207
D.1. Einachsiges Fehlerverhalten	207
D.1.1. Fehlerverhalten im Nordrichtung	207
D.1.2. Verhalten in Ostrichtung	212
D.1.3. Verhalten in Vertikalrichtung	212
D.2. Fehlerverhalten von dreiachsigen Trägheitsplattformen	213

E. Analytisches Alignment	215
F. Strapdown-Rechnung	217
F.1. Die Geschwindigkeitsdifferentialgleichung	217
F.2. Elemente der Strapdown-Rechnung im Navigationskoordinatensystem	218
G. Fehlerzustandsmodell	221
G.1. Ableitung des Fehlerzustandsmodells	221
G.2. Derivate des Fehlerzustandsmodells	222
H. Prozessunsicherheit im Fehlerzustandsmodell	229
Symbolverzeichnis	231
Abkürzungen	237

1 Einführung

Navigation ist eine Schlüsseltechnologie für viele bestehende professionelle Anwendungen, wie die Führung von Flugzeugen und Schiffen, sowie vielfältige neue Anwendungen wie hochautomatisiertes Fahren, Stabilisierung und Führung von unbemannten Luftfahrzeugen (UAS) oder erweiterte Realität (Augmented Reality). Inertiale Navigations Systeme (INS) und Globale Navigations Satelliten Systeme (GNSS), in Kombination mit weiteren Sensoren, sind heutzutage das Rückgrat für viele dieser Anwendungen [1].

Es existieren unzählige Publikationen über Algorithmen zur Verarbeitung und Fusion dieser Navigationssensoren unter Gesichtspunkten wie Genauigkeit, Anwendung oder Rechenleistung. Dieses Buch versucht, unabhängig von spezialisierten Algorithmen für bestimmte Anwendungen, Fragen des zugrundeliegenden Messsystems, der Verarbeitung von Navigations-Sensordaten und architektonische Überlegungen zum Design des Navigationssystems gut verständlich zu beschreiben. Die behandelten Fragestellungen werden anhand geeigneter Algorithmen erläutert und ggf. auf weitere Literatur zu speziellen Fragestellungen und Lösungen verwiesen.

Die Basis für jede Form der strukturierten Entwicklung ist die Analyse der Anforderungen der jeweiligen Anwendung. Kapitel 2 behandelt deshalb die wichtigsten Faktoren, die bei der Anforderungsanalyse von Navigationssystemen beachtet werden sollten. Es ist wahrscheinlich, dass, wenn dieser wichtige Schritt nicht mit der nötigen Sorgfalt ausgeführt wird, das entwickelte System überdimensioniert oder unzulänglich ist. Um dies zu vermeiden, sollten die Anforderungen und der daraus resultierende Aufbau auf die geplanten Funktionalitäten, unter den Gesichtspunkten der wichtigsten Anforderungsparameter wie Genauigkeit, Integrität, Verfügbarkeit und Kontinuität, sowie anwendungsspezifische Anforderungen abgestimmt sein.

Zur Bewertung der Anforderungen und Technologien ist ein tiefes Verständnis der eingesetzten Navigationssensoren wie inertialen Messeinheiten (IMU) und GNSS-Empfängern und ihrer Eigenschaften notwendig. In Kapitel 3 wird detailliert auf die Arbeitsweise und Verarbeitung von GNSS und in Kapitel 4 auf die Eigenschaften und Verarbeitung von inertialen Messdaten eingegangen. Dabei wird Wert darauf gelegt alle wichtigen Schritte in der jeweiligen Verarbeitungskette, deren Abhängigkeiten und Funktion zu erläutern. Diese Darstellung fördert das Verständnis der Zusammenhänge und bietet die Möglichkeit eine in vielen Anwendungen erprobte und variierte Architektur kennenzulernen. Einzelnen Elemente können leicht variiert und durch andere Algorithmen ersetzt oder ergänzt werden. Ebenso werden eigene Ansätze und seltener dargestellte aber für eine effizient funktionierende System nötige Zusammenhänge, wie z.B. die Zeit- und Taktanpassung, Rohdatentests oder Leistungsindikatoren, erläutert.

Kapitel 5 beginnt mit einer allgemeinen Darstellung der verschiedenen Möglichkeiten der Fusion von Navigationsdaten und legt einen Schwerpunkt auf den Umgang mit Daten verschiedener Frequenz und Latenz. Speziell zu letztgenanntem Thema werden eigene Gedanken und Ansätze zur Behandlung der Daten und deren Verarbeitung vorgestellt, die helfen die Daten optimal zu fusionieren. Die Kopplung der IMU-Daten zusammen mit GNSS und weiteren für die Navigation

typischen Sensoren, wie Radsensoren, Magnetfeldsensoren und Umfeldsensoren, wird zum Abschluss in Kapitel 5 für einen vorher eingeführten Fehlerzustandsfilter exemplarisch beschrieben. Das vollständige Model des eigens entwickelten Filters und dessen Herleitung werden in Anhang G beschrieben und können als Grundlage für eigene Implementationen dienen. Weitere Quellen und Verweise auf unterschiedliche Filter und Filteransätze werden an geeigneter Stelle gegeben, so dass sich die beschriebenen Algorithmen und Zusammenhänge leicht variieren oder andere für die jeweilige Anwendung geeignete Architekturen auswählen lassen.

Zum Abschluss werden in Kapitel 6 Beispiele für exemplarisch ausgewählte Systeme aus unterschiedlichen gängigen und exotischeren Anwendungsbereichen gegeben. Dazu werden zuerst für jede Anwendung die Anforderungen nach Kapitel 2 aufgegriffen, um einen qualitativen Eindruck von dem Einfluss dieser auf die anschließend vorgestellte Systemarchitektur zu geben. Für jedes Beispiel werden Aspekte eines real durch den Autor implementierten und erprobten Navigationssystems aufgegriffen, sowie ausgewählte Funktionen und charakteristische Aspekte erläutert. Damit bieten die folgenden Kapitel einen in sich geschlossenen Blick auf das Thema der Multi-Sensor-Navigationssysteme unter Verwendung von Inertialsensoren und praktische Erwägungen zu deren Einsatz in realen Anwendungen.

Introduction

Navigation is a key technology for many conventional professional applications like aviation guidance and numerous modern applications like high automated driving, Unmanned Aircraft System (UAS/RPAS) stabilisation and navigation or augmented reality [1]. Inertial Navigation Systems (INS) and Global Navigation Satellite Systems (GNSS) are nowadays the backbone of many of these applications and are combined with numerous other sensors. There are uncounted publications on the algorithms for processing and fusion of this navigation sensors with respect to the application, processing power and environmental conditions. Therefore this book will not again address the detailed algorithms and only give references to the selected publications, indeed this book will address general and detailed architectural considerations on this kind of navigation systems.

Since the basis for the development of a structured architecture is, to analyse the specific requirements of the actual application, this topic will be covered by the first chapter 2. If this step is not carried out with the necessary accuracy, it is most likely to end up with an improper or oversized system. To avoid this, the requirements for all planned functionalities has to be reviewed carefully in terms of the key four performance indicators accuracy, integrity, availability and continuity for the global and local navigation performance. The subsequent chapters will cover architectural aspects of the processing pipeline of GNSS measurements in chapter 3 and Inertial Measurement Units IMU data in chapter 4. The coupling of IMU data together with additional sensor informations to provide a continuous and frequent localisation state vector is covered in chapter 5. The book will close with examples from real world applications in chapter 6.

2 Anforderungen an Navigationssysteme

2.1. Grundlagen der Anforderungen an Navigationssysteme

Die Eignung von Navigationssystemen für eine Anwendung hängt stark von den an das System gestellten Anforderungen und dem vorgesehenen operationellen Umfeld ab. Ebenso wie in anderen Bereichen, gibt es auch in der Navigation nicht ein alleiniges System, das für alle Aufgaben und Einsatzumgebungen gleich gut geeignet ist [1].

Ein Navigationssystem für die automatische Landung eines Flugzeugs wird höchstwahrscheinlich ungeeignet für den Einsatz im hoch automatisierten Fahren sein, auch wenn es mit hohem Aufwand in Hinsicht auf die Erfüllung der strikten und anspruchsvollen Anforderungen an Luftfahrt-Zertifizierung und Leistungsfähigkeit entwickelt worden ist. Da das System nicht für die urbane Umgebung der Fahrzeugnavigation entwickelt wurde und völlig andere Anforderungen an die zu verwendenden Sensoren stellt, verwundert dies auch nicht weiter. Es sind folglich nicht nur die Anforderungen der Anwendung für die Auslegung eines Navigationssystems entscheidend, sondern auch immer das Vehikel und die Umgebung, in der es eingesetzt wird, die mit betrachtet werden müssen.

Obwohl es selbstverständlich erscheint, ist es in der Praxis häufig nicht trivial, die tatsächlich benötigten Anforderungen an das Navigationssystem zu identifizieren. Dies ist umso mehr der Fall, wenn Anforderungen an nachgelagerte Subsysteme, wie z.B. einen Regler zur Wegführung, eine Trajektorienplanung zur Wegfindung oder ein weiteres Messsystem noch nicht ausreichend spezifiziert sind. Anfänglich werden in der Praxis deshalb häufig übermäßig hohe Anforderungen an die Genauigkeit gestellt, während andere Anforderungsbereiche, wie etwa die Verfügbarkeit oder Integrität, komplett außer Acht gelassen werden. Um diesen Fehler zu vermeiden, müssen die Anforderungen der Anwendung systematisch betrachtet und wenigstens die folgenden vier grundlegenden Faktoren unterschieden werden:

- Genauigkeit (Accuracy)
- Integrität (Integrity)
- Verfügbarkeit (Availability)
- Kontinuität (Continuity)

Zur Erläuterung dieser Parameter wird in den folgenden Abschnitten auf Definitionen aus Vorschriften der Luftfahrt zurückgegriffen, da diese Begriffe dort seit langem umfassende Verwendung finden und auf internationaler Ebene eingeführt sind. Die Diskussion der Parameter und Erläuterung der Definitionen sind jedoch allgemeingültig gehalten und können genauso in anderen

Bereichen zur Anwendung gebracht werden. Weitere spezifische und abgeleitete Anforderungen müssen, abhängig von dem Einsatzbereich, dem Vehikel und der Einsatzumgebung hinzugenommen werden (Abbildung 2.1). Exemplarisch werden einige mögliche Anforderungsbereiche in Abschnitt 2.6 diskutiert.



Abbildung 2.1.: Anforderungen an Navigationssysteme

Die systematische Erarbeitung und Verwaltung von Anforderungen und der nachvollziehbare Nachweis deren Erfüllung, sind ein eigenes komplexes und umfangreiches Themengebiet, das an dieser Stelle nicht weiter ausgeführt wird. Einen Einstieg bietet z.B. das frei verfügbare *Systems Engineering Handbook* [2] der zivilen US-Bundesbehörde für Raumfahrt und Flugwissenschaft (NASA). Ebenfalls existieren umfangreiche Softwarepakete zur Verwaltung und Rückverfolgung von Anforderungen und deren Änderungen. Einfache Aufgaben können z.B. auch mit Werkzeugen zur Aufgabenplanung und Nachverfolgung wie z.B. *Redmine* [3] umgesetzt werden.

2.2. Genauigkeit und Präzision

Die Genauigkeit von Navigationsinformationen wird für die Luftfahrt in der Vorschrift DO208 [4] definiert als:

„Der Grad der Übereinstimmung zwischen der ermittelten oder gemessenen Position und/oder Geschwindigkeit einer Plattform zu einer gegebenen Zeit und seiner wahren Position und/oder Geschwindigkeit.“¹

Es wird weiter ausgeführt, dass Genauigkeit üblicherweise als statistisches Maß des Systemfehlers angegeben wird und dabei drei unterschiedliche charakteristische Parameter unterschieden werden:

- Vorhersagbarkeit (predictability),
- Wiederholbarkeit (repeatability) und
- relative Genauigkeit (relative accuracy).

Die Vorhersagbarkeit wird in dieser Quelle definiert als die Genauigkeit einer Position bezogen zu einem geodätischen oder geographischen Koordinatensystem der Erde, während die relative Genauigkeit die Genauigkeit zwischen zwei ermittelten Positionen unabhängig von ihrer absoluten Genauigkeit ist. Indirekt wird durch diese Definition für die Vorhersagbarkeit also die Georeferenzierbarkeit der Ortungsinformationen gefordert, während dies bei der relativen Genauigkeit nicht der Fall ist. Für viele Anwendungen lässt sich diese Definition insoweit anpassen, dass die Vorhersagbarkeit relativ zu einem bekannten Koordinatensystem / Referenzsystem definiert sein muss.² Beispiele für globale Koordinatensysteme sind z.B. der **International Terrestrial Reference Frame (ITRF)**, der **Galileo Terrestrial Reference Frame (GTRF)**, das von Glonass genutzte **Parametry Zemli 1990 (PZ90)** [5], das **World Geodetic System 1984 WGS84** [6], aber auch ein lokales kartesisches **North East Down (NED)** Koordinatensystem mit einem geo-referenzierten Ursprung.

Im Gegensatz dazu müssen relative Ortungsinformationen nicht in einem georeferenzierten Koordinatensystem angegeben sein und können entsprechend nicht grundsätzlich exakt in ein globales Koordinatensystem überführt werden. So geben Umfeldsensoren wie LIDAR, RADAR oder Wegmesser (Odometer) normalerweise ihre Ortungsinformationen in lokalen, an das Vehikel gebundenen Koordinaten aus.

Die Repräsentation dieser Informationen können je nach Sensor und Anwendung sehr unterschiedlich ausfallen. Üblich sind z.B. kartesische oder Polarkoordinaten, Belegungsgitter (Occupancy Grids) oder Ablagen zu einem Kurswinkel. Gerade (aber nicht ausschließlich) im Zusammenhang mit diesen Informationen ist zu beachten, dass die Richtung, in der eine Genauigkeit erreicht wird, für viele Anwendungen eine wichtige Rolle spielt und somit auch für die Wahl des Sensorsystems beachtet werden sollte. So sind beispielsweise für die Landung eines Flugzeugs die Anforderungen an die vertikale Genauigkeit andere als die horizontale Genauigkeit, und es existieren in diesem Fall weitere Anforderungen an die Genauigkeit in Richtung des Anflugs (Along-Track) und quer

¹ „The degree of conformance between the estimated or measured position and/or velocity of a platform at a given time and its true position and/or velocity.“

² Es ist ebenfalls üblich, in diesem Zusammenhang von absoluter und relativer oder globaler und lokaler Genauigkeit zu sprechen.

dazu (Cross-Track) dazu [7]. Für das automatische Fahren wird in der Regel eine fahstreifengenaue Positionierung (also quer zur Fahrspur) gefordert, während die Genauigkeit in Richtung der Fahrzeuglängsachse meist weniger kritisch ist [8]. Aus den genannten Gründen sollten Anforderungen zur Genauigkeit immer zusammen mit den benötigten Bezugssystemen und richtungsabhängig formuliert und diskutiert werden.

Der dritte Parameter, die Wiederholbarkeit, beschreibt die Genauigkeit, mit der ein Nutzer zu einer Position zurückkehren kann, die er zuvor mit demselben Navigationsverfahren bestimmt hat. Dies ist eine sehr grundlegende Eigenschaft und wird von den meisten Anwendungen wissentlich oder unwissentlich vorausgesetzt. Auch wenn die Wiederholbarkeit in vielen Fällen gegeben scheint, lohnt es sich, diesen Punkt genauer zu betrachten. Gegeben der Fall, eine Anwendung nutzt GNSS zusammen mit einer digitalen Karte, scheint es, dass beide Informationen liefern, die sich global mit einer definierten Genauigkeit referenzieren lassen. Im Detail nutzt das GNSS z.B. ein Koordinatensystem wie das WGS84 des **G**lobal **P**ositioning **S**ystem (GPS) [9], während die Karte das gleiche oder ein anderes Koordinatensystem nutzt, das sich in das des GNSS umrechnen lässt. Die Schwierigkeit besteht jedoch darin, dass die Koordinaten der Karte reale Objekte repräsentieren. Einige Objekte werden als dynamisch angenommen, wie z.B. andere Vehikel. Viele Objekte sind auf den ersten Blick statischer Natur und es wird angenommen, dass Ihre Position fix ist. Es ist nicht so offensichtlich, wie z.B. bei Vehikeln, dass diese trotzdem über mittlere oder lange Zeiträume ihre Position ändern können. Dies kann z.B. kontinuierlich durch kontinentale Drift³ oder plötzlich durch andere Effekte der Plattentektonik⁴ erfolgen. Es ist deshalb sinnvoll, Anforderungen an die Wiederholbarkeit auch mit einem Zeitraum zu verknüpfen. Zur Berücksichtigung des speziellen Anwendungsfalls der Kontinentalbewegung werden neben Bewegungsmodellen der Landmassen auch Koordinatensysteme gepflegt, die mit lokalen Fixpunkten fest definiert sind, wie z.B. das **E**uropäische **T**errestrische **R**eferenzsystem **1989** (ETRS89) für Zentraleuropa. Unvorhersehbare Veränderungen können hierdurch allerdings nicht erfasst werden.

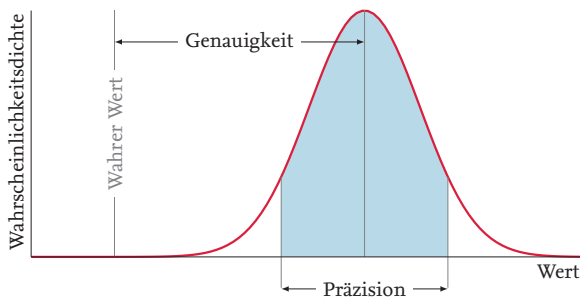


Abbildung 2.2.: Genauigkeit und Präzision

Die Definition in [4] unterscheidet nicht die Begriffe Genauigkeit und Präzision. In der Messtechnik wird die Präzision als die statistische Variabilität einer Messung beschrieben, während die

³Die kontinentale Drift von Mitteleuropa beträgt z.B. $\sim 25\text{mm/Jahr}$ in Nord-Ost-Richtung

⁴2015 verursachte ein Erdbeben in Tibet z.B. eine Verschiebung von $\sim 3\text{m}$ in Süd-Richtung

Genauigkeit den systematischen Fehler oder statistische Abweichung der Messung beschreibt [10]. Eine einfache Darstellung des Unterschieds zwischen Genauigkeit und Präzision zeigt Abbildung 2.2. Diese Unterscheidung ist unter anderem deshalb wichtig, weil präzise Messsysteme leicht zu der Annahme führen können, dass Sie ebenfalls genau sind. Ein Beispiel können z.B. auf GNSS Phasenmessungen basierte Navigationssysteme (z.B. RTK) sein, bei denen die Mehrdeutigkeiten nicht korrekt bestimmt wurden. Ein solches System wird in aufeinanderfolgenden Messungen eine hohe Präzision aufweisen, jedoch eine geringe Genauigkeit haben, da das Ergebnis über kürzere Zeitspannen einen nahezu konstanten Nullpunktfehler⁵ aufweist.

Zusammengefasst sollten bei der Betrachtung der benötigten Genauigkeit mindestens die Parameter Vorhersagbarkeit, Wiederholbarkeit, Genauigkeit und Präzision unter Beachtung der Koordinatensysteme und Richtungsabhängigkeiten betrachtet werden. Ein einfaches Beispiel zur Definition von Fahrspurengenauigkeit kann in [8] gefunden werden. In [11] ist eine sehr detaillierte und umfangreiche Spezifikation zu Navigationsanforderungen in der Luftfahrt gegeben.

2.3. Integrität

Eine Definition der Integrität kann aus der Luftfahrtvorschrift ICAO Annex 10 [12] entnommen werden:

„Integrität ist das Maß an Vertrauen, das in die Korrektheit der vom Navigationssystem ausgegebenen Daten gelegt werden kann.

Integrität beinhaltet die Fähigkeit des Systems, den Nutzer rechtzeitig zu warnen, wenn das System nicht zur Navigation genutzt werden sollte⁶.“

Nach dieser Definition gibt die Integrität an, ob und mit welcher Wahrscheinlichkeit die von dem Navigationssystem ausgegebenen Informationen und speziell deren Unsicherheitsinformationen korrekt sind, eine Eigenschaft, die vor allem bei sicherheitskritischen Anwendungen von großer Bedeutung ist. Zur Beschreibung und zur Quantifizierung der Integrität werden üblicherweise die folgenden vier Parameter herangezogen [12]:

- Integritätsrisiko (engl. Integrity Risk, IR),
- Alarmierungsgrenze (engl. Alert Limit, AL),
- Alarmierungszeit (engl. Time to Alert, TTA),
- Sicherheitsniveau (engl. Protection Level, PL).

Das Integritätsrisiko ist ein Maß für die Wahrscheinlichkeit, mit der ein ausgegebenes Ergebnis nicht in dem spezifizierten Genauigkeitsbereich liegt, ohne dass dies durch das System bemerkt wird. Es ist üblich, das Integritätsrisiko auf eine GAUSS-Verteilung der Fehler zu beziehen (Normalverteilung). Während für Messwerte, die als GAUSS-verteilt angenommen werden, üblicherweise der

⁵Engl. Bias oder Offset

⁶„Integrity is the measure of the trust that can be placed in the correctness of the information supplied by a navigation system. Integrity includes the ability of the system to provide timely warnings to users when the system should not be used for navigation.“

1σ ($\sim 68\%$) Wert zur Beschreibung der statistischen Verteilung angegeben wird, wird für das Integritätsrisiko üblicherweise ein breiterer Bereich der GAUSS-Verteilung betrachtet. Das Integritätsrisiko leitet sich in der Regel aus dem Sicherheitsbedürfnis der Anwendung ab, die von regulatorischen, gesellschaftlichen, ökonomischen, und ethischen Belangen sowie den Anforderungen der Nutzer geprägt wird. Beispielsweise wird in der Luftfahrt in [13, 14] festgelegt, mit welchem Integritätsrisiko verschiedene Versagensfälle abhängig von deren Wahrscheinlichkeit auftreten dürfen. Daraus leiten sich für alle Bereiche weitere Vorschriften ab, da neben der Struktur des Flugzeugs auch die Elektrik (z.B. [15]) und die Software (z.B. [16]) des Navigationsequipments diese Anforderungen erfüllen müssen. Für ein katastrophales Ereignis ergibt sich damit z.B. die Forderung, dass dies nur mit einer Wahrscheinlichkeit von geringer als 10^{-9} pro Flugstunde eintreten darf. Es gilt in diesem Fall, z.B. durch eine Fehlermöglichkeits- und Einflussanalyse (FMEA) festzustellen, welche Auswirkungen das Ortungssystem auf das Gesamtsystem hat und wie sich Fehler fortpflanzen, um die Anforderungen an die Integrität des Ortungssystems zu ermitteln.

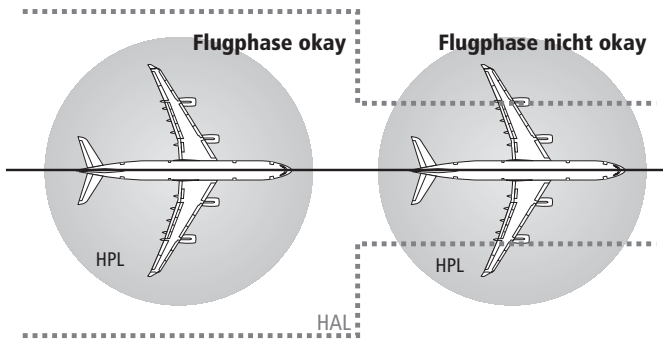


Abbildung 2.3.: Horizontale Alarmierungsgrenze (HAL) und horizontales Sicherheitsniveau (HPL)

Der zweite Parameter, die Alarmierungsgrenze, legt fest, welcher Fehler vom System nicht überschritten werden darf, ohne dass eine Alarmierung erfolgt. Dies ist ein weiterer entscheidender Unterschied zwischen Genauigkeits- und Integritätsanforderungen, da für die Genauigkeit keine Alarmierungsschranken festgelegt werden. Die Alarmierungsgrenzen ergeben sich aus der Anwendung und müssen nicht konstant sein. In der Luftfahrt werden diese z.B. entsprechend der Flugphase definiert. Wird diese Grenze, wie in Abbildung 2.3 dargestellt, überschritten, wird ein Alarm ausgegeben, da die Integrität nicht mehr gewährleistet ist, und die Operation muss mit einem anderen System weitergeführt oder abgebrochen werden.

Da es häufig für das System nicht möglich ist, den Fehler im Augenblick seines Auftretens zu detektieren, z.B. weil der Fehler nicht direkt beobachtbar ist und weil das System den Alarm ausgeben muss, ist es sinnvoll, den dritten Parameter, die Alarmierungszeit, zu definieren. Die Alarmierungszeit legt fest, wie viel Zeit zwischen dem Auftreten eines Fehlers und der Alarmierung höchstens vergehen darf. Ein Fehler, der innerhalb der Alarmierungszeit wieder erlischt, führt entsprechend dieser Definition nicht zwangsläufig zu einer Alarmierung. Es ist deshalb sinnvoll, das gewünschte

Verhalten in diesem Fall explizit zu definieren. Wird bei dem Auftreten eines Fehlers die Alarmzeit überschritten, ohne dass eine Alarmierung erfolgt, wird von einem Integritätsfehler gesprochen. Der tatsächliche Fehler des Navigationssystems ist in der Regel während des (und nach dem) Betrieb nicht bekannt und kann damit auch nicht mit der Alarmierungsgrenze verglichen werden. Als Ersatzgröße wird der letzte Parameter, das Sicherheitsniveau, berechnet. Die wesentliche stochastische Eigenschaft des Sicherheitsniveaus ist, dass sie als eine Einhüllende über die reale Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion gelegt wird. Von wesentlichem Interesse ist hierbei das Verhalten in den Randbereichen der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion, also Fälle mit geringer Eintretenswahrscheinlichkeit. Aus diesem Grund ist die Nachweisführung, dass die Einhüllende korrekt bestimmt wurde, meist experimentell nicht möglich und muss auf anderem Wege wie z.B. über Monte-Carlo-Simulationen geführt werden. Sind die Parameter der Einhüllenden der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion bekannt, kann anhand dieser ein Skalierungsfaktor⁷ berechnet werden, der den geschätzten 1σ Wert der stochastischen Verteilung des berechneten Wertes in den durch das Integritätsrisiko geforderten Bereich transformiert.

$$PL \leq K \cdot \sigma_{est} < AL \quad (2.1)$$

Der berechnete Wert des Sicherheitsniveaus wird mit der Alarmierungsgrenze verglichen, um festzustellen, ob das System in den geforderten Grenzen operiert. Ist Gleichung (2.1) nicht erfüllt, wird ein Alarm ausgelöst (siehe auch Abbildung 2.3).

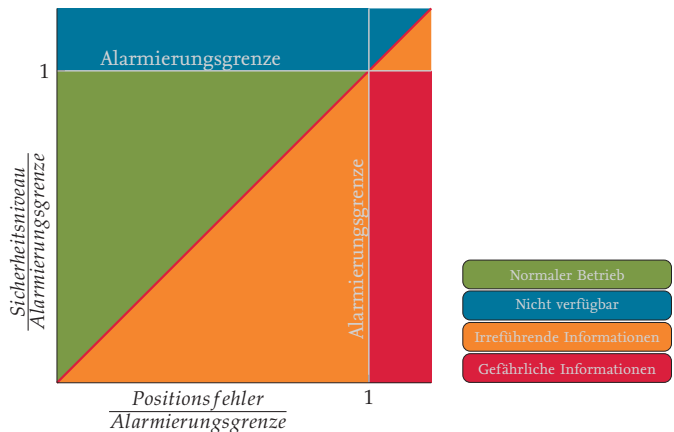


Abbildung 2.4.: Normiertes Stanford Diagramm

⁷Der Skalierungsfaktor wird in der Regel als K Faktor bezeichnet. Für eine Normalverteilung ergibt sich z.B. bei einem Integritätsrisiko von 10^{-7} ein Wert von $K = 5.33$, für eine Rayleigh-Verteilung bei einem Integritätsrisiko von 10^{-9} ein Wert von $K = 6.18$.

Im Zusammenhang mit der Integrität hat sich im Bereich der Satellitennavigation das Stanford-Diagramm (Abbildung 2.4) etabliert. In dem Stanford-Diagramm wird das berechnete Sicherheitsniveau über dem tatsächlichen Positionsfehler aufgetragen, der z.B. durch Referenzsysteme oder Eingangsparameter einer Simulation bekannt sein muss. In Abbildung 2.4 sind die beiden Achsen zusätzlich mit der Alarmierungsgrenze normiert dargestellt. Ist die Einhüllende der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion korrekt, so müssen alle Werte immer über der Diagonalen liegen. Überschreitet das Sicherheitsniveau die Alarmierungsgrenze, so ist das System nicht verfügbar (blauer Bereich, NA). Ist der Positionsfehler größer als das Sicherheitsniveau jedoch kleiner als die Alarmierungsgrenze (oranjer Bereich, MI), so arbeitet das System nicht korrekt und die Integrität ist verletzt. Ist der Positionsfehler jedoch zusätzlich auch größer als die Alarmierungsgrenze (roter Bereich, HMI), so besteht akute Gefahr für den Nutzer. Das System sollte idealerweise immer in dem grün gekennzeichneten Bereich (NO) arbeiten. Der Teil der Zeit, die das System nicht in diesem Bereich arbeitet, ist bei der Bestimmung des im Abschnitt 2.4 eingeführten Parameters Verfügbarkeit zu beachten und hat in der Regel einen großen Einfluss auf die praktische Nutzbarkeit und damit die Akzeptanz eines Systems.

2.4. Verfügbarkeit

Der Begriff der Verfügbarkeit wird in DO208 [4] definiert⁸ als:

„Die Verfügbarkeit eines Navigationssystems ist der Prozentsatz der Zeit, in dem die Dienste des Systems genutzt werden können. Verfügbarkeit ist ein Indikator für die Fähigkeit des Systems, nutzbare Dienste in einem definierten Bereich zur Verfügung zu stellen.“⁹

Diese Definition beinhaltet im Wesentlichen zwei Faktoren: Die Zeit und den Bereich. Der Prozentsatz der Zeit, in dem die Dienste des Systems genutzt werden können, setzt sich zusammen aus der Zeit, in der das System an sich operabel und verfügbar ist und in der das System die Nutzeranforderungen (z.B. Integrität) erfüllt. Dem gegenüber stehen als Bezugsgröße die Zeiten, in denen das System laut Einsatzkonzept tatsächlich benötigt wird (z.B. nur zu bestimmten Tageszeiten oder bei bestimmten Wetterbedingungen). Der Quotient beider Größen ist die zeitliche Verfügbarkeit.

Der zweite Faktor der Verfügbarkeit ist die räumliche Verfügbarkeit. Bestimmte Funktionen werden nur in einem eingeschränkten Bereich zur Verfügung gestellt, z.B. ist die Reichweite von Funkfeuern begrenzt oder bestimmte Daten haben nur Gültigkeit in einem bestimmten Gebiet, wie bei Satelliten und Boden basierte Korrekturdaten (SBAS und GBAS).

Da die Verfügbarkeit durchaus kurz- und langfristigen Änderungen unterworfen sein kann, ist es durchaus sinnvoll, vor der Verwendung bestimmter Navigationsfunktionen zu überprüfen, ob die Verfügbarkeit gegeben ist und für den geplanten Nutzungszeitraum zur Verfügung steht (siehe dazu auch Abschnitt 2.5). Für GNSS werden z.B. geplante Betriebspausen von Satelliten vom Betreiber angekündigt und können berücksichtigt werden. In der Luftfahrt wird dazu z.B. beim „predictive RAIM“ geprüft, ob für einen geplanten Flug über dessen Dauer immer genügend Satelliten in ei-

⁸Eine leicht unterschiedliche Definition findet sich auch in DO229 [17] Abschnitt 1.7.1.

⁹„The Availability of a navigation system is the percentage of time that the services of the system are usable. Availability is an indication of the ability of the system to provide usable service within the specified coverage area.“

ner ausreichend guten Geometrie empfangen werden können, um das Integritätsmonitoring und die Navigationsfunktion ausführen zu können. Weitere Beispiele sind die Prüfung, ob Kartendaten aktuell und damit gültig sind, oder ob Infrastrukturelemente wie Funkfeuer, Flughäfen und Korrekturdatensysteme aktiv sind. Speziell bei Systemen mit langer Lebensdauer sollte auch immer der Fall betrachtet werden, dass Infrastrukturen modernisiert oder abgeschaltet werden können.

2.5. Kontinuität

Für den Begriff der Kontinuität findet sich in DO208 keine Definition, jedoch kann diese der DO229 [17] entliehen werden:

„Die Kontinuität eines Systems ist die Fähigkeit des Gesamtsystems, seine Funktion ohne Unterbrechung für den geplanten Vorgang zur Verfügung zu stellen.“¹⁰

Die Anforderungen an Kontinuität ergeben sich daraus, dass es für viele Anwendungen besser ist, einen Vorgang gar nicht erst zu beginnen, wenn er nicht abgeschlossen werden kann, als ihn während des Vorgangs abbrechen zu müssen. Einen Landeanflug mit einem einmal gewählten Verfahren abbrechen zu müssen, oder eine automatische Tunneldurchfahrt nicht abschließen zu können, ist beispielsweise in aller Regel ein größeres Risiko für die Insassen, als mit ggf. geringerem Komfort oder Effizienz das Manöver manuell oder mit einem anderen System abzuschließen.

Kontinuität und Verfügbarkeit sind eng miteinander verbunden. Während die Verfügbarkeit einen langfristigen Charakter hat und alle potentiellen Nutzer und Vorgänge gemeinsam betrachtet, bezeichnet die Kontinuität die durchgängige Verfügbarkeit über den meist kurzen Zeitraum eines einzelnen Vorgangs.

Führen auch kurze Unterbrechungen in der Verfügbarkeit zum Abbruch eines Vorgangs, sinkt die Kontinuität stark. Sind kurze Unterbrechungen erlaubt, z.B. weil kurze Zeitspannen mit einem unabhängigen System (z.B. INS) überbrückt werden können, ist die Kontinuität weniger eingeschränkt. An diesem einfachen Beispiel wird bereits deutlich, wie durch eine geeignete Kombination von komplementären Systemen Nachteile ausgeglichen und Anforderungen erfüllt werden können.

2.6. Vehikel, Umgebung und andere Anforderungen

Das gewünschte Vehikel und die Einsatzumgebung stellen weitere Anforderungen an das Navigationssystem. Das dynamische Verhalten des Vehikels beeinflusst maßgeblich den Messbereich und die Abtast- und Ausgabefrequenz der Sensoren. Beispielsweise müssen Umgebungssensoren bei schnellen Bewegungen in der Regel große Reichweiten haben, um Objekte rechtzeitig zu detektieren, und Kreisel und Beschleunigungsmesser einer INS auf die Dynamik des Vehikels abgestimmt werden. Das Vehikel gibt üblicherweise ebenfalls das maximale Gewicht und die elektrische Leistungsaufnahme vor. Ebenso ergeben sich aus der Anwendung Anforderungen an die benötigten Messgrößen wie z.B. Lagewinkel, Geschwindigkeit und an Faktoren wie Lebensdauer und den Preis, den das Gesamtsystem haben darf. Werden die Daten zur Regelung oder Anzeige benötigt, müssen die Daten mit einer akzeptablen Verzögerung und passender Frequenz bereitgestellt werden, um

¹⁰ „The continuity of a system is the ability of the total system to perform its function without interruption during the intended operation.“

eine effektive Regelung zu erlauben und instabiles Regelungsverhalten zu verhindern. Das gilt insbesondere auch, wenn die Daten einem Nutzer angezeigt werden, der diese wiederum für Eingaben an das System verwendet. Der Umgang mit Zeitverzögerungen von Sensoren wird insbesondere auch in Abschnitt 5.4 behandelt.

Die Einsatzumgebung des Navigationssystems spielt ebenfalls eine große Rolle und sollte deshalb so weit wie möglich und nötig spezifiziert werden um sicherzustellen, dass das Navigationssystem in der gewünschten Umgebung funktioniert und nicht unnötig komplex oder ungeeignet aufgebaut ist. So arbeitet beispielsweise GNSS innerhalb von Gebäuden überhaupt nicht oder bestenfalls unzuverlässig, Kamerasysteme sind anfällig für Änderungen der Beleuchtung und Laser-Scanner sind abhängig von der Reflektivität des Zielobjekts. Wenn Umgebungssensoren zum Identifizieren und Verfolgen von Umgebungsmerkmalen zur Eigenbewegungsschätzung eingesetzt werden¹¹, sollte sichergestellt sein, dass die Umgebung ausreichend entsprechende Merkmale bereitstellt. Die Umwelt stellt Anforderungen an die Beschaffenheit des Navigationsgeräts, wie Einsatztemperatur, Beständigkeit gegenüber atmosphärischen Einflüssen (z.B. Temperatur, Salzwasser, Luftfeuchte, Druck, ...) und Vibration.

Nicht zuletzt muss definiert werden, wie das Navigationssystem reagieren soll, wenn es zu Fehlern wie Messfehlern oder Sensorausfällen kommt. Ein robustes System kann ohne Änderungen an seiner stabilen Struktur beispielsweise in einem anderen Betriebsmodus weiterarbeiten. Es wird deshalb auch von fehlertoleranten Systemen gesprochen. Ein resilientes System hat die Eigenschaft, bei internen und externen Fehlern nicht vollständig zu versagen und die wesentlichen Systemdienstleistungen aufrechtzuerhalten. Werden entsprechende Analyse- und Designkriterien auf das System angewendet, steigert dies die Zuverlässigkeit des Systems und hilft andere Anforderungen wie z.B. die der Integrität zu erfüllen. Typische Maßnahmen, die getroffen werden, um die Robustheit des Navigationssystems zu steigern, sind z.B. das systematische Testen, dass alle möglichen Eingangsgrößen keine unsicheren Systemzustände bewirken können. Hierzu können neben der Robustheitsanalyse selber strukturierte Softwaretestmethoden und vergleichbare Techniken angewandt werden, die häufig ebenfalls durch den vom Anwendungsfall geforderten (Software-) Entwicklungsstandard (z.B. [16, 18, 19]) vorgeschrieben werden. Ein wesentlicher Bestandteil, um die Robustheit der Verarbeitung gegenüber (Mess-)Fehlern zu steigern, besteht darin die Messdaten vor der Verarbeitung zu überprüfen. Neben der Auswertung der Sensorselbsttests, können Plausibilitätsprüfungen zwischen den Messgrößen innerhalb und zwischen den Sensorsystemen durchgeführt werden. Diese Tests, die der Robustifizierung des Systems dienen, sind leicht zu verwechseln mit Integritätstests im Sinne der Navigation¹², die der Bestimmung des statistischen Systemzustandes dienen, während Plausibilitätsprüfungen unerwünschte Systemeingänge abfangen. Ein robustes System ist damit nicht automatisch ein integriertes System. Auf Möglichkeiten der Plausibilitätsprüfung der Messdaten der Sensorsubsysteme wird jeweils in den folgenden Kapiteln eingegangen.

Hinter dem relativ neuen Begriff der resilienten Systeme verbergen sich eine Vielzahl von teilweise bekannten und etablierten Methoden. Breiten Einsatz in der Navigation finden verteilte und

¹¹ z.B. bei Simultaneous Localization and Mapping (SLAM)

¹² Der Begriff der Integrität wird in anderen Disziplinen mit unterschiedlicher Ausprägung verwendet, z.B. dienen Prüfsummen in der Informationssicherheit der Datenintegrität, deren Auswertung im Kontext der Navigation eher als robustifizierendes Element wirkt.

redundante Systeme z.B. als drei- oder vierfach redundante Systeme in der Luftfahrt. Andere Methoden, wie der Einsatz adaptiver Systeme und die Verwendung von künstlicher Intelligenz, haben bislang eine geringere Verbreitung gefunden. Allerdings erfreut sich der Einsatz von künstlicher Intelligenz in der Verarbeitung von Umfelddaten aktuell zunehmender Beliebtheit. Problematisch an den adaptiven Techniken und denen der künstlichen Intelligenz ist, dass es für diese bislang keine durchgehenden Methoden der Nachweisführung zu Stabilität, Integrität und anderen Faktoren gibt.

Die Vielzahl der diskutierten Anforderungen zeigt, dass die Wahl der richtigen Systemkomponenten, deren Kombination und Verarbeitung einen entscheidenden Anteil an der gewünschten späteren Funktion des Navigationssystems hat. Aus diesem Grund werden in den folgenden Kapiteln die Verarbeitungsketten und generellen Herangehensweisen an verschiedene Navigationssensorsysteme umfassend erläutert und zur Darstellung der prinzipiellen Funktion ausgewählte Algorithmen beschrieben.

3 Verarbeitung von Globalen Navigations-Satelliten-System-Informationen

3.1. Prozessierungsreihenfolge

Im folgenden Kapitel werden die Verfahren und Abläufe zur korrekten Erfassung und Verarbeitung von GNSS-Signalen behandelt, deren Aufbau und Funktion neben dem Algorithmus zur Positionsrechnung ebenfalls ein erheblicher Einfluss auf das berechnete Ergebnis zukommt. Die beschriebenen Verfahren und Algorithmen dienen als Beispiele für die zugrundeliegenden Problemstellungen und bilden die Grundlage für komplexere Herangehensweisen.

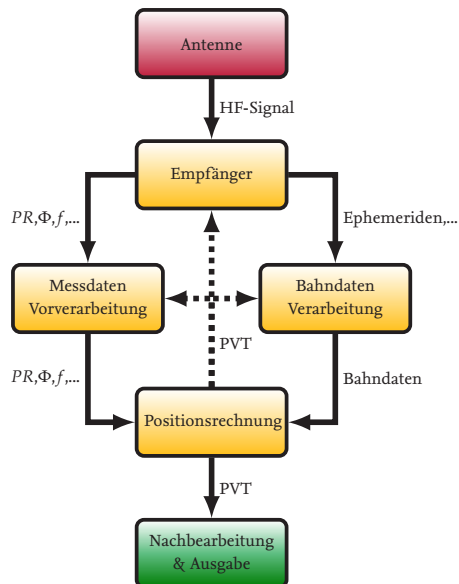


Abbildung 3.1.: Grobstruktur der GNSS-Verarbeitung

Wie in Abbildung 3.1 dargestellt, ist die Verarbeitung von GNSS-Informationen ein stark rekursiver Prozess. Die Signale der GNSS-Satelliten¹ werden an der GNSS-Antenne empfangen und vom Empfänger ausgewertet (Kapitel 3.2). Zur Auswertung der Signale und Bestimmung der Messgrößen benötigt der Empfänger die ungefähre Position, Geschwindigkeit und Zeitinformationen (PVT)² aus der Positionsrechnung.

Die Daten, die der Empfänger aus den Signalen gewinnt, bestehen aus den Code- (PR), Phasen- (Φ) und Dopplermessungen (f), die als Beobachtungen (engl. Observations) bezeichnet werden (Kapitel 3.2.3) und den mit den Signalen übertragenen digitalen Informationen (Nachrichten), die im Wesentlichen die Parameter der Satellitenbahnen (Ephemeriden), den Satellitenzustand und Korrekturinformationen der Satellitenuhr und ionosphärischer Störungen beinhalten. Die Beobachtungen durchlaufen eine Vorverarbeitung, in der die Daten für die Positionsrechnung aufbereitet, Korrekturen modellierter oder gemessener Fehler kompensiert und grundlegende Tests zu deren Korrektheit durchgeführt werden (Kapitel 3.3). Parallel werden anhand der Ephemeriden die Bahndaten der Satelliten (Position, Geschwindigkeit und Uhrenfehler i.d.R. zum Sendezeitpunkt) berechnet. Beide Vorgänge (Messdaten-Vorverarbeitung und Bahndaten-Berechnung) benötigen im Allgemeinen ebenfalls eine Rückführung der Positions-, Geschwindigkeits- und Zeitinformationen aus der Positionsrechnung.

Die Positionsrechnung verarbeitet die Beobachtungen, Bahndaten und Zusatzinformationen zu Positions-, Geschwindigkeits- und Zeitinformationen (Kapitel 3.4). Neben der Rückführung in den Empfänger, die Messdatenvorverarbeitung und die Bahndatenberechnung, werden die berechneten Größen geprüft, für den Nutzer aufbereitet und ausgegeben (Kapitel 3.5).

3.2. GNSS-Messungen

3.2.1. Antenne und Installation

Die direkte Schnittstelle zu dem Signal der GNSS-Satelliten ist die GNSS-Empfangsantenne. Die Antenne empfängt die GNSS-Signale, die im L-Band, wie in Abbildung 3.2 dargestellt, von den Satelliten gesendet werden, und leitet diese über ein geeignetes Kabel zur Auswertung an den Empfänger weiter [5, 9, 20, 21]. Die aus den empfangenen Signalen berechnete Position bezieht sich folglich auf das Phasenzentrum der Antenne³. Bei hochgenauen Anwendungen sollte zusätzlich berücksichtigt werden, dass die Position des Phasenzentrums im Allgemeinen von der Elevation und dem Azimut des einfallenden Signals abhängt. Dieser Effekt kann, solange die Ausrichtung der Antenne bekannt ist, mit Hilfe von Kalibriermodellen kompensiert werden [22].

Die GNSS-Signale haben Wellenlängen von etwa 19 cm (L_1) bis 25 cm (L_2), wie aus Abbildung 3.2 hervorgeht. Antennen mit einer wirksamen Länge, die einem Viertel der Wellenlänge L_1 entspricht, können z.B. als Microstripantenne bzw. Patchantenne mit einem Durchmesser von etwa 4-5 cm realisiert werden. Diese Art der Antennen sind robust, kompakt, haben eine geringe Bauhöhe und einen einfachen Aufbau. Eine Patchantenne besteht im Wesentlichen aus vier verschiedenen Baugruppen, die die Funktion, die Charakteristik und den Einsatzbereich beeinflussen.

¹Das GNSS Signal zwischen Satelliten und Empfänger wird mit SIS für „Signal in Space“ abgekürzt.

²Die Positions-, Geschwindigkeits- und Zeitinformationen werden als PVT (Position, Velocity, Time) abgekürzt.

³Eine Ausnahme bilden Signale, die von einem Repeater empfangen und wieder abgestrahlt werden. In diesem Fall wird die Position der Antenne des Repeaters berechnet.

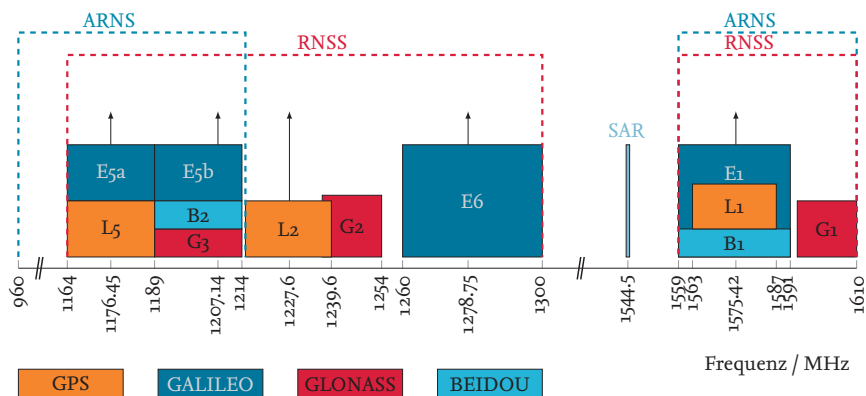


Abbildung 3.2.: GNSS-Frequenzbänder

- Das Empfangselement ist das elektrische Element, das die elektromagnetische Freiraumwelle des GNSS-Signals empfängt und in eine leitungsgebundene elektromagnetische Welle wandelt. Das Design des Empfangselements bestimmt maßgeblich die Richtungsabhängigkeit (Antennendiagramm) und Bandbreite der Antenne.
- Die Masseplatte (Groundplane) definiert das Vergleichspotential für die Signalmessung und beeinflusst zusammen mit dem Empfangselement maßgeblich die Antennen-Charakteristik.
- Der Verstärker hebt das Signallevel des empfangenen Signals an, um es über ein Kabel störungsfrei an den Empfänger übertragen zu können. Nur wenn Antenne und Empfänger integriert sind, kann auf eine aktive Verstärkung in der Antenne verzichtet werden.
- Die Antennenkuppel schützt die Antenne gegen die Witterung.

Neben den universellen Patchantennen sind eine Vielzahl anderer Antennentypen erhältlich, die je nach Einsatzzweck gewählt werden können. Detailliertere Informationen zur Funktion und Bauweise von GNSS-Antennen können z.B. [23, 24] entnommen werden.

Da die Signale des GNSS normalerweise aus allen Himmelsrichtungen empfangen werden müssen, sollten Antennen in der horizontalen Ebene (Azimut) ein rotationssymmetrisches Antennendiagramm besitzen. In der Vertikalen (Elevation) sollen Signale verstärkt werden, die die Antenne auf direktem Weg erreichen, und reflektierte Signale, die die Antenne auf Umwegen erreichen (Multipath), unterdrückt werden. Daher werden die meisten Antennen dahingehend optimiert, dass Signale mit Elevation über 0° bis 5° verstärkt und Signale mit geringerer Elevation gedämpft werden. Idealerweise hat das Antennendiagramm einer GNSS-Antenne folglich die Form einer Halbkugel. Antennen mit kugelförmigem Antennendiagramm werden als omnidirektionale Antennen bezeichnet. Die Charakteristik einer GNSS-Antenne wird deshalb üblicherweise als Abweichung zu einer idealen omnidirektionalen Antenne angegeben, wie in Abbildung 3.3 dargestellt ist. Alle GNSS-Signale sind rechtshändig polarisiert (RHCP)⁴, entsprechend muss die GNSS-Antenne ebenfalls für

⁴Right Hand Circular Polarized, RHCP

wägen, ob die Nutzung mehrerer Frequenzen oder GNSS eine erhöhte Empfindlichkeit gegenüber Interferenz rechtfertigt. Entsprechend sollten bei der ausschließlichen Verwendung einer Frequenz oder eines GNSS die Filtereigenschaften der Antenne entsprechend gewählt werden.

Das von der Antenne empfangene GNSS-Signal wird über ein (Koaxial-) Kabel zum Empfänger geführt. Geeignete Kabel sollten eine möglichst geringe Dämpfung im relevanten Frequenzbereich aufweisen und dieselbe Impedanz wie Empfänger und Antenne aufweisen, die üblicherweise 50 Ω beträgt. Da der Weg, den die Signale der verschiedenen Satelliten durch das Kabel zurücklegen, für alle Signale gleich ist, wirkt sich die Laufzeitverzögerung in dem Kabel, wenn nicht explizit korrigiert, wie ein Nullpunktfehler der Empfängeruhr aus⁷. Wird der Empfänger als Zeitquelle für Anwendungen mit hohen Anforderungen an die Genauigkeit der Zeitinformation verwendet, muss geprüft werden, ob die resultierenden Fehler relevant sind und kompensiert werden können.

3.2.2. Empfängertechnologien

Das von der Antenne empfangene, verstärkte und weitergeleitete GNSS-Signal wird im Empfänger ausgewertet. Im Allgemeinen wird als Empfänger die Gesamtheit aus Hochfrequenz-Signalverarbeitung, Signalgewinnung und Signalverarbeitung inkl. PVT-Rechnung und Ausgabe an den Nutzer bezeichnet, da diese funktionalen Bestandteile, wie in Abbildung 3.1 bereits dargestellt, durch Rückführung der PVT-Lösung miteinander verbunden sind. An dieser Stelle wird lediglich auf die prinzipiellen Verfahren bis zur Signalgewinnung, wie in Abbildung 3.2.3 schematisch dargestellt, eingegangen. Die Weiterverarbeitung der Beobachtungen wird in den darauf folgenden Kapiteln thematisiert. Diese Aufteilung findet sich in der Praxis insofern wieder, als dass in vielen Multisensor-Navigationssystemen GNSS-Empfänger zum Einsatz kommen und die von diesen ausgegebenen Beobachtungen zusammen mit anderen Informationen weiterverarbeitet werden. In einem solchen Ansatz ist zu beachten, dass meist keine Möglichkeit besteht, die PVT-Informationen des Multisensor-Navigationssystemen in den Empfänger zurückzuspeisen, und der Empfänger so auf seine eigene (abweichende) PVT-Lösung für die interne Messdatenverarbeitung angewiesen ist⁸.

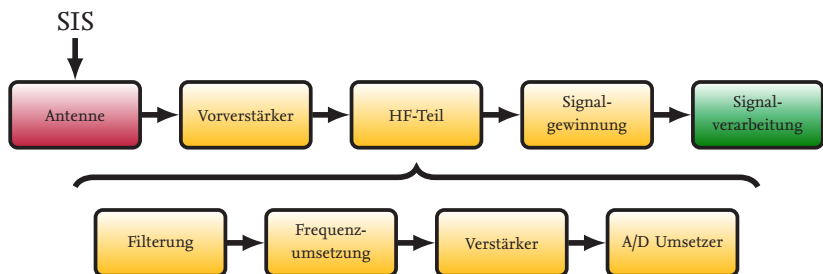


Abbildung 3.4.: Grobstruktur eines GNSS-Empfängers

⁷Da sich das Signal im Kabel näherungsweise mit Lichtgeschwindigkeit bewegt, ergeben sich pro Meter Antennensignalkabel 3.3 ns Nullpunktfehler der Empfängeruhr.

⁸Ein System mit Rückführung in den Empfänger wird allgemein als tief-gekoppelt (Deep-Coupling) bezeichnet. Eine ausführliche Beschreibung der Kopplungsstrategien findet sich in Kapitel 5.2

Das in den Empfänger eingespeiste GNSS-Signal wird im Analogteil des Empfängers aufbereitet und anschließend digitalisiert. Zu diesem Zweck wird das GNSS-Signal mit einem Bandpassfilter begrenzt und auf eine Zwischenfrequenz von üblicherweise 30 bis 60 MHz herunter gemischt. Das Eingangssignal $S_n(t)$ wird mit einem im Empfänger generierten Signal $S_m(t)$ geringfügig unterschiedlicher Frequenz multipliziert, und der hochfrequente Teil des Mischsignals durch ein Tiefpassfilter abgeschnitten, siehe Gleichung (3.1) bis (3.4). Das resultierende Signal $S_{zf}(t)$ in Gleichung (3.4) weist die gewünschte Differenzfrequenz und die Differenz der Phasenlage aus dem originalen und dem bekannten generiertem Signal auf. Die auf das GNSS-Signal modulierten Daten $D_n(t)$ sind ebenfalls in dem niederfrequenten Signal $S_z(t)$ enthalten.

$$S_n(t) = D_n(t) \cdot \sin(2\pi f_n t + \varphi_n) \quad (3.1)$$

$$S_m(t) = A_m \cdot \sin(2\pi f_m t + \varphi_m) \quad (3.2)$$

$$S_n(t) \cdot S_m(t) = \frac{D_n(t) \cdot A_m}{2} (\cos(2\pi(f_n - f_m)t + \varphi_n - \varphi_m) - \cos(2\pi(f_n + f_m)t + \varphi_n + \varphi_m)) \quad (3.3)$$

$$S_{zf}(t) = \frac{D_n(t) \cdot A_m}{2} \cos(2\pi(f_n - f_m)t + \varphi_n - \varphi_m) \quad (3.4)$$

Das Signal auf der Zwischenfrequenz $S_{zf}(t)$ liegt nun im MHz Bereich vor und kann mit einer ausreichenden Abtastfrequenz digitalisiert werden, so dass das Nyquist-Shannon-Abtasttheorem⁹ erfüllt wird. Vor der Analog/Digital-Wandlung wird das Signal so verstärkt, dass die Quantisierungsstufen des Analog/Digital-Wandlers ausgenutzt werden, und anschließend digitalisiert. Hierzu wird in der Regel ein Analog/Digital-Wandler mit geringer Auflösung (üblicherweise 1 bis 4 Bit) und entsprechend hoher Abtastrate benötigt.

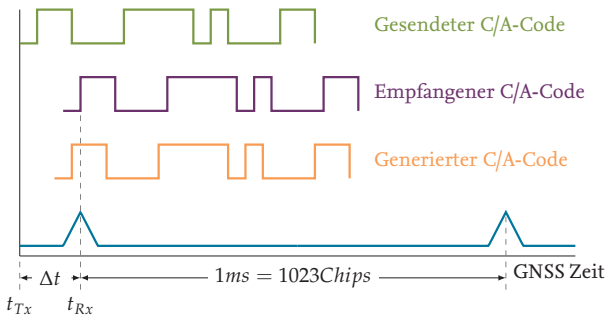


Abbildung 3.5.: C/A-Code-Verschiebung

Aus den digitalisierten Signalen müssen im folgenden Schritt die Beobachtungen und Nachrichteninhalte extrahiert werden. Die GNSS-Signale sind mit pseudo-zufälligen Binärfolgen (PRN, Pseudo

⁹Das Nyquist-Shannon-Abtasttheorem besagt, dass ein bandbegrenzte Signal rekonstruiert werden kann, wenn die Abtastfrequenz mindestens doppelt so groß ist wie die höchste im Signal vorkommende Frequenz.

Random Noise) kodiert, die zum Einen eine Trennung und Identifikation der Signale unterschiedlicher Satelliten ermöglichen (CDMA, Code Division Multiple Access) und zum Anderen zur Messung der Laufzeit des Signals zwischen Satellit und Empfänger genutzt werden [27–29]. Da es sich bei dem zur Modulation genutzten Code um pseudo-zufällige Binärfolgen handelt, kann eine Kopie des Codes im Empfänger generiert werden. Durch Autokorrelation in der, in Abbildung 3.6 dargestellten, Code-Regelschleife (DLL) werden die Kopie und das Empfangene in Übereinstimmung gebracht. Anhand der Verschiebung des generierten Signals kann die relative Laufzeit des Signals zwischen Sendezeitpunkt t_{Tx} und Empfangszeitpunkt t_{Rx} festgestellt werden (Abbildung 3.5). Da die Länge des Codes u.a. beim GPS C/A-Code mit 1 ms bzw. etwa 300 km nicht ausreicht, um die Laufzeit des Signals eindeutig zu bestimmen, müssen weitere Eigenschaften des Signals ausgewertet werden. Die Nachrichteninhalte werden durch Wechsel des Vorzeichens zu Beginn einer PRN Sequenz kodiert, wobei ein Bit bei GPS L1 C/A Code 20 Sequenzen lang ist. Sobald der erste Wechsel eines Bits detektiert wird, ist der Beginn der folgenden Bits bekannt (Bit-Synchronisation). Die Sequenz eines Bits entspricht nun 20 ms bzw. etwa 6000 km und damit immer noch weniger als die Distanz zum Satelliten. Die Nachrichten sind bei GPS in „Frames“ und „Subframes“ aufgeteilt [9]. Jeder Subframe beginnt mit einer charakteristischen Bitfolge (TLM) und hat eine Länge von 300 Bits bzw. 6 s. Ist das TLM anhand der Bitfolge und Prüfung der Prüfsummen eindeutig identifiziert, kann die Laufzeit des Signals bzw. die Pseudoentfernung PR eindeutig bestimmt werden. Die Behandlung der verbleibenden Unbekannten wird in Kapitel 3.2.3 näher beschrieben.

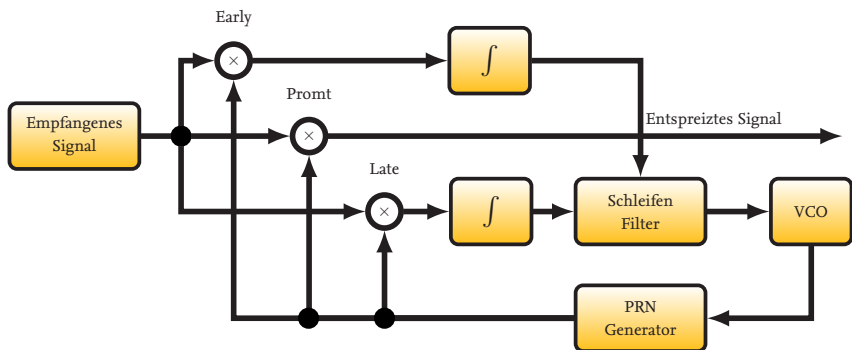


Abbildung 3.6.: Struktur einer Code-Regelschleife

Zur Regelung der Autokorrelation des PRN-Codes des GNSS-Signals im Empfänger werden verschieden Techniken verwendet. Die grundlegende Methode, die zu diesem Zweck angewendet wird, besteht darin, dass je ein weiterer Autokorrelationswert für ein gegebenes Zeitintervall (Integrationszeit) im charakteristischen Bereich der Korrelationsfunktion für einen Punkt vor (Early-Korrektor) und hinter (Late-Korrektor) der Symmetrieachse berechnet wird (Abbildung 3.7).

Die zeitliche Verschiebung der Korrelationsfunktion im PRN-Generator wird durch Verstimmen des spannungsgesteuerten Oszillators so geregelt, dass die Korrelationswerte der Early- und Late-Korrektoren gleich sind. Durch die Symmetrie der Korrelationsfunktion (Eine Dreiecksfunktion

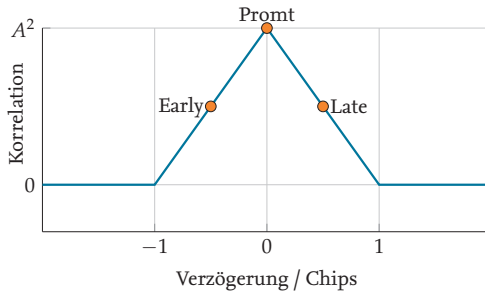


Abbildung 3.7.: Autokorrelation eines Rechtecksignals

im Fall der in Abbildung 3.5 dargestellten Rechtecksignale) führt dies dazu, dass der Prompt- (oder Punctual-) Korrelator im Maximum der Korrelationsfunktion liegt.

Wird die Korrelationsfunktion deformiert, liegt der Prompt-Korrelator nicht im Maximum der Korrelationsfunktion. Die Folge ist ein Fehler in der zeitlichen Verschiebung des generierten Codes. Eine Deformation der Korrelationsfunktion wird z.B. durch ein mehrwegebehaftetes Signal hervorgerufen. Dieser Effekt ist in Abbildung 3.8 dargestellt¹⁰. Ein mehrwegebehaftetes Signal legt in jedem Fall eine längere Strecke zurück und erreicht die Antenne nach dem direkten Signal, wenn dieses nicht abgeschattet ist. Das reflektierte Signal wird eine geringere Amplitude aufweisen, und die Korrelationswerte der beiden Signale addieren sich. Eine mögliche Gegenmaßnahme, diese Messfehler bereits im Empfänger zu detektieren und auszuschließen oder ggf. zu korrigieren besteht darin, die Korrelationswerte an weiteren Punkten zu bestimmen und Metriken zu bilden, die ein Maß für die Deformation der Korrelationsfunktion sind [31, 32]. Eine weitere Möglichkeit ist der Einsatz von Antennenarrays und digitalem Beamforming [33, 34] zur Eliminierung der Mehrwege-Signale. Weitere Techniken setzen auf den berechneten Codemessungen auf und werden in Kapitel 3.3.4 exemplarisch beschrieben.

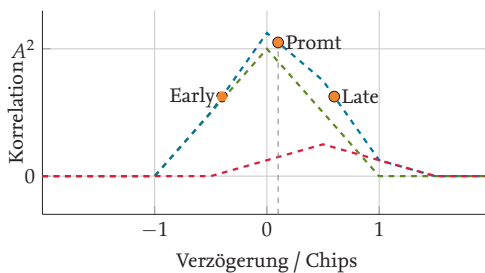


Abbildung 3.8.: Autokorrelation eines GNSS-Signals unter Einfluss von Mehrwegeausbreitung

¹⁰Typische auftretende Fehler der Pseudorange liegen im Bereich von 2 – 3 Meter. Der maximal auftretende theoretische Fehler liegt beim 1.5-fachen der Chip-Länge [30].

Ein weiterer Grund für die Deformation der Korrelationsfunktion ist die absichtliche Überlagerung eines vorsätzlich gefälschten GNSS-Signals (Spoofing). Die Erzeugung eines solchen GNSS-Signals ist mit vielen technischen Hindernissen verbunden, selbst wenn der Empfänger keine Maßnahmen zur Detektion und Abwehr einer Spoofing-Attacke unternimmt. Eine Schwierigkeit ist, dass für die Erzeugung des Signals die genaue Position der Empfangsantenne des Ziels bekannt sein muss. Es ist deshalb nicht zu erwarten, dass das im Folgenden dargestellte grundlegende Verfahren bei dynamischen Zielen erfolgreich anwendbar ist. Entsprechende Attacken wurden jedoch bereits im zivilen Bereich für statische Empfänger und bei gering dynamischen Vehikeln gezeigt [35–37].

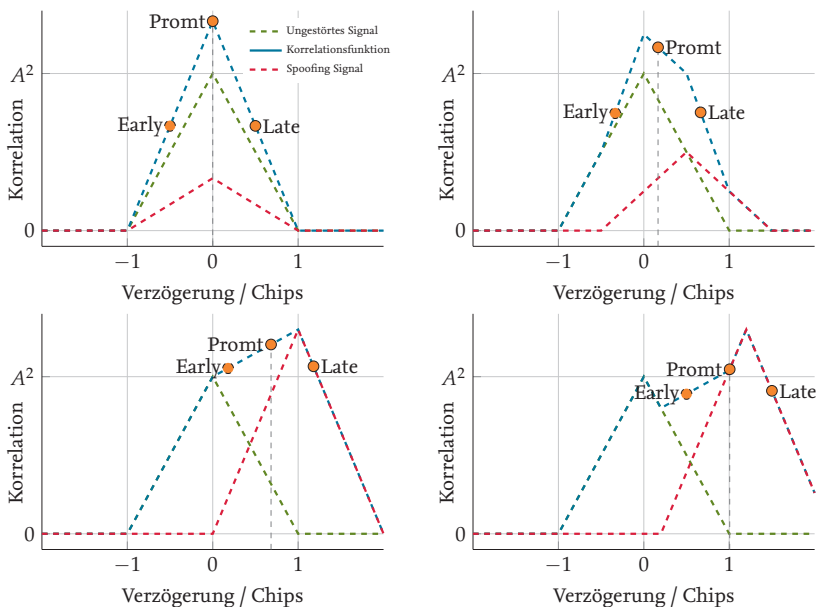


Abbildung 3.9.: Autokorrelation eines GNSS-Signals unter Spoofing Einfluss

Um den Korrelator zu täuschen, wird das Spoofing-Signal zuerst dem originalen GNSS-Signal überlagert (Abbildung 3.9 links oben). Die Amplitude wird anschließend erhöht, und das überlagerte Signal in der gewünschten Weise verschoben (Abbildung 3.9 rechts oben). Wenn die Amplitude des Spoofing-Signals die des GNSS-Signals übersteigt, kann das Korrelationsergebnis auf das Spoofing-Signal gezogen werden (Abbildung 3.9 links unten) und schließlich ganz von dem eigentlichen GNSS-Signal getrennt werden (Abbildung 3.9 rechts unten). Der Einsatz von Spoofing ist ebenso wie der Einsatz von Jamming¹¹ illegal. Die Möglichkeit und der Einfluss von Jamming und ggf. Spoofing auf die jeweilige Anwendung sollte in jedem Fall betrachtet werden.

¹¹Jamming ist das absichtliche Stören von GNSS mit Hilfe aller Art von Sendeeinrichtungen und führt in aller Regel zu einer Sättigung der Eingangsverstärker in Abbildung 3.4.

Die in der Code-Regelschleife durch Multiplikation mit der im Empfänger generierten Kopie des entspreizten GNSS-Signals wird in der Phasen-Regelschleife (PLL, Phase Lock Loop) weiterverarbeitet. Die Hauptaufgabe der Phasen-Regelschleife besteht in der Extraktion der Navigationsnachricht $D(t)$. Daneben werden die Phasenlage (Θ) und Frequenzverschiebung (f) des Eingangssignals bestimmt. Dies kann mit dem in Abbildung 3.10 dargestellten „Costas-Loop“¹² erreicht werden.

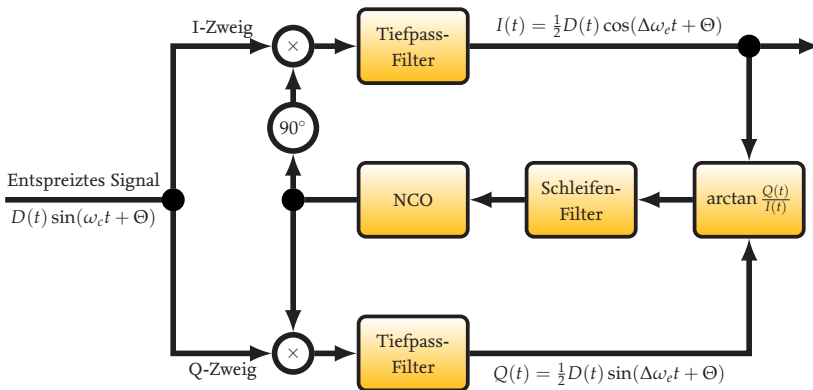


Abbildung 3.10.: Costas-Loop (Phasen-Regelschleife)

Am Eingang des Costas-Loop liegt das Signal der Form:

$$S(t) = D(t) \cdot \sin(\omega_c t + \theta) \quad (3.5)$$

an. Dieses wird im I-Zweig (In-Phase Zweig) mit einem Sinus- und im Q-Zweig (Quadratur Zweig) mit einer Kosinussignal mit der Winkelgeschwindigkeit ω_r multipliziert.

$$S_I(t) = D(t) \sin(\omega_c t + \theta) \cdot \sin(\omega_r t) \quad (3.6)$$

$$S_Q(t) = D(t) \sin(\omega_c t + \theta) \cdot \cos(\omega_r t) \quad (3.7)$$

Die Gleichungen (3.6) und (3.7) können umgeformt werden zu:

$$S_I(t) = \frac{1}{2} D(t) (\cos(\omega_c t - \omega_r t + \theta) - \cos(\omega_c t + \omega_r t + \theta)) \quad (3.8)$$

$$S_Q(t) = \frac{1}{2} D(t) (\sin(\omega_c t - \omega_r t + \theta) + \sin(\omega_c t + \omega_r t + \theta)) \quad (3.9)$$

¹²Der Costas-Loop wurde 1956 von John P. Costas vorgestellt [38].

Da die Differenz $\Delta\omega_e$ zwischen ω_c und ω_r klein ist, ist die erste Winkelfunktion in Gleichungen (3.8) und (3.9) nahezu konstant, während die zweite Winkelfunktion hochfrequent ist. Durch Tiefpassfilterung werden die hochfrequenten Teile eliminiert und es ergibt sich:

$$I(t) = \frac{1}{2}D(t) \cos(\Delta\omega_e t + \theta) \quad (3.10)$$

$$Q(t) = \frac{1}{2}D(t) \sin(\Delta\omega_e t + \theta) \quad (3.11)$$

Mit $I(t)$ und $Q(t)$ kann der Phasenwinkel zwischen Referenzsignal und empfangenem Signal ermittelt werden:

$$\theta_e(t) = \arctan\left(\frac{Q(t)}{I(t)}\right) \quad (3.12)$$

Das Schleifenfilter hat die Aufgabe, $\Delta\theta_e(t)$ zu Null zu regeln. Ist dies der Fall, so strebt der Q-Kanal (3.11) gegen Null, während im I-Kanal (3.10) die Navigationsnachricht $D(t)$ ausgelesen werden kann. Ebenfalls können die Phasen- und Frequenzinformationen ausgelesen werden. Die ermittelte Frequenz und Phase werden in die Code-Regelschleife zurückgeführt und zur Regelung dieser verwendet. Solange die Phasen-Regelschleife dem GNSS-Signal folgen kann, kann das Trägersignal in der Phasenregelschleife beobachtet und dessen Änderung zur Phasenmessung (Φ) integriert werden, die ein Maß für die relative Abstandsänderung zwischen Empfänger und Satellit repräsentiert, jedoch durch die unbekannte Anfangsbedingung eine Mehrdeutigkeit in Form eines vielfachen der Wellenlänge des Signals aufweist (siehe 3.2.3). Die Messung der Trägerphase ist verglichen mit der Code-Messung sehr genau und rauscharm und deshalb für die Weiterverarbeitung des GNSS-Signals von hohem Wert. Können die ganzzahligen Mehrdeutigkeiten bestimmt werden, kann die Phasen-Messung ebenfalls direkt zur Positionierung genutzt werden (Kapitel 3.4.4). Die in der Phasen-Regelschleife bestimmte Dopplerverschiebung f zwischen Empfänger und Satellit kann ebenfalls vielfältig genutzt werden. Unter Anderem ist es mit der Dopplerverschiebung möglich, die Geschwindigkeit des Empfängers zu bestimmen (Kapitel 3.4.2).

Die Beschreibung der Vorgänge in einem GNSS-Empfänger in diesem Kapitel zeigt die prinzipielle Funktion eines Empfängers zum Verständnis der im Folgenden beschriebenen Verarbeitung der gewonnenen GNSS-Signale. Auf die Beschreibung komplexerer Herangehensweisen wie z.B. das Vektor-Tracking wurde bewusst verzichtet, da diese für das generelle Verständnis der Verarbeitungskette von GNSS-Signalen einen untergeordneten Einfluss haben. Aus demselben Grund wurde auf die nicht näher erläuterten Techniken zur initialen Suche und Akquisition der verfügbaren GNSS-Signale verzichtet. Auf ausgewählte Aspekte bzgl. der initialen Signalsuche, die für die weitere Verarbeitung relevant sind, wird in den folgenden Abschnitten eingegangen. Weiterführend die Literatur zum Aufbau und der Funktion von GNSS-Empfängern findet sich u.a. in [39–41].

3.2.3. GNSS-Beobachtungen

Die Signalgewinnung im GNSS-Empfänger entsprechend Abbildung 3.4 gibt die den GNSS-Signalen aufmodulierten digitalen Nachrichteninhalte und die GNSS-Beobachtungen aus. Für die Korrektheit der Nachrichteninhalte ist der GNSS-Betreiber verantwortlich, und der korrekte Empfang der Informationen kann anhand der in den Nachrichten enthaltenen Prüfsummen kontrolliert werden¹³. Auf die Verarbeitung der GNSS-Nachrichteninhalte wird in Abschnitt 3.3.1 eingegangen.

Wie bereits in Abbildung 3.2 dargestellt, werden GNSS-Signale in unterschiedlichen Frequenzbändern abgestrahlt. Diese Frequenzbänder werden mit der Abkürzung RNSS („Radio Navigation Satellite Service“) zusammengefasst. Für den Nutzer stellt sich die Frage, welche dieser Signale er für seine jeweilige Anwendung am besten nutzt. Bislang ist das obere Frequenzband von 1559 MHz bis 1610 MHz das in zivilen Anwendungen überwiegend genutzte Frequenzband, da in diesem Bereich die bislang zivil nutzbaren Signale von GPS (L₁) und GLONASS (G₁)¹⁴ liegen. Ebenfalls bieten GALILEO (E₁) und BEIDOU (B₁) frei empfangbare Signale in diesem Frequenzband an. Das Band wird häufig als L₁ Band abgekürzt, da in der westlichen Welt GPS L₁ C/A das dominierend genutzte Signal war. Das L₁ Band hat für Nutzer aus der Luftfahrt neben den vielen Signalen aller relevanten GNSS den weiteren Vorteil, dass es sich in dem ARNS („Aeronautical Radio Navigation Service“) Frequenzband befindet und damit für Luftfahrtanwendungen verwendet werden darf. Neben dem L₁-Band liegt auch das L₅/E₅-Band in dem ARNS-Band, in dem mit GALILEO E₅/E_{5a}/E_{5b}, GPS L₅, GLONASS G₃ und BEIDOU B₂ Signalen ebenfalls eine Vielzahl an Signalen verfügbar ist. Die Frequenzen GPS L₂ und GLONASS G₂ sind militärischen Nutzern vorbehalten, können jedoch zivil mit sogenannten „Code-freien“ Empfängern verwendet werden. Mit der Verfügbarkeit von Signalen im L₅/E₅-Band ist diesen frei zugänglichen Signalen in aller Regel der Vorzug zu geben. Das E₆-Band wird im Wesentlichen von GALILEO für das PRS¹⁵ Signal für hoheitliche Aufgaben und den kommerziellen Service verwendet und steht zivilen Nutzern nicht zur freien Verfügung.

Besonders bietet sich damit das L₁-Band für Anwendungen mit einer Frequenz an, da in diesem alle globalen Satelliten-Navigationssignale in einem engen Frequenzbereich verfügbar sind. Das L₅/E₅-Band besitzt eine hohe Bandbreite und bietet im Fall von GALILEO die Möglichkeit, das kombinierte E₅(a/b) Signal oder die Signale E_{5a} und E_{5b} einzeln auszuwerten, was für spezielle Anwendungen (z.B. RTK) interessant sein kann. Da diese einen weiten Frequenzabstand bieten, kann für Mehrfrequenzanwendungen vorzugsweise das L₅/E₅-Band in Kombination mit dem L₁-Band verwendet werden, z.B. um ionosphärische Störungen weitgehend zu eliminieren (siehe Abschnitt 3.3.2)¹⁶. Unabhängig von der Frequenz, der Modulation und anderen Merkmalen der GNSS-Signale können die Code- (PR^k) und Phasenmessungen (Φ^k), sowie die Dopplerverschiebung (f^k) grundsätzlich durch die Gleichungen (3.13), (3.14) und (3.15) beschrieben werden.

¹³Die absichtliche Veränderung der GNSS-Nachrichten durch Dritte kann hierdurch nicht ausgeschlossen werden. Hierzu werden für die nicht öffentlich zugänglichen Signale, wie GPS-L₂ P(Y) oder GALILEO PRS Verschlüsselungsverfahren eingesetzt. Für die frei empfangbaren Signale ist keine systemimmanente Lösung vorgesehen. Diese kann z.B. durch die Bereitstellung der Nachrichten oder Prüfinformationen über unabhängige gesicherte Informationskanäle erfolgen.

¹⁴Neben den bislang verwendeten FDMA-Signalen, werden für GLONASS zukünftig auch CDMA-Signale verfügbar sein.

¹⁵PRS, Public Regulated Service

¹⁶Die erhöhte Anzahl der Beobachtungen bei Mehrfrequenzmessungen führt jedoch nicht dazu, dass weniger Satelliten für eine Positionslösung benötigt werden, da diese geometrisch nicht linear unabhängig sind.

$$PR_i^k = \rho_i^k + c \cdot (\Delta t_i - \Delta T^k) + d_{Tropo,i}^k + d_{iono,i}^k + \epsilon_i^k \quad (3.13)$$

$$\Phi_i^k = \rho_i^k + c \cdot (\Delta t_i - \Delta T^k) + d_{Tropo,i}^k - d_{iono,i}^k + \lambda N_i^k + \epsilon_i^k \quad (3.14)$$

$$f_i^k \cdot \lambda = \dot{\rho}_i^k + c \cdot (\dot{\Delta t}_i - \dot{\Delta T}^k) + \dot{\epsilon}_i^k \quad (3.15)$$

PR_i^k	Codemessung des Signals von Satellit k in Meter
Φ_i^k	Phasenmessung des Signals von Satellit k in Meter
f_i^k	Messung der Dopplerverschiebung des Signals von Satellit k in Hz
ρ_i^k	Geometrische Entfernung zwischen Satellit k und Empfänger i
$\dot{\rho}_i^k$	Änderung der Entfernung zwischen Satellit k und Empfänger i
c	Lichtgeschwindigkeit im Vakuum
$\Delta t_i, \dot{\Delta t}_i$	Abweichung und Drift der Uhr des Empfängers i von der GNSS-Zeit in Sekunden
$\Delta T^k, \dot{\Delta T}^k$	Abweichung und Drift der Uhr des Satelliten k von der GNSS-Zeit in Sekunden
$d_{Tropo,i}^k$	Troposphärenfehler zwischen Satellit k und Empfänger i
$d_{iono,i}^k$	Ionosphärenfehler zwischen Satellit k und Empfänger i
λ	Wellenlänge des Trägersignals
N_i^k	Mehrdeutigkeit (unbekannte Anzahl der Wellenzyklen)
ϵ_i^k	Verbleibende (stochastische) Fehlergrößen

Die GNSS-Messungen ergeben sich nach Gleichung (3.13) und (3.14) aus der geometrischen Distanz ρ_i^k vom Satelliten k zum Empfänger i zuzüglich der Fehler, die sich aus den Abweichungen von der GNSS-Zeit der Uhren im Satelliten T^k und dem Empfänger t_i ergeben, sowie der Fehler, die das Signal durch Refraktion beim Durchlaufen der Ionosphäre $d_{iono,i}^k$ und der Troposphäre $d_{Tropo,i}^k$ erfährt und einer Restfehlerkomponente ϵ_i^k , die alle anderen nicht berücksichtigten Fehler enthält. Für die Phasenmessung muss zusätzlich eine unbekannte Anzahl von Wellenzyklen N_i^k berücksichtigt werden¹⁷.

Die gemessene Dopplerverschiebung ergibt sich nach Gleichung (3.15) aus der Entfernungsänderung $\dot{\rho}_i^k$ zwischen dem Empfänger und dem Satelliten, dividiert durch die Wellenlänge, um die resultierende Frequenzänderung zu beschreiben, und der Drift der Empfängeruhr $\dot{\Delta t}_i$. Die Entfernungsänderung $\dot{\rho}_i^k$ ergibt sich aus der Geschwindigkeit von Satellit und Empfänger projiziert auf die Verbindungslinie zwischen beiden (siehe Kapitel 3.4.2). Ionosphäre und Troposphäre beeinflussen die Dopplerverschiebung nicht. Ebenfalls kann die Drift der Satellitenuhr vernachlässigt werden.

Zur weiteren Verarbeitung der GNSS-Messungen müssen die systematischen Fehler in den GNSS-Messungen soweit wie möglich reduziert werden. Zu diesem Zweck können eine Vielzahl verschiedener Verfahren zum Einsatz kommen, deren grundlegenden Prinzipien in den folgenden Abschnitten erläutert werden.

¹⁷ N_i^k ist eine natürliche Zahl. Durch die Bildung von Doppeldifferenzen wird die Mehrdeutigkeit zu einer Zahl aus der Menge der ganzen Zahl (siehe Kapitel 3.4.4).

3.2.4. Modellierung der (Mess-)Unsicherheiten

Zur vollständigen Angabe einer Messgröße gehört neben der Messgröße immer auch eine Angabe über die Messunsicherheit. Eine übliche Form der Angabe ist die Standardabweichung bei Annahme einer Normal- bzw. GAUSS-Verteilung der Messfehler. Sind die in Gleichung (3.13) und (3.14) enthaltenen Fehlerterme ausreichend gut kompensiert und auch die in ϵ_i^k enthaltenen Restfehler hinreichend klein und/oder normalverteilt, so ist diese Annahme für die betrachteten Anwendungszwecke legitim. Für die weitere Verarbeitung und für die Abschätzung der Genauigkeit des Positionierungsergebnisses ist es von entscheidender Bedeutung, eine zutreffende Beschreibung der Standardabweichung jedes einzelnen verarbeiteten Signals zum jeweiligen Zeitpunkt zu ermitteln. Zu diesem Zweck können die einzelnen Fehlereinflussterte in Gleichung (3.13) und (3.14) einzeln betrachtet und unter Beachtung des Fehlerfortpflanzungsgesetzes [42], wie in Gleichung (3.16) angegeben, zusammengefasst werden.

$$\sigma_{PR}^2 = \sigma_{Sat}^2 + \sigma_{Rx}^2 + \sigma_{Iono}^2 + \sigma_{Tropo}^2 + \sigma_{\epsilon}^2 \quad (3.16)$$

Die Berechnung der einzelnen Terme variiert abhängig von den verschiedenen durchgeführten Schritten zur Kompensation der systematischen Fehler in den Messungen und wird für σ_{Sat} , σ_{Iono} , σ_{Tropo} und σ_{ϵ} in dem Abschnitten 3.3.1 bis 3.3.5 jeweils zusammen mit den verschiedenen Korrekturverfahren behandelt.

Da der Fehler der Empfängeruhr als zusätzliche Unbekannte in der Positionsrechnung bestimmt wird, hat dieser keinen Einfluss auf σ_{PR} , sondern wird als Ergebnis der Positionsrechnung bestimmt. Der Term σ_{Rx} modelliert die Fehler, die während des Empfangs der GNSS-Signale im Empfänger auftreten. Dieser Term ist für die Code-Messung wesentlich geprägt durch die Genauigkeit, mit der die DLL arbeitet. Entsprechendes gilt für die Phasenmessung und die PLL. Viele Empfänger, die GNSS-Messungen ausgeben, geben auch je einen Wert für deren Standardabweichung an. Dieser Wert beschreibt üblicherweise die Standardabweichung der Messung in dem Empfänger σ_{Rx} und ist nicht zu verwechseln mit dem Wert für die Standardabweichung σ_{PR} des gesamten Fehlerbudgets des empfangenen GNSS-Signals. Bei Empfängern, die keine expliziten Werte für die Standardabweichung der Messungen mit ausgeben, können diese anhand des Trägersignal-zu-Rausch-Abstand¹⁸ (engl. Carrier to Noise, C/N_0) des empfangenen GNSS-Signals abgeschätzt werden, da durch dieses das Verhalten beider Regelschleifen maßgeblich beeinflussen.

In [43, 44] wird ein Zusammenhang zwischen verschiedenen Auslegungsparametern der DLL und PLL, dem Trägersignal-zu-Rausch-Abstand und der Standardabweichung der Code- und Phasenmessung hergeleitet und beschrieben. Die resultierenden Formeln sind in (3.17) und (3.18) wiedergegeben und können, soweit bekannt, mit den Auslegungsparametern des verwendeten Empfängers angewendet werden. Für einen optimalen Empfänger werden entsprechende Abschätzungen z.B. auch in [27] hergeleitet, aus denen ebenfalls der inverse Zusammenhang mit der Wurzel aus dem Trägersignal-zu-Rausch-Abstand (C/N_0) hervorgeht. Sind die Parameter des Empfängers nicht genau bekannt, muss eine konservative Schätzung vorgenommen werden.

¹⁸Bei modulierten Signalen, wie bei GNSS-Signalen der Fall, ist die Nutzung des Trägersignal-zu-Rausch-Abstands C/N_0 im Gegensatz zum Signal-zu-Rausch-Abstand S/N üblich.

$$\sigma_{Rx,PR} = \sqrt{\frac{\alpha \cdot B_L}{C/N_0} \left[1 + \frac{2}{T \cdot C/N_0} \right]} \cdot \lambda_{code} \quad (3.17)$$

$$\sigma_{Rx,\Phi} = \sqrt{\frac{B_p}{C/N_0} \left[1 + \frac{1}{2 \cdot T \cdot C/N_0} \right]} \cdot \frac{\lambda}{2 \cdot \pi} \quad (3.18)$$

α	Korrelator-Abstand ($\sim 1/8 - 1$) [Chip]
B_L	Bandbreite der DLL [Hz]
B_p	Bandbreite der PLL [Hz]
C/N_0	Träger zu Rausch Abstand [dB-Hz]
T	Integrationszeit der Regelschleife [s]
λ_{code}	Wellenlänge der Codephase [m]
λ	Wellenlänge der Trägerphase [m]

Da durch Gleichung (3.17) und (3.18) nur grob die tatsächlichen Vorgänge in dem jeweiligen Empfänger abgebildet werden, sind, wenn diese verfügbar sind, Ausgaben des Empfängers zu bevorzugen.

3.3. Vorverarbeitung der Messungen

An die Signalgewinnung im GNSS-Empfänger schließt sich entsprechend Abbildung 3.4 die Signalverarbeitung an. Aus Abbildung 3.1 ist zu entnehmen, dass sich diese in zwei wesentliche Verarbeitungsblöcke, die Bahndatenverarbeitung und die Messdatenvorverarbeitung aufteilt, bevor die eigentliche Positionsrechnung durchgeführt wird. In der Bahndatenverarbeitung werden, aus den in den Navigationsnachrichten enthaltenen Informationen, die Positionen der Satelliten und Korrekturwerte für die aus den Abweichungen der Satellitenuhren resultierenden Fehler zu den in der Positionierung benötigten Zeitpunkten berechnet. Erläuterungen für die korrekte Durchführung der Berechnung der Satellitenposition werden in Kapitel 3.3.1 gegeben. In der Messdatenvorverarbeitung werden systematische Fehler der Messdaten korrigiert, geprüft, ob die Daten keine unzulässig großen nicht modellierten bzw. modellierbaren Fehler aufweisen, und die entsprechenden Terme für die Modellierung der Messunsicherheit berechnet.

3.3.1. Berechnung der Satelliteninformationen

Die für die Berechnung der Satellitenposition für einen Zeitpunkt t aus den in den Navigationsnachrichten übertragenen Bahnparametern nötigen Schritte sind in den jeweiligen Schnittstellendokumenten (ICD) der Systembetreiber beschrieben [5, 9, 20, 21]. Wenn die Positionen auf diesem Weg berechnet werden, sollten die beschriebenen Algorithmen exakt eingehalten werden und die angegebenen Fundamentalkonstanten (etwa für die Lichtgeschwindigkeit, Gravitationskonstanten oder π) verwendet werden, da nur in diesem Fall die vom Betreiber angegebenen Genauigkeiten Gültigkeit haben und ebenfalls Korrektursysteme anderer Betreiber wie z.B. SBAS oder GBAS (siehe 3.3.5) eine Verarbeitung nach diesen Schritten voraussetzen.

Daneben sind unabhängig vom verwendeten System einige wichtige Schritte einzuhalten. Es ist sicherzustellen, dass der für die Berechnung verwendete Empfangszeitpunkt im Gültigkeitszeitraum der Ephemeriden liegt und der Satellit als für die Positionierung nutzbar eingestuft ist. Zu diesem Zweck werden in den Navigationsnachrichten der Satelliten bzw. in den Daten der verwendeten Ergänzungssystemen Gültigkeitsintervalle und Statusinformationen ausgegeben. Es muss ebenfalls sichergestellt werden, dass diese Informationen immer aktuell gehalten werden und gerade für sicherheitskritische Anwendungen, dass veraltete Informationen nicht verwendet werden. Zu diesem Zweck müssen durch das System und die Anwendung vorgegebene Alarmierungszeiten ausgewertet werden. Weiter ist zu beachten, dass auch wenn die Ephemeriden eine verhältnismäßig lange Gültigkeitsdauer haben, die Statusinformationen in kürzeren Intervallen geändert werden können.

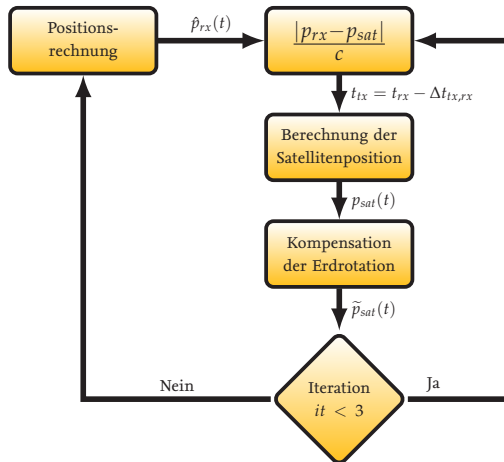


Abbildung 3.11.: Mögliche Berechnung des Sendezeitpunktes

Für die Berechnung der Position zum Empfangszeitpunkt t_{rx} wird nicht die Position des Satelliten zum Zeitpunkt des Signalempfangs benötigt, sondern die Satellitenposition zum Zeitpunkt der Abstrahlung t_{tx} des empfangenen Signals. Die Sendezeit ergibt sich entsprechend Gleichung (3.19) aus der Empfangszeit abzüglich der Laufzeit $\Delta t_{tx,rx}$ bzw. Entfernung zwischen Satellit und Empfänger¹⁹.

$$t_{tx} = t_{rx} - \frac{|p_{rx} - p_{sat}|}{c} \quad (3.19)$$

Ist die Position des Empfängers noch nicht bekannt, wird entsprechend den in Kapitel 3.4 vorgestellten Verfahren die Position iterativ angenähert. Da der Sendezeitpunkt nicht bekannt ist, muss dieser, wie in Abbildung 3.11 dargestellt, ebenfalls iterativ ermittelt werden. Als Startwert für die

¹⁹Die Codemessung ist durch den unbekannten Fehler der Empfängeruhr und die anderen Fehlerterme in Gleichung (3.13) kein geeignetes Maß für die Laufzeit.

Laufzeit kann z.B. die gemessene Pseudoentfernung oder der mittlere Bahnradius der jeweiligen Konstellation gewählt werden. Mit diesem Näherungswert kann eine initiale Schätzung des Sendezeitpunktes erfolgen und in den folgenden Iterationen der Sendezeitpunkt anhand von Formel (3.19) unter Verwendung der Satellitenposition aus der vorangegangenen Iteration berechnet werden. Neben der Berechnung der Satellitenposition muss beachtet werden, dass sich nicht nur der Satellit während der Laufzeit $\Delta t_{IX,rx}$ des Signals bewegt, sondern sich auch der Empfänger durch die Drehung der Erde bewegt. Diese Drehung kann durch die Transformation aus Gleichung (3.20) bis (3.22) kompensiert werden.

$$\tilde{x}_e = x_e \cos(\Theta_e) + y_e \sin(\Theta_e) \quad (3.20)$$

$$\tilde{y}_e = x_e \sin(\Theta_e) + y_e \cos(\Theta_e) \quad (3.21)$$

$$\tilde{z}_e = z_e \quad (3.22)$$

mit

$$\Theta_e = \Omega_e \cdot \Delta t_{IX,rx} \quad (3.23)$$

Hierbei ist Θ_e der Winkel, um den sich die Erde während der Laufzeit $\Delta t_{IX,rx}$ und der Winkelgeschwindigkeit Ω_e dreht. Es hat sich als ausreichend herausgestellt, die Iteration entsprechend Abbildung 3.11 drei Mal zu durchlaufen. Alternativ kann die Änderung der Satellitenposition zwischen zwei Iterationsschritten als Abbruchkriterium herangezogen werden.

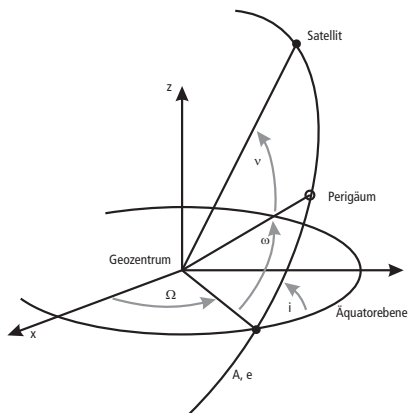


Abbildung 3.12.: Die Ellipse der Satellitenbahn im Raum mit Kepler-Satellitenbahnelementen

GPS, GALILEO und BEIDOU senden die Ephemeriden in Form von Kepler-Satellitenbahnelementen wie in Abbildung 3.12 dargestellt. GLONASS hingegen sendet Satellitenbahnelemente in Form

von Parametern eines Interpolationsalgorithmus. Die Algorithmen zur Berechnung der Satellitenposition sind, wie bereits zu Beginn dieses Abschnitts erwähnt, in den Schnittstellendokumenten enthalten und für die drei Systeme mit Kepler-Satellitenbahnelementen identisch. Die berechneten Ergebnisse beziehen sich jedoch auf das Koordinatensystem des jeweiligen GNSS.

Das Schnittstellendokument von GLONASS definiert neben der Berechnung der Position ebenfalls einen Algorithmus zur Berechnung der Geschwindigkeit des jeweiligen Satelliten. Für die anderen drei Systeme ist in den Schnittstellendokumenten kein entsprechender Algorithmus enthalten. Soll auf Basis der Dopplerverschiebung f_i^k aus Gleichung (3.15) die Geschwindigkeit, wie in Kapitel 3.4.2 beschrieben, berechnet werden, wird jedoch ebenfalls die Geschwindigkeit des Satelliten benötigt. Zur Berechnung der Satellitengeschwindigkeit werden die Gleichungen zur Bestimmung der Position zeitlich abgeleitet. Die resultierenden Formeln, wie sie z.B. [45] entnommen werden können, sind ergänzend zur Berechnung der Satellitenposition und unter Verwendung der Nomenklatur des GPS-Schnittstellendokuments [9] in Gleichung (3.24) bis (3.39) wiedergegeben.

$$\dot{M}_k = n \quad (3.24)$$

$$\dot{E}_k = \frac{\dot{M}_k}{1 - e \cos(E_k)} \quad (3.25)$$

$$v_k = \arctan \left(\frac{\sqrt{1 - e^2} \sin(E_k)}{\cos(E_k) - e} \right) \quad (3.26)$$

$$\dot{\Phi}_k = \dot{v}_k = \frac{\sin(E_k) \dot{E}_k (1 + e \cos(v_k))}{(1 - \cos(E_k)e) \sin(v_k)} \quad (3.27)$$

$$\dot{\delta}u_k = 2 (c_{us} \cos(2\Phi_k) - c_{uc} \sin(2\Phi_k)) \dot{\Phi}_k \quad (3.28)$$

$$\dot{\delta}r_k = 2 (c_{rs} \cos(2\Phi_k) - c_{rc} \sin(2\Phi_k)) \dot{\Phi}_k \quad (3.29)$$

$$\dot{\delta}i_k = 2 (c_{is} \cos(2\Phi_k) - c_{ic} \sin(2\Phi_k)) \dot{\Phi}_k \quad (3.30)$$

$$\dot{u}_k = \dot{\Phi}_k + \dot{\delta}u_k \quad (3.31)$$

$$\dot{r}_k = A e \sin(E_k) \dot{E}_k + \dot{\delta}r_k \quad (3.32)$$

$$\dot{i}_k = \dot{I}DOT + \dot{\delta}i_k \quad (3.33)$$

$$\dot{x}'_k = \dot{r}_k \cos(u_k) - y'_k \dot{u}_k \quad (3.34)$$

$$\dot{y}'_k = \dot{r}_k \sin(u_k) + x'_k \dot{u}_k \quad (3.35)$$

$$\dot{\Omega}_k = \dot{\Omega} - \dot{\Omega}_e \quad (3.36)$$

$$\dot{x}_k = \dot{x}'_k \cos(\Omega_k) - \dot{y}'_k \cos(i_k) \sin(\Omega_k) + \dot{y}'_k \sin(i_k) \sin(\Omega_k) \dot{i}_k - y'_k \dot{\Omega}_k \quad (3.37)$$

$$\dot{y}_k = \dot{x}'_k \sin(\Omega_k) + \dot{y}'_k \cos(i_k) \cos(\Omega_k) - \dot{y}'_k \sin(i_k) \cos(\Omega_k) \dot{i}_k + x'_k \dot{\Omega}_k \quad (3.38)$$

$$\dot{z}_k = \dot{y}'_k \sin(i_k) + \dot{y}'_k \cos(i_k) \dot{i}_k \quad (3.39)$$

Da diese Gleichungen keinen Einfluss auf die Iteration zur Bestimmung der Signallaufzeit entsprechend Abbildung 3.11 haben, kann die Berechnung einmalig zum Abschluss der Iteration durchgeführt werden.

Werden die Navigationsnachrichten des Satelliten zur Berechnung der Satellitenposition verwen-

det, kann die Standardabweichung der Satellitenposition σ_{Sat} ebenfalls aus in der Navigationsnachricht übertragenen Werten berechnet werden. Für GPS werden zu diesem Zweck die URA (User Range Accuracy)²⁰ Werte als Index N codiert übertragen. Die URA werden vom Systembetreiber berechnet und sind in [9] definiert als eine konservative Abschätzung des RMS (Root Mean Square) des SIS-Fehlers²¹, der auch als URE (User Range Error) bezeichnet wird. Aus dem URA-Index N lässt sich der URA-Wert durch Gleichung (3.40) für GPS L1 C/A Code Signale berechnen²².

$$\sigma_{Sat,GPS} = URA = \begin{cases} 2^{(1+\frac{N}{2})} & \text{für } N \leq 6 \\ 2^{(N-2)} & \text{für } 6 < N < 15 \\ \text{unbekannt} & \text{für } N = 15 \end{cases} \quad (3.40)$$

Unter der Annahme einer mittelwertfreien Normalverteilung ist der durch Gleichung (3.40) berechnete RMS-Wert gleich der Standardabweichung $\sigma_{Sat,GPS}$ des SIS-Fehlers.

Im englischen Schnittellendokument für BEIDOU [21] wird die Definition und Berechnung des URA-Wertes identisch übernommen. Der URA-Index wird hier lediglich mit URAI bezeichnet. Eine Definition des SIS-Fehlers bzw. des URAI wird nicht gegeben. Es ist davon auszugehen, dass diese jedoch ebenfalls identisch zu GPS ausfallen wird.

Neben den ursprünglichen im GPS C/A Code übertragenen Navigationsdaten werden auf den GPS-Frequenzen L1C, L2 und L5 die Navigationsdaten im modernisierten CNAV-Format übertragen²³. Bei Verwendung der neueren CNAV-Nachrichten wird der SIS-Fehler erheblich aufwändiger modelliert und mit vom Systembetreiber garantierten Integritätswerten definiert. Die Terme URA aus CNAV multipliziert mit 4.42 definieren eine einhüllende Normalverteilung des URE bei einer Fehlerwahrscheinlichkeit von $1 - 10^{-5}$ pro Stunde. Ist das Integrity Status Flag 1, ist die Fehlerwahrscheinlichkeit $1 - 10^{-8}$ pro Stunde, wenn der Multiplikator 5.73 verwendet wird. Der URA-Wert bzw. dessen Terme werden in diesem Fall als IAURA (Integrity Assured User Range Accuracy) bezeichnet. Der Wert des URA in den CNAV-Navigationsdaten setzt sich aus einem elevations- und einem zeitabhängigen Term zusammen (3.41).

$$\sigma_{Sat,GPS} = URA_{CNAV} = \sqrt{URA_{Ele}^2 + URE_{\Delta t}^2} \quad (3.41)$$

Der Wert URA_{ED} wird nach der Rechenvorschrift aus (3.40) aus dem Index URA_{ED} der Navigationsnachricht berechnet, mit dem Unterschied, dass die Indices von 15 bis -16 definiert sind, wobei 15 und -16 signalisieren, dass der Satellit nicht genutzt werden sollte. Zusätzlich wird dieser Parameter mit der Elevation E des Satelliten skaliert (3.42).

$$URA_{Ele} = \begin{cases} URA_{ED} \cdot \cos(E) & \text{für } E \geq 0 \\ URA_{ED} & \text{für } E < 0 \end{cases} \quad (3.42)$$

²⁰Die Zusammensetzung des URA aus den verschiedenen Einflussfaktoren des Satelliten wird z.B. in [46] diskutiert.

²¹Der SIS-Fehler beinhaltet dabei ausdrücklich keine durch die Atmosphäre hervorgerufenen Fehler.

²²Für die Indices 1, 3, 5 sollten die Werte laut Schnittellendokument auf eine Stelle nach dem Komma gerundet werden.

²³Laut Schnittellendokument [9] dürfen Informationen aus LNAV und CNAV nicht gemeinsam verwendet werden.

Der zeitabhängige Term $URE_{\Delta t}$ setzt sich, abhängig von der Zeitdifferenz Δt zu Bezugszeit t_{op} und Bezugswoche WN_{op} der Navigationsnachricht, aus zwei bzw. drei Komponenten zusammen (3.43).

$$URE_{\Delta t} = \begin{cases} URA_{NED0} + URA_{NED1} \cdot \Delta t & \text{für } \Delta t \leq 93600 \text{ s} \\ URA_{NED0} + URA_{NED1} \cdot \Delta t + URA_{NED2} \cdot \Delta t^2 & \text{für } \Delta t > 93600 \text{ s} \end{cases} \quad (3.43)$$

mit

$$\Delta t = t_{rx} - t_{op} + 604800 \cdot (WN_{rx} - WN_{op}) \quad (3.44)$$

Der konstante Anteil²⁴ URA_{NED0} wird nach derselben Rechenvorschrift wie URA_{ED} aus dem Index für URA_{NED0} berechnet. Die Werte für URA_{NED1} und URA_{NED2} werden wie in Gleichung (3.45) und (3.46) beschrieben aus den entsprechenden URA-Indices N_{NED1} und N_{NED2} berechnet.

$$URA_{NED1} = \frac{1}{2^{(14+N_{NED1})}} \quad (3.45)$$

$$URA_{NED2} = \frac{1}{2^{(28+N_{NED2})}} \quad (3.46)$$

In dem GALILEO-Schnittellendokument bzw. den Navigationsdaten wird der Wert zur Beschreibung des SIS-Fehlers als *SISA* (Signal In Space Accuracy) bezeichnet [20]. Der Wert für *SISA* lässt sich, wie in (3.47) beschrieben, auch bei GALILEO aus einem Index N , der in den Navigationsnachrichten übertragen wird, berechnen²⁵.

$$\sigma_{Sat,GAL} = SISA = \begin{cases} 0.01 \cdot N & \text{für } 0 \leq N \leq 49 \\ 0.02 \cdot (N - 50) + 0.5 & \text{für } 50 \leq N \leq 74 \\ 0.04 \cdot (N - 75) + 1.0 & \text{für } 75 \leq N \leq 99 \\ 0.16 \cdot (N - 100) + 2.0 & \text{für } 100 \leq N \leq 125 \\ \text{nicht definiert} & \text{für } 126 \leq N \leq 254 \\ \text{unbekannt} & \text{für } N = 255 \end{cases} \quad (3.47)$$

SISA ist als Standardabweichung der Fehlereinhüllenden des Signal-in-Space-Fehlers definiert, so dass $\sigma_{Sat,GAL}$ gleich dem Wert von *SISA* ist.

In der GLONASS-Navigationsnachricht ist der Parameter F_T enthalten, der der Schätzung des URA bzw. $\sigma_{Sat,GLO}$ dient. Der Wert des URA, der zwischen 0 bis 15 liegt, wird in diesem Fall anhand einer Tabelle aus dem Schnittellendokument ermittelt. Eine genauere Definition der statistischen Eigenschaften des URA wird in [5] nicht gegeben.

²⁴In [9] wird der Index NED für „Non Elevation Dependent“ verwendet.

²⁵*SISA* ist in der Signal-in-Space ICD Version 1.3 [20] noch nicht abschließend definiert.

Neben der Verwendung der Daten aus den Navigationsnachrichten (Broadcast Ephemeriden) können ebenfalls Daten dritter Anbieter zur Berechnung oder Verbesserung der Satellitenpositionen genutzt werden. Einige ausgewählte Systeme werden in Abschnitt 3.3.5 vorgestellt. Werden entsprechende Daten und Systeme genutzt, muss der Anteil des SIS-Fehlers σ_{Sat} in der Modellierung der Gesamtfehlerverteilung entsprechend der Vorschriften dieser Systeme berechnet werden.

3.3.2. Grundlegende Korrektur von iono- und troposphärischen Fehlern

Auf dem Weg vom Satelliten zum Empfänger durchläuft das GNSS-Navigationssignal verschiedene Schichten der Atmosphäre. Durch die Eigenschaften dieser Schichten werden die Signale wie in Abbildung 3.13 schematisch dargestellt in ihrer Ausbreitung beeinflusst. Unterschieden wird dabei zwischen den frequenzabhängigen Einflüssen, die in der Ionosphäre auftreten, und den frequenzunabhängigen Einflüssen der Troposphäre.

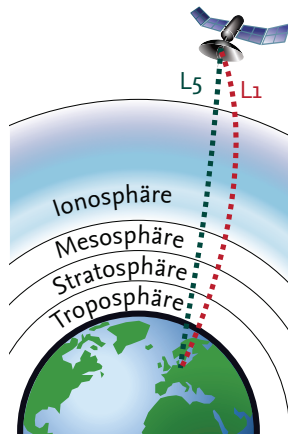


Abbildung 3.13.: GNSS-Signalweg

Die Ionosphäre, die sich in einer Höhe von etwa 50 km bis 2000 km Höhe erstreckt, enthält einen hohen Anteil an ionisierten Gasmolekülen, die als frequenzabhängiges dispersives Medium wirken. Der Grad der Ionisierung hängt stark von der Intensität der X- und UV-Strahlung der Sonne ab und ist damit lang- und kurzzeitigen sowie ortsabhängigen Schwankungen unterworfen. Durch die Änderung der Ionendichte wird der Code der Navigationssignale gebremst und die Phase beschleunigt²⁶. Genaue Beschreibungen der Vorgänge und des Aufbaus der Ionosphäre bezogen auf GNSS finden sich u.a. in [27, 44]. Die Verzögerung führt zu einem Fehler in der Code- und Phasenmessung wie in Gleichung (3.13) und (3.14) beschrieben. Da der ionosphärische Fehler einen wesentlichen Einfluss auf die Genauigkeit der Positionierung hat, muss dieser korrigiert werden. Zu diesem Zweck können unterschiedliche Verfahren eingesetzt werden.

²⁶In diesem Zusammenhang wird von Code-Phase-Divergenz gesprochen. Dieser Effekt muss bei allen Verarbeitungsschritten, die Code- und Phasenmessung gleichzeitig nutzen, berücksichtigt werden.

Um den Ionosphärenfehler durch Messung aus Gleichung (3.13) zu eliminieren, können Mehrfrequenzmessungen eingesetzt werden. Der Ionosphärenfehler $d_{iono,i}^k$ ist umgekehrt proportional zum Quadrat der Frequenz (3.48).

$$d_{iono,i}^k = \frac{A}{f_i^2} \quad (3.48)$$

Damit kann der Ionosphärenfehler aus Gleichung (3.13) durch Kombination zweier Signale eines Satelliten auf unterschiedlichen Frequenzen eliminiert werden, indem die Signale entsprechend Gleichung (3.49) bzw. (3.50) kombiniert werden.

$$PR_{I,free} = \frac{PR_1 - \gamma \cdot PR_2}{1 - \gamma} \quad \text{mit} \quad \gamma = \frac{f_2^2}{f_1^2} \quad (3.49)$$

bzw.

$$PR_{I,free} = \frac{f_2^2 \cdot PR_2 - f_1^2 \cdot PR_1}{f_2^2 - f_1^2} \quad (3.50)$$

Die Indices in Gleichung (3.49) und (3.50) stehen für das Signal der Codemessung PR_i und die Frequenz des Signals f_i . Werden Gleichung (3.13) und (3.48) in Gleichung (3.50) eingesetzt, ergibt sich Gleichung (3.51).

$$PR_{I,free} = \rho + c \cdot (\Delta t - \Delta T) + d_{Tropo} + \frac{f_2^2}{f_2^2 - f_1^2} \cdot \epsilon_2 - \frac{f_1^2}{f_2^2 - f_1^2} \cdot \epsilon_1 \quad (3.51)$$

Es ist ersichtlich, dass der Ionosphärenfehler durch die Signalkombination eliminiert wurde. Die Fehleranteile, die nicht frequenzabhängig und nicht signalabhängig sind, bleiben erhalten²⁷. Die signalabhängigen Fehler ϵ_i addieren sich entsprechend dem Faktor aus den Trägerfrequenzen nach Gleichung (3.51). Unter der Annahme, dass ϵ_i eine mittelwertfreie normalverteilte Variable ist, ergibt sich die Standardabweichung der signalabhängigen Restfehler nach Gleichung (3.52).

$$\sigma_{I,free} = \sqrt{\left(\frac{f_2^2}{f_2^2 - f_1^2} \cdot \sigma_2\right)^2 + \left(\frac{f_1^2}{f_2^2 - f_1^2} \cdot \sigma_1\right)^2} \quad (3.52)$$

$$\sigma_{iono} = 0 \quad (3.53)$$

$\sigma_{I,free}$ ersetzt die Anteile σ_{Sat}^2 und σ_{Rx}^2 aus Gleichung (3.16), die in Gleichung (3.52) als σ_1 und σ_2 für die jeweilige Messung eingehen. Dies bedeutet eine Erhöhung des signalabhängigen Rauschens

²⁷Da die Signale im Satelliten unterschiedlich hohe Verzögerungen z.B. aufgrund der Signalwege erfahren, müssen diese als „Inter Signal Bias“ oder „Time Group Delay“ bezeichneten Fehler bei der Nutzung mehrerer Frequenzen kompensiert werden. Informationen dazu sind in den entsprechenden Schnittstellendokumenten enthalten.

von $PR_{I,free}$ gegenüber den Einzelmessungen. Hingegen kann der Term σ_{Iono} aus Gleichung (3.16) zu Null gesetzt werden. Auf diesem Weg ist somit eine annähernd vollständige Kompensation des Ionosphärenfehlers möglich. Sie setzt jedoch einen GNSS-Empfänger voraus, der GNSS-Signale auf mehreren Frequenzen empfangen kann. Wie bereits diskutiert, kann durch die Nutzung mehrerer Frequenzen die Störempfindlichkeit steigen, und die Präzision (Rauschen) der berechneten Position steigt, zugunsten einer erhöhten Genauigkeit an. Da die Präzision durch die Fusion mit anderen Sensoren, auf die in Kapitel 5 eingegangen wird, leicht verbessert werden kann, ist dies in diesem Kontext nicht als Nachteil zu werten.

Für Nutzer, die lediglich eine Frequenz zur Verarbeitung messen, müssen andere Verfahren angewendet werden. Zu diesem Zweck bieten die Betreiber von GPS, GALILEO und BEIDOU in den Navigationsnachrichten Parameter für globale Modelle der Ionosphäre an. Durch den globalen Charakter der Modelle bei gleichzeitig wenigen Parametern ist mit diesen Modellen keine Korrektur kleinräumiger und regionaler Effekte möglich. Diese kleinräumigen Effekte können erheblichen Einfluss auf die Positionierung ausüben, weshalb die in den Navigationsnachrichten übertragenen Modelle nicht für alle Anwendungen geeignet sind.

GLONASS bietet kein Modell der Ionosphäre an²⁸. Jedoch handelt es sich bei den Modellen der anderen Systeme um Modellierungen des ionosphärischen Einflusses, die unabhängig vom verwendeten System sind und somit auch unter Beachtung der Frequenzen auf Signale anderer Systeme angewendet werden können²⁹.

GALILEO überträgt in seinen Navigationsnachrichten drei Parameter einer komplexen dreidimensionalen Modellierung der Elektronendichte und der resultierenden Verzögerung des Signals in der Ionosphäre nach einer Variante des *NeQuick*-Modells [47, 48]. Das Modell hat aufgrund seiner Komplexität ein umfangreiches separates Schnittstellendokument [48]. In dem Modell erfolgt eine Einteilung der Erde in fünf Regionen. Für jede dieser fünf Regionen wird in den Navigationsnachrichten zusätzlich ein Bit übertragen, das signalisiert, ob das Modell zuverlässige Werte für die jeweilige Region liefert³⁰. Im Entwicklungsstand von Galileo nach [20] und [48] sowie dritten Quellen ist keine belastbare Beschreibung zur Restfehlerabschätzung von σ_{Iono} enthalten.

GPS überträgt in den LNAV und CNAV-Navigationsnachrichten acht Parameter für ein Ionosphärenmodell nach Klobuchar [49, 50]. Das Modell wurde in Hinsicht auf rechentechnische Komplexität und wenige Übertragungsparameter gewählt und ist im GPS-Schnittstellendokument [9] beschrieben. BEIDOU verwendet ein identisches Modell [21]. Das Klobuchar-Modell vereinfacht die Ionosphäre auf eine dünne Schicht in 350 km Höhe. Die berechnete ionosphärische Verzögerung berechnet sich aus dem Ort und der Zeit des Durchtrittspunkts (IPP, **I**onospheric **P**ierce **P**oint), der Durchtrittslänge bzw. den Winkel und einer Mappingfunktion, die sich aus den acht Parametern und der lokalen Tageszeit ergibt.

Der charakteristische Verlauf des Klobuchar-Modells ist in Abbildung 3.14 dargestellt. In der Nacht liegt die Verzögerung bei 5 ns ohne Sonneneinstrahlung. Die Verzögerung steigt mit zunehmender Sonnenstrahlungsintensität bis 14 Uhr Lokalzeit an und sinkt anschließend wieder bis auf die

²⁸GLONASS sieht von Anfang an die Korrektur mit Mehrfrequenzmessungen als Maßnahme vor, da die Signale G1 und G2 seit ihrer Einführung frei empfangbar sind.

²⁹Bei Verwendung systemfremder Ionosphärenmodelle gelten die Performance-Garantien der Systembetreiber nicht mehr uneingeschränkt.

³⁰Im Stand [20] des GALILEO Schnittstellendokuments (ICD) ist diese Warnfunktion noch nicht implementiert.

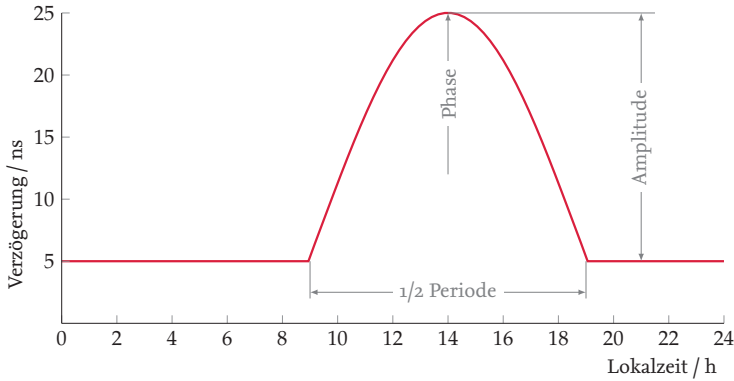


Abbildung 3.14.: Charakteristischer Verlauf des Klobuchar-Modells

nächtliche Verzögerung ab. Wird ein Signal mit einer anderen Frequenz als L_1 verwendet, muss der berechnete Korrekturwert mit einem entsprechenden Faktor multipliziert werden. Wie bei GALILEO enthält das GPS-Schnittstellendokument keine Abschätzung über den Restfehler. Für das Klobuchar-Modell und die in der GPS-Nachricht übertragenen Parameter, kann eine Abschätzung der Standardabweichung des Restfehlers, dargestellt in Gleichung (3.54), aus der SBAS-Schnittstellendefinition [17] entnommen werden.

$$\sigma_{Iono} = MAX \left(\frac{c \cdot T_{Iono}}{5}, F_{pp} \cdot \tau_{vert} \right) \quad (3.54)$$

$$\tau_{vert} = \begin{cases} 9.0m & 0 \leq |\Phi_m| \leq 20 \\ 4.5m & 20 < |\Phi_m| \leq 55 \\ 6.0m & 55 < |\Phi_m| \leq 90 \end{cases} \quad (3.55)$$

$$F_{pp} = \sqrt{1 - \left(\frac{R_e \cos(E)}{R_e + h_I} \right)^2} \quad (3.56)$$

- c Lichtgeschwindigkeit im Vakuum [9]
- T_{Iono} Ionosphärische Verzögerung in Sekunden [9]
- Φ_m Breitengrad entsprechend dem Klobuchar-Modell [9]
- R_e Angenäherter Erdradius 6378136,3 m
- h_I Höhe der ionosphärischen Schicht 350 km
- E Elevation des Satelliten in Grad

In [51] werden die Korrekturen durch das NeQuick-G-Modell und das Klobuchar-Modell analysiert.

Demnach korrigiert das Klobuchar-Modell im Mittel etwa 44 % des Ionosphärischen Fehlers, während das NeQuick-G Modell im Mittel etwa 73 % des Fehlers korrigiert. Die zukünftige Nutzung des NeQuick-G-Modells erscheint damit trotz der geringeren Parameteranzahl als sehr vielversprechend. Aufgrund der kurzen Verfügbarkeit und praktischen Erfahrung im Bereich der Satelliten-navigation hat das Modell bislang keine Anwendung in internationalen Normen und Vorschriften gefunden.

Neben den Modellen zur Ionosphärenkorrektur der GNSS-Betreiber bieten ergänzende Systeme Möglichkeiten zur Korrektur des ionosphärischen Fehlers an. In Kapitel 3.3.5 werden einige dieser Systeme vorgestellt.

Neben dem frequenzabhängigen Fehler durch die Ionosphäre wird als zweiter wesentlicher atmosphärischer Einfluss der frequenzunabhängige troposphärische Fehler in (3.13) berücksichtigt. Der troposphärische Fehler entsteht durch Refraktion die in der Troposphäre und der unteren Stratosphäre, durch die zunehmende Dichte der Atmosphäre und den Wasserdampfgehalt hervorgerufen wird. Der auf Wasserdampf zurückzuführende Anteil am Troposphärenfehler, der auch als Nass-Anteil bezeichnet wird, ist auf die unteren 11 km Höhe beschränkt und trägt etwa 10 % zum Gesamtfehler bei. Da dieser Anteil starke lokale Variationen aufweist, kann er mit globalen Modellen nur mäßig gut korrigiert werden. Der dichteabhängige Anteil wird auch als Trockenanteil bezeichnet und unterliegt weniger starken Schwankungen. In keinem Schnittstellendokument der betrachteten GNSS wird ein Modell zur Kompensation des troposphärischen Fehlers definiert. Bekannte Modelle zur Kompensation des troposphärischen Fehlers sind unter anderem die Modelle nach Hopfield [52], Saastamoinen [53], Niell³¹ [54] und Collins [55]. Für NATO-Nutzer wird des Weiteren im NATO-Standard STANAG 4294 [46] ein Modell angegeben. Das Modell nach Collins ist ebenfalls im SBAS-Standard [17] enthalten. Neben der Definition des Modells zur Berechnung des Korrekturterms $d_{Tropo,i}^k$ aus Gleichung (3.13) ist wie für die Ionosphäre ebenfalls ein Modell zur Berechnung der Standardabweichung des Restfehlers enthalten, das in Gleichung (3.57) wiedergegeben ist.

$$\sigma_{Tropo} = \sigma_{TVE} \cdot m(E) \quad (3.57)$$

$$m(E) = \begin{cases} \frac{1.001}{\sqrt{0.002001 + \sin^2(E)}} & \text{für } E \geq 4 \\ \frac{1.001}{\sqrt{0.002001 + \sin^2(E)}} \cdot (1 + 0.015 \cdot \text{MAX}(0, 4 - E)^2) & \text{für } 4 > E \geq 2 \end{cases} \quad (3.58)$$

σ_{TVE} Vertikaler troposphärischer Restfehler 0.12 m

Die Abschätzung der Standardabweichung des Restfehlers σ_{Tropo} ist nach diesem Modell ausschließlich von der Elevation E , unter der der GNSS-Satellit beobachtet wird, abhängig. Da die Modelle für die troposphärischen Fehler keine vom konkreten GNSS abhängigen Modellierungen enthalten, können die Modelle für alle GNSS gleichermaßen angewendet werden. Werden genauere Korrekturen für die Troposphäre und dabei speziell für den Nass-Anteil benötigt, müssen lokale Korrektursysteme, wie in Kapitel 3.3.5 vorgestellt, bemüht werden, um die kleinräumigen Störeffekte

³¹Das Niell-Modell ist das aktuell vom GALILEO-Systembetreiber verwendete Modell.

berücksichtigen zu können.

3.3.3. Weitere Fehlereinflüsse in GNSS-Signalen

Neben den betrachteten Fehlern, die durch das Satellitensystem und die Atmosphäre hervorgerufen werden, existieren weitere Fehlerquellen. Eine der signifikantesten Fehlerquellen ist der Mehrwegempfang bzw. die Mehrwegeausbreitung (engl. Multipath), deren Wirkung im Empfänger bereits in Kapitel 3.2.2 vorgestellt wurde. Bei Mehrwegeausbreitung wird neben dem Signal, das direkt empfangen wird, ein oder mehrere reflektierte Signale empfangen, wie in Abbildung 3.15a dargestellt ist.

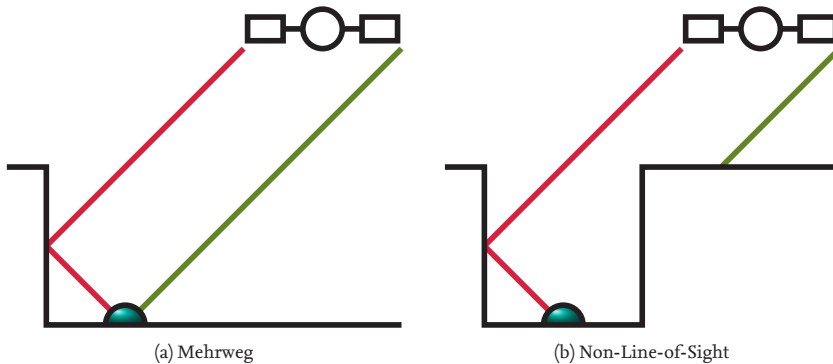


Abbildung 3.15.: Formen des Mehrwegempfang

Hierdurch kommt es zu einer Deformation der Korrelationsfunktion, die zu einem Fehler in der Messung führt. Der Fehler, der durch Mehrwegeausbreitung entsteht, ist ein unbekannter Offset in der Messung. Sein maximaler Wert ist von der verwendeten Modulation bzw. der Korrelationsfunktion abhängig. Beispielsweise kann der Fehler der Mehrwegeausbreitung bei BPSK-Modulation theoretisch bis zu 1,5 der Länge eines Chips der Codemessung und bis zu $1/4$ der Wellenlänge bei der Phasenmessung betragen [30]. Bei größeren Verschiebungen findet keine Deformation des Verlaufs der Korrelationsfunktion im für das Tracking relevanten Bereich mehr statt. Üblicherweise liegen die beobachteten Fehler jedoch erheblich unter den theoretisch möglichen maximalen Fehlern.

Ähnlich dem Mehrwegempfang ist der Empfang von ausschließlich reflektierten Signalen, wenn das direkte Signal, wie in Abbildung 3.15b gezeigt, z.B. durch Bebauung abgeschattet ist. In diesem Fall wird zur Unterscheidung von „Non-Line-of-Sight“-Empfang gesprochen, und es kommt bei einem einzelnen Signal nicht zu einer Deformation der Korrelationsfunktion, so dass der Fehler nicht durch diese Eigenschaft identifiziert werden kann. Der Einfluss beider Fehlerfälle wird im Weiteren unter Mehrwegempfang zusammengefasst betrachtet. Da in beiden Fällen eine Modellierung und Kompensation der Fehler in der Regel nicht möglich ist, werden die Signale für eine präzise Positionsbestimmung unbrauchbar, sobald ein signifikanter Anteil Mehrwegempfang das

Signal stört. Da der Mittelwert des Fehlers im Allgemeinen ebenso unbekannt ist wie sein Rauschen, ist eine Modellierung mit stochastischen Modellen nicht zielführend. Das Ziel zur Behandlung von Mehrwegempfang ist es entweder den Fehlereinfluss beim Empfang durch Antennendesign oder aktives Beamforming zu unterdrücken [33, 34] oder die fehlerhaften Signale zu identifizieren und aus der Positionsrechnung auszuschließen. Zur Identifizierung der fehlerhaften Signale werden Verfahren unterschieden, die im Empfänger anhand von Informationen aus dem Korrelationsvorgang arbeiten und Verfahren, die anhand der Eigenschaften der fehlerhaften Messungen versuchen, diese zu identifizieren. Erstere werden z.B. in [32] diskutiert. Gut geeignet für die Detektion von Mehrwegempfang durch Messdatenanalyse sind z.B. Verfahren, die Code- und Phasenmessung vergleichen (Code-Minus-Carrier, CmC). Beispiele für diese Verfahren werden in Kapitel 3.3.4 vorgestellt.

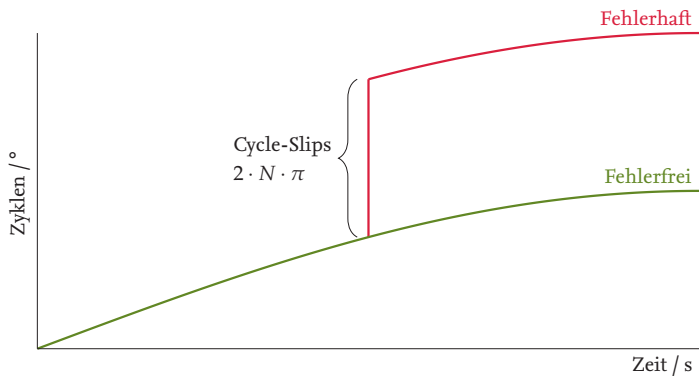


Abbildung 3.16.: Cycle-Slips

Wird die Phasenmessung zur Positionierung oder deren Verbesserung verwendet, müssen weitere mögliche Fehler der Trägerphasenmessung Φ berücksichtigt werden. Unter gestörten Empfangsbedingungen kann es dazu kommen, dass der Empfänger kurzzeitig die Trägerphase nicht korrekt verfolgt und dadurch eine ganzzahlige Anzahl von Phasendurchgängen nicht registriert. Dieser Effekt wird als „Cycle-Slip“ bezeichnet und tritt mit abnehmendem C/N_0 vermehrt auf. Ebenso wie bei Mehrwegempfang lassen sich Cycle-Slips nicht vorhersagen und quantifizieren. Das Ziel ist deshalb, ebenfalls Cycle-Slips durch Beobachtung der Messungen zu detektieren und zu korrigieren oder zu eliminieren.

Neben Mehrwegempfang und Cycle-Slips existieren eine Vielzahl weiterer Effekte, die zu Fehlern in der Positionsbestimmung führen können und die dann relevant werden, wenn Genauigkeiten geringer als einige Zentimeter angestrebt werden. Beispiele hierfür sind z.B. der „Phase wind up“, der aus der zirkularen Polarisierung der Signale resultiert. Wird die Empfangs- oder Sendeantenne gedreht, entsteht entsprechend der Drehung und abhängig von Einfallswinkel eine Verschiebung der Phase. Ebenfalls spielen Verformungen der Erde aufgrund der Gezeitenkräfte und der Himmelskörperdynamik, ebenso wie die kurzzeitigen Taumelbewegungen der Erddrehachse eine Rolle. Diese speziellen Effekte können entsprechender Spezialliteratur z.B. [56] entnommen werden.

3.3.4. Prüfungen auf Signalebene

Die Prüfung der Signalmessungen, bevor sie in der Positionsrechnung verarbeitet werden, verfolgt den Zweck, möglichst alle fehlerhaften Signale auszuschließen, bevor die Positionsrechnung bzw. die Fusionsfilter durch diese korruptiert werden. Um die Messungen an diesem Punkt der Verarbeitungskette prüfen zu können, stehen prinzipiell drei Möglichkeiten zur Verfügung:

- Redundante Informationen aus den Messgrößen,
- Statusinformationen aus dem Empfangsvorgang und
- modellbasierte Vorhersagen der Erwartungswerte und Messungen anderer Sensoren.

Die ersten beiden Möglichkeiten bieten den Vorteil, dass sie universell unabhängig von der Anwendung und der Parametrisierung von Modellen eingesetzt werden können. Bei allen drei Möglichkeiten ist es in der Regel schwierig, eine Abschätzung zu liefern, wie hoch die Wahrscheinlichkeit eines nicht detektierten Fehlers ist ³².

Messgröße	Distanz	Entfernungs- änderung	Geschwindigkeit
PR [m]	PR	ΔPR	$\frac{\Delta PR}{\Delta t}$
Φ [m]	$\Phi - \lambda N$	$\Delta \Phi$	$\frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$
f [Hz]	—	$f \cdot \lambda \cdot \Delta t$	$f \cdot \lambda$

Tabelle 3.1.: Verknüpfung der GNSS-Messgrößen (ohne Fehlereinflüsse)

Tabelle 3.1 fasst die möglichen Verknüpfungen bzw. Redundanzen zwischen Codemessung PR , Phasenmessung Φ und Dopplerverschiebung f ohne zusätzliche Fehlereinflüsse zusammen. Es ist zu erkennen, dass bestimmte Kombinationen der Signale Vorteile bieten. Die Kombination von Code- und Phasenmessung verstärkt nicht das Rauschen der Terme durch Differenzbildung, hat jedoch den Nachteil, dass die Mehrdeutigkeiten N in dem Ergebnis enthalten sind. Die Differenz aus Code- und Phasenmessung wird in der Regel als CmC (Code minus Carrier) bezeichnet. Werden in Gleichung (3.13) und (3.14) eine zusätzliche Unbekannte $M_{i,PR}^k$ bzw. $M_{i,\Phi}^k$ für Mehrwegfehler eingefügt, ergibt sich Gleichung (3.59).

$$PR_i^k - \Phi_i^k = 2 \cdot d_{iono,i}^k + \lambda \cdot N_i^k + \epsilon_{i,PR,\Phi}^k + M_{i,PR,\Phi}^k \quad (3.59)$$

³²Ist dies nicht möglich, kann die Wirkung auf die Integrität nicht quantifiziert werden, und es kann nicht von einer Integritätsprüfung gesprochen werden. Die Wirkung auf das Gesamtsystem ist in diesem Fall eher robustifizierend, und die Quantität der Fehler kann begrenzt werden.

Aus Gleichung (3.59) ist zu erkennen, dass neben der unbekannten Mehrdeutigkeit N und dem kombinierten Restfehler $\epsilon_{i,PR,\Phi}^k$ der Ionosphärenfehler $d_{iono,i}^k$ durch die unterschiedliche Wirkung auf Code und Phase doppelt in das Ergebnis eingeht. Da sich der Mehrwegempfang um einige Größenordnungen stärker in der Code- als in der Phasenmessung auswirkt, wird der Wert $M_{i,PR,\Phi}^k$ von dem Fehler der Codemessung dominiert. Wird weiterhin berücksichtigt, dass sich bei dem Auftreten von Mehrwegempfang $M_{i,PR,\Phi}^k$ erheblich schneller und stärker ändert als die anderen Terme in Gleichung 3.59, kann über die Beobachtung der zeitlichen Veränderung des CmC auf das Auftreten von Mehrwegempfang geschlossen werden. Es ist ersichtlich, dass der Vergleich des CmC gleichbedeutend mit der Differenzbildung der Distanzänderungen von Code- und Phasenmessung aus der mittleren Spalte von Tabelle 3.1 ist.

$$\Delta PR_i^k - \Delta \Phi_i^k = \epsilon_{i,\Delta PR,\Delta \Phi}^k + \Delta M_{i,PR-\Phi}^k \quad (3.60)$$

Das Ergebnis von Gleichung (3.60) kann z.B. mit einem Schwellenwert verglichen werden. Alternativ kann die Historie der CmC -Werte für die Fehlerdetektion herangezogen werden. Generell besteht bei dieser und den folgenden Prüfungen ein Initialisierungsproblem, da nicht ohne Weiteres angenommen werden kann, dass zu Beginn der Beobachtungen ungestörte Verhältnisse vorliegen und somit nicht unterschieden werden kann, ob der Beginn oder das Ende der Störung detektiert wird. Da sich gerade in bewegten Szenarien der Einfluss des Mehrwegempfangs schnell ändert, kann dies z.B. als Kriterium mitverwendet werden. In statischen Applikationen kann die Änderung des Mehrwegempfangs durch die Satellitenbewegung beobachtet werden. In beiden Fällen können zusätzlich die Statusinformationen des Empfängers, speziell das C/N_0 , als Indikatoren herangezogen werden.

Als dritte Messgröße steht die Dopplerverschiebung des GNSS-Signals zur Verfügung. Je nach Empfänger Aufbau ist diese unterschiedlich stark mit der Phasenmessung korreliert. Sie kann ebenfalls als geeignetes Kriterium zur Beurteilung von Signalstörungen dienen, da sie unempfindlich gegen viele Störungen z.B. durch die Atmosphäre ist. Ein möglicher Ansatz ist, entsprechend Gleichung (3.61) die Entfernungsänderung der Codemessung mit dem aus der Dopplerverschiebung für die gleiche Zeitspanne errechneten Wert zu vergleichen und gegen einen Schwellenwert Th_{Cmf} zu testen.

$$\left| \Delta PR_i^k - \frac{f_t + f_{t-1}}{2} \cdot \lambda \cdot \Delta t \right| < Th_{Cmf} \quad (3.61)$$

Alternativ kann entsprechend Gleichung (3.62) der Quotient aus diesen Werten betrachtet werden.

$$\left| \frac{\frac{\Delta PR_i^k}{\Delta t}}{\frac{f_t + f_{t-1}}{2} \cdot \lambda} - 1 \right| < Th_{Cqf} \quad (3.62)$$

Das Überschreiten des Schwellenwerts stellt im Fall der Codemessung ein weiteres Indiz für fehlerhafte Messungen vor allem auf Grund von Mehrwegempfang dar. Der entsprechende Vergleich

mit Phasen- anstatt Codemessungen kann, mit angepassten Schwellenwerten, als Indiz für das Auftreten von Cycle-Slips dienen³³. Neben der Dopplerverschiebung können ebenfalls die Zeitreihen der Signale und deren Änderungen analysiert werden, um unerwartete Sprünge in den Daten zu detektieren. Dieses Vorgehen wird besonders häufig für die Detektion von Cycle-Slips angewendet. Werden Signale auf mehr als einer Frequenz empfangen, können ebenfalls diese Signale direkt miteinander verglichen werden, da sich Fehler wie Mehrwegempfang und Cycle-Slips durch ihre unterschiedlichen Code- bzw. Phasenlängen üblicherweise unterschiedlich auswirken.

Neben den Code-, Phasen- und Dopplermessungen werden vom Empfänger üblicherweise weitere Informationen aus der Signalgewinnung ausgegeben. Der Empfänger gibt meist als bool'sche Werte die Gültigkeit der einzelnen Messungen an. Neben der Empfangszeit, auf die in Abschnitt 3.3.6 näher eingegangen wird, ist das Trägersignal-zu-Rausch-Verhältnis C/N_0 für die Beurteilung der Messgrößen von besonderem Interesse. Es ist ein direktes Maß für die Verlässlichkeit von GNSS-Signalen, da dieses einen direkten Einfluss auf die Signalgewinnung hat. Für ein verlässlich empfangenes Signal kann in der Regel ein C/N_0 von mehr als 35 dB angenommen werden. Bei Werten von weniger als 32 dB kann meist nicht mehr von einem fehlerfreien Empfang ausgegangen werden. Als zusätzliches Indiz kann auch die Änderung des C/N_0 herangezogen werden, da plötzliche negative Veränderungen auf eine einsetzende Signalstörung hinweisen.

Üblicherweise werden vom Empfänger zwei weitere Statuswerte für die Phasenmessung zur Verfügung gestellt: Die „Locktime“ und das „Loss-of-Lock“-Bit. Die „Locktime“ gibt an wie lange der Empfänger die Trägerphase ohne detektierte Unterbrechung empfangen hat. Das „Loss-of-Lock“-Status-Bit wird gesetzt, wenn der Empfänger die Phasendurchgänge nicht korrekt verfolgen konnte. Da die Ausgaben redundant sind, können beide Darstellungen aus der jeweils anderen reproduziert werden. Die Überwachung und Behandlung dieser Informationen ist bei jeglicher Verwendung der Phase (Glättung, Signalprüfung und Positionierung) erforderlich.

Ein wichtiges Kriterium, das bei der Kenntnis der ungefähren Position des Empfängers berechnet werden kann, ist die Elevation des Satelliten aus Sicht des Empfängers. Wird ein Satellit unter einer geringen Elevation beobachtet, so ist der Weg seines Signals durch die Iono- und Troposphäre besonders lang, und die Fehler können in der Regel durch Modelle, wie in Kapitel 3.3.2 vorgestellt, nicht gut kompensiert werden. Dazu kommt, dass flach auf die Antenne treffende Signale anfälliger für Reflektionen und damit für Mehrwegempfang sind. Häufig werden aus diesem Grund Signale unter 5° Elevation von der Verarbeitung gänzlich ausgeschlossen.

3.3.5. Ergänzungssysteme und Korrekturdaten

In den vorangegangenen Abschnitten wurden die wichtigsten Fehlereinflüsse in GNSS-Signalen vorgestellt und Wege, diese ohne zusätzliche Informationen teilweise oder ganz zu korrigieren. Zusätzlich können ergänzende Systeme hinzugezogen werden, die zusätzliche Möglichkeiten zur Korrektur und Aufwertung der GNSS-Signale anbieten. Diese Systeme werden als differenzielle Korrektursysteme kurz DGNS bezeichnet, da sie mit Hilfe von Netzwerken aus Referenzempfängern Korrekturdaten oder Vergleichsmessungen bestimmen und diese an den Nutzer übertragen. Die Systeme können nach einer Vielzahl von Kriterien unterschieden werden, wie z.B. das Ver-

³³In beiden Fällen wird davon ausgegangen, dass das Intervall Δt hinreichend klein gehalten wird, um die Dynamik des Vehikels als linear beschleunigt annehmen zu können.

breitungsgebiet, den Verbreitungsweg, die Protokolle und Nachrichteninhalte, sowie die zeitliche Verfügbarkeit. Ein weiterer wichtiger Unterschied ist, ob Korrekturen für die einzelnen Fehlerterme und Modelle übertragen werden, oder ob alle Fehler zusammengefasst korrigiert werden. Die Gesamtfehlerkorrektur bietet einen einfachen Weg, wenn nur ein eng begrenztes Gebiet von den Korrekturinformationen abgedeckt wird, da in diesem Fall davon ausgegangen wird, dass die korrigierten Fehler im Abdeckungsbereich an allen Stellen identisch sind. Die Zerlegung in Fehlerterme und Modelle lässt die Abdeckung eines weiten Bereichs zu, da für jede Position im Abdeckungsgebiet die Korrekturen separat berechnet werden. Dies geht mit einer erhöhten Komplexität in der Berechnung und Verarbeitung, sowie mit einem höheren Datenaufkommen einher, bietet jedoch mehr Optionen in der Verarbeitung und Modellierung für einen größeren Abdeckungsbereich.

SBAS

SBAS steht für **S**pace **B**ased **A**ugmentation **S**ystem. SBAS wird gegenüber anderen Korrekturdatensystemen durch den Übertragungskanal der Korrekturinformationen über Satellitensignale abgegrenzt. Der Name SBAS wird als Synonym für die mit Fokus auf die Luftfahrt entwickelten Systeme verwendet, die entsprechend der Luftfahrtvorschrift RTCA DO229 [17] arbeiten, wie das amerikanische Wide Area Augmentation System (WAAS) oder das europäische European Geostationary Navigation Overlay Service (EGNOS). Daneben existieren weitere Systeme wie *OmniSTAR* der Firma Trimble oder *StarFire* der Firma John Deere, die kommerzielle Korrekturmöglichkeiten mit weltweit hoher Abdeckung anbieten.

Das SBAS nach DO229D [17], auf das im Folgenden eingegangen wird, ist ein Korrektursystem für GPS-Signale auf der L₁ Frequenz, das für die Nutzung mit weiteren GNSS und Frequenzen erweitert wird. SBAS-Signale werden auf der L₁ Frequenz ausgesendet und können so ohne zusätzliche Antenneninstallationen von geeigneten GNSS-Empfängern, zusammen mit den GNSS L₁ Signalen empfangen werden. Das System wurde für den Einsatz in der Luftfahrt entwickelt, definiert und zugelassen. Entsprechend leiten sich viele der in dem Schnittstellendokument [17] gemachten Vorschriften, wie die Gültigkeitsintervalle der Nachrichteninhalte, aus Anforderungen der Luftfahrt ab. Nichts desto trotz kann das System ebenfalls für Anwendungen außerhalb der Luftfahrt eingesetzt werden. In diesem Fall kann, wenn es entsprechend der für die Anwendung geltenden Anforderungen möglich ist, von den Vorschriften zur Verarbeitung der SBAS-Informationen abgewichen werden. Es gilt somit die DO229-konforme und nicht DO229-konforme Verarbeitung von SBAS-Informationen zu unterscheiden. Für die nicht DO229-konforme Verarbeitung kann zusätzlich in Betracht gezogen werden, einen alternativen Verbreitungskanal zu nutzen, wie z.B. die Verbreitung über Netzwerkdienste, wenn der Empfang der SBAS-Signale zu stark gestört ist³⁴. Die SBAS-Nachrichten werden auf der L₁ Frequenz mit einer kompatiblen Modulation und Kodierung, jedoch einer höheren Bitrate von 500 Bit/s und speziellen PRN-Codes übertragen. Von der Bitrate stehen 250 Bit/s für Informationen zur Verfügung, die andere Hälfte der Bandbreite wird für Fehlerkorrekturmechanismen genutzt. Mit der gewählten Nachrichtenstruktur können insgesamt 64 Nachrichtentypen versendet werden, von denen jedoch nicht alle genutzt werden. Die Nachrichten enthalten unter anderem Informationen über Signalkorrekturen, Integritäts- und Gültigkeitsinfor-

³⁴Zu diesem Zweck kann in Europa z.B. der SISNeT Dienst der ESA genutzt werden, der die Daten von EGNOS zur Verfügung stellt.

mationen und Informationen zu den Ephemeriden.

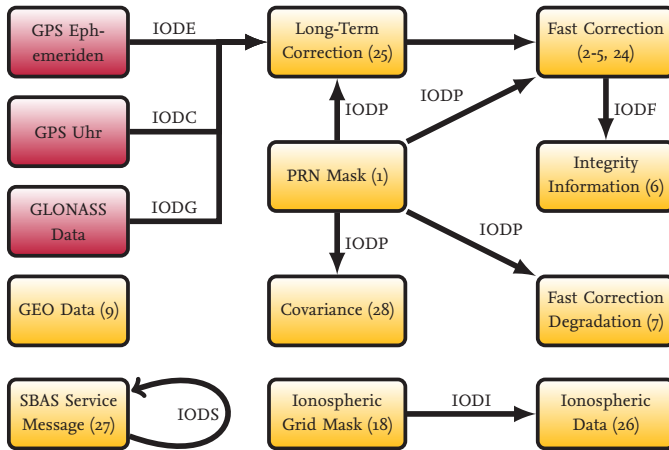


Abbildung 3.17: Zusammenhang der SBAS-Nachrichten nach [17]

Eine graphische Darstellung der Nachrichten und -zusammenhänge ist in Abbildung 3.17 wiedergegeben. Die Nachrichten liefern Inhalte, die in Zusammenhang mit Inhalten anderer Nachrichten stehen und deren Gültigkeit sich auf jeweils bestimmte Inhalte der anderen Nachrichten bezieht. Zu diesem Zweck sind in den Nachrichten-Identitiver, die als IOD (Issue Of Data) bezeichnet werden, enthalten. Es dürfen jeweils nur Informationen mit passendem IOD zusammen verarbeitet werden. Dieses Prinzip wird ebenfalls auf die durch die GNSS-Systeme übertragenen Daten, die in Abbildung 3.17 rot dargestellt sind, übertragen. Zusätzlich ist für jede Nachricht eine Gültigkeitsdauer angegeben. Sobald die Gültigkeit abgelaufen ist, können die damit verbundenen Funktionen nicht mehr genutzt werden. Dies führt jedoch nicht zwangsweise zu einem kompletten Verlust der Gesamtfunktion, etwa bei Nichtempfang einiger Informationen des Ionosphärenmodells. Aus Abbildung 3.17 geht hervor, dass Nachricht 1 eine zentrale Funktion erfüllt, die darin besteht, die Signalkennungen (PRN) der Satelliten in eine kompakte Form eines durchgängigen Index zu übersetzen, die von den anderen Nachrichten für Informationen genutzt wird, die einem spezifischen Satelliten zugeordnet sind. SBAS teilt die Fehler der Codemessung PR_{meas} abweichend zu Gleichung (3.13), wie in Gleichung (3.63) angegeben, auf.

$$PR_{corr} = PR_{meas} + RC_{fast} - RC_{iono} + RC_{tropo} + RC_{clock} \tag{3.63}$$

Der Term RC_{clock} korrigiert Restfehler der Satellitenuhr ergänzend zu den Fehlertermen, die in den systemimmanenten Nachrichten enthalten sind. Da diese keinen schnellen Änderungen unterworfen sind, werden sie als Teil der „Long-Term Correction“ in Nachricht 25 übertragen.

Der Wert für den troposphärischen Fehleranteil RC_{tropo} errechnet sich aus einem Modell, das in dem Schnittstellendokument definiert ist.

Hinter RC_{iono} verbirgt sich ein Ionosphärenmodell, das durch ein Punktgitter aus Parametern eines Einschichtmodells definiert ist. Zur Berechnung müssen der Durchtrittspunkt und -winkel der Verbindungslinie zwischen der Empfänger- und Satellitenposition durch die Ebene des Ionosphärenmodells berechnet werden. Aus den nächstgelegenen Punkten des Gitters wird durch vorgeschriebene Interpolationsvorschriften der Wert für den Korrekturterm RC_{iono} berechnet. Liegen keine oder nicht ausreichend Gitterpunkte vor, kann das Klobuchar-Modell aus den GPS-Nachrichten verwendet werden, und anstelle der Modellierung des Restfehlers für das Gittermodell tritt das bereits in Gleichung (3.54) beschriebene Restfehlermodell.

Der letzte Term RC_{fast} dient der Korrektur schnell veränderlicher Restfehler in der Code-Messung. Entsprechend ist in dem Schnittstellendokument gefordert, dass die zugehörigen Informationen mindestens alle 60 Sekunden in den „Fast Correction“ Nachrichten 2 bis 5 und 24 übertragen und empfangen werden. Der Korrekturwert berechnet sich entsprechend Gleichung (3.64) aus einem für den Referenzzeitpunkt t_{of} gültigen Nullpunktfehler und einer Änderungsrate, die sich aus dem aktuellen und dem Wert der vorangegangenen Nachricht ergibt.

$$RC_{fast}(t) = PRC(t_{of}) + RRC(t_{of}) \cdot (t - t_{of}) \quad (3.64)$$

mit

$$RRC(t_{of}) = \frac{PRC_{current} - PRC_{previous}}{t_{current} - t_{previous}} \quad (3.65)$$

Neben der Korrektur der Codemessung werden, als Teil der „Long-Term Correction“, Korrekturwerte für die aus den GNSS-eigenen Nachrichten berechnete Satellitenposition übermittelt.

$$\begin{bmatrix} x_{corr} \\ y_{corr} \\ z_{corr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{ICD}(t) \\ y_{ICD}(t) \\ z_{ICD}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta X_{SBAS}(t, t_{of}) \\ \Delta Y_{SBAS}(t, t_{of}) \\ \Delta Z_{SBAS}(t, t_{of}) \end{bmatrix} \quad (3.66)$$

Die Korrektur wird entsprechend Gleichung (3.66) als Translation der Satellitenposition um einen Differenzvektor aufgebracht. Der Korrekturwert ergibt sich, wie bei der RC_{fast} , aus einem Nullpunktfehler und einer Änderungsrate, die aus dem aktuellen und dem Wert der vorangegangenen Nachricht berechnet wird.

Neben den Korrekturen wird ebenfalls ein detailliertes Modell zur Abschätzung des Restfehlers definiert. Die Standardabweichung der Codemessung setzt sich, wie in Gleichung (3.67) wiedergegeben, aus je einem Term für den troposphärischen Restfehler σ_{Tropo} , den Empfängerfehler³⁵ σ_{air} , den ionosphärischen Restfehler σ_{UIRE} und für die Restfehler der „Long-Term Correction“ und „Fast Correction“ σ_{flt} zusammen.

³⁵Der Empfängerfehler ist definiert für einen entsprechend qualifizierten Luftfahrtempfänger und setzt sich aus Anteilen für das Empfängerrauschen, Mehrwegempfang und Code-Carrier-Divergenz zusammen.

$$\sigma_{PR}^2 = \sigma_{flt}^2 + \sigma_{UDRE}^2 + \sigma_{air}^2 + \sigma_{Tropo}^2 \quad (3.67)$$

mit

$$\sigma_{flt}^2 = \begin{cases} (\sigma_{UDRE} + \delta\sigma_{UDRE} + \epsilon_{fc} + \epsilon_{rrc} + \epsilon_{ltc} + \epsilon_{er})^2, & RSS_{UDRE} = 0 \\ (\sigma_{UDRE} + \delta\sigma_{UDRE})^2 + \epsilon_{fc}^2 + \epsilon_{rrc}^2 + \epsilon_{ltc}^2 + \epsilon_{er}^2, & RSS_{UDRE} = 1 \end{cases} \quad (3.68)$$

Zur Berechnung von σ_{flt} werden in Abhängigkeit des bool'schen Wertes RSS_{UDRE} die Restfehler der verschiedenen Korrekturen verarbeitet. Der Parameter σ_{UDRE} beschreibt den generellen Restfehler des angewendeten differenziellen Verfahrens (UDRE, User Differential Range Error). ϵ_{fc} beschreibt den Restfehler der „Fast Correction“, ϵ_{rrc} den Restfehler der Änderungsrate der „Fast Correction“ und ϵ_{ltc} beschreibt den Restfehler der „Long-Term Correction“. Der Parameter ϵ_{er} ist für SBAS-gestützte Landeanflüge null, im Gegenzug gelten hohe Anforderungen an die maximale Gültigkeitsdauer der Nachrichteninhalte. Für „En-Route“ Flugphasen, die weniger hohe Anforderungen an die Genauigkeit haben, werden die Anforderungen an die Gültigkeitsdauer gelockert, im Gegenzug werden die dadurch entstehenden Unsicherheiten durch den Parameter ϵ_{er} berücksichtigt. Diese Restfehlerabschätzung kann zur Gewichtung der Positionslösung nach Kapitel 3.4 verwendet werden. Aus der resultierenden Kovarianzmatrix lässt sich das Sicherheitsniveau entsprechend Gleichung (2.1) berechnen, um die Integrität der Positionslösung zu quantifizieren.

GBAS

GBAS steht für **Ground Based Augmentation System**. Auch wenn der Name gelegentlich in anderem Kontext für bodengebundene Korrektursysteme verwendet wird, wird der Begriff GBAS hauptsächlich für ein Flugzeug-Landesystem verwendet, das maßgeblich in den Luftfahrtvorschriften [12, 57–59] beschrieben wird^{36,37}. Im Weiteren wird unter GBAS deshalb, dieses Landesystem für Flugzeuge verstanden.

Der prinzipielle Aufbau von GBAS ist in Abbildung 3.18 dargestellt. Es handelt sich um ein lokales System, das aus mehreren Referenzstationsantennen und Empfängern besteht, die dazu genutzt werden, das GNSS-System zu beobachten und Korrektur- und Integritätsinformationen für dieses zu generieren. Die Daten werden zusammen mit weiteren Informationen, wie den verfügbaren Anflugpfaden, mit einem VHF-Datenlink an das Flugzeug übertragen.

Aus den Korrekturdaten kann an Bord des Flugzeuges eine korrigierte Positionslösung und deren Integrität berechnet werden. Mit der Position und den übermittelten Anfluginformationen kann die Ablage vom Gleitpfad, vergleichbar zu einer ILS³⁸ Installation, berechnet werden. Gegenüber ILS ergibt sich bei GBAS der Vorteil, dass mit GBAS nicht nur geradlinige Anflüge, sondern nahezu beliebige Anflugpfade definiert und an den Nutzer übermittelt und berechnet werden können.

³⁶Für andere Verkehrsträger wird üblicherweise lediglich von DGNSS gesprochen, und häufig das verwendete Protokoll, wie das im folgenden Abschnitt beschriebene RTCM Protokoll, mit angegeben.

³⁷In Amerika wird das System ebenfalls als LAAS für „Local Area Augmentation System“ bezeichnet.

³⁸Das Instrumenten-Lande-System ILS besteht aus zwei Sender-Installationen, die einen horizontalen und vertikalen Leitstrahl für einen definierten Anflugpfad bilden.

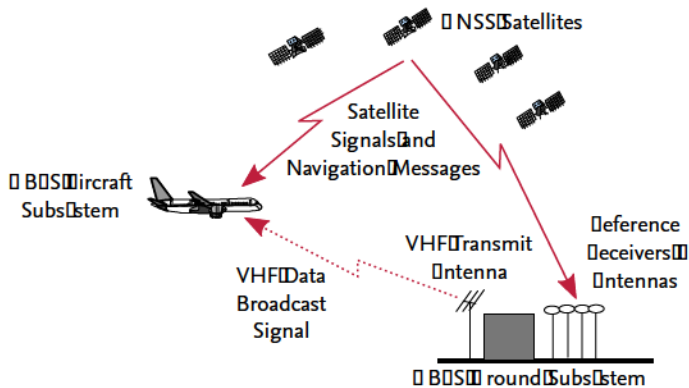


Abbildung 3.18.: Prinzipieller Aufbau von GBAS nach [60]

Neben der Berechnung der Korrekturdaten wird in der GBAS-Bodenstation das GNSS anhand der Daten der Referenzstationen in sogenannten Monitoren beobachtet. Dabei werden unterschiedliche Kennwerte gebildet, um Fehler in den GNSS-Signalen zu detektieren, die durch die ausgestrahlten Korrektursignale nicht oder nicht ausreichend kompensiert werden können. Solche Fehler können neben Fehlern, die ihren Ursprung im Raum- und Bodensegment haben, z.B. auch durch sich schnell verändernde Ionosphären-Fronten entstehen. Die Bodenstation muss dabei sicherstellen, dass die ausgestrahlten Informationen für jede im Flugzeug verwendete Kombination von Satelliten die geforderten Leistungsparameter einhält.

GBAS-Dienste werden in verschiedene Kategorien eingeordnet, die als GBAS Approach Service Type kurz GAST bezeichnet werden. Der niedrigste implementierte Standard ist GAST-C, der einem ILS-Anflug der Kategorie CAT I entspricht. Dies bedeutet, dass die Landebahn bei einer Entscheidungshöhe von 200 ft über Grund für den Piloten sichtbar sein muss, oder der Anflug muss abgebrochen werden. Die geforderte horizontale Genauigkeit ist 52 ft und die vertikale Genauigkeit 13 ft bei einem Integritätsrisiko von $2 \cdot 10^{-7}$ pro Anflug und einer maximalen Alarmierungszeit von 6 Sekunden (siehe dazu auch Kapitel 6.1). GAST-D Systeme ermöglichen eine Landung der Kategorie CAT III, also ohne Sicht bis zum Aufsetzen. GBAS-Systeme des GAST-C und des GAST-D Standards nutzen ein einzelnes GNSS, um dieses Ziel zu erreichen. Systeme des Standards GAST-E sollen Anforderungen der Kategorie CAT II erfüllen und bei gleichzeitiger Nutzung von Frequenzen im L1/E1 und L5/E5 Band (zur Minimierung der Ionosphärenfehlers) Anforderungen der Kategorie CAT III erfüllen. GAST-F soll zusätzlich zur Nutzung mehrerer Frequenzen die Nutzung mehrerer GNSS-Konstellationen (Multiconstellation) bei Anforderungen der Kategorie CAT III ermöglichen.

RTCM SC104

RTCM steht für Radio Technical Commission for Maritime Services, deren Special Committee 104 Standards zur Übertragung von DGNSS-Korrekturdaten vornehmlich für den maritimen Bereich entwickelt. Die verabschiedeten Standards besitzen eine hohe Verbreitung auch außerhalb des ma-

ritimen Bereichs, z.B. in der Geodäsie und der bodengebundenen Navigation. Von Bedeutung sind heute die Standards der Revisionen 2.3 und 3.x. Die Standards definieren unterschiedliche Nachrichtentypen, die über eine Nachrichten-ID und eine Stationsnummer unterschieden werden. Der Standard 2.3 [61] überträgt in den Nachrichten mit den ID 1 bis 17 klassische DGNSS-Korrekturdaten, mit denen die Fehler der Codemessung nach dem in Gleichung (3.69) wiedergegebenen Schema korrigiert werden können.

$$PR_{corr} = PR_{meas} + PRC_{t_0} + RRC_{t_0} \cdot (t - t_0) \quad (3.69)$$

Der Parameter PRC_{t_0} ist der von der Referenzstation ermittelte Nullpunktfehler zum Zeitpunkt t_0 und RRC_{t_0} dessen voraussichtliche Änderung über die Zeit. Eine Differenzierung unterschiedlicher Fehlereinflüsse findet nicht statt. Es findet weiter eine sehr grobe Einteilung der erwarteten Restfehler in vier Stufen statt. Neben den Korrekturen der Codemessung werden im wesentlichen Informationen zur Referenzstation (Position, Datum, Datenübertragung, ...) und Ephemeriden übertragen. Die Nachrichten mit den ID 18 bis 21 übertragen GNSS-Code- und Phasenmessungsrohdaten der Station und Korrekturen, die z.B. für Positionierung mit RTK-Verfahren genutzt werden können (Abschnitt 3.4.3 und 3.4.4).

Der Standard 3.x [62] unterscheidet sich stark von dem Standard 2.3 und den vorangegangenen Standards. Es werden weiterhin Nachrichten-ID und Stationsnummern zur Identifikation der Nachrichten verwendet, jedoch sind der Wertebereich und die binäre Kodierung der Nachrichten grundlegend verändert. Der entscheidende funktionale Unterschied liegt in den Nachrichteninhalten. Die Funktion der Rohdatenkorrekturen entfällt ersatzlos. Die Übertragung der GNSS-Messungen der Referenzstation wurde grundlegend neu strukturiert und unterstützt alle bislang verfügbaren und geplanten GNSS-Signale und Frequenzen. Es können darüber hinaus Parameter zur Korrektur der Satellitenbahnen, Satellitenuhren und Parameter zur Korrektur der GNSS-Messungen in großräumigen Referenzstationsnetzwerken übertragen werden.

Mit dem NTRIP-Protokoll existiert ebenfalls ein Standard für die Übertragung von RTCM-Daten in Netzwerken. Das NTRIP-Protokoll wurde von der RTCM als Standard mit aufgenommen, kann aber ebenfalls für die Übertragung anderer, auch empfängerspezifischer Formate genutzt werden. In der derzeitigen Definition wird keine Verschlüsselung und nur eine ungesicherte Authentifizierung vorgesehen.

Eigene Referenzstationen

Eine Alternative zu Referenzstationen Dritter ist die Installation einer oder mehrerer eigener Referenzstationen. Diese Option ist u.a. dann erforderlich, wenn für den Einsatzort keine oder nicht den Anforderungen genügende Referenzdaten verfügbar sind. Viele hochwertige Empfänger bieten dazu spezielle Betriebsmodi, in denen der Empfänger von einer fixen bekannten Position ausgeht und beispielsweise direkt RTCM-Korrekturdaten generiert. Die Daten des Empfängers können an der Referenzstation weiter aufbereitet werden und mittels einer für die Anwendung geeigneten Datenverbindung an den oder die Nutzer übertragen werden. Bei der Wahl der Referenzstationsantenne und deren Position ist eine sorgfältige Auswahl angebracht, da Empfängerfehler an der

Referenzstation sich ebenfalls auf den Nutzer auswirken und so das Ergebnis der Positionierung nicht nur positiv, sondern auch negativ beeinflussen können. Die Antenne sollte deshalb an einer erhabenen Position montiert werden, die möglichst wenig überragende reflektierende Flächen bietet, um Mehrwegeempfang entgegenzuwirken. Weiter sollte die Antenne Signale mit niedriger Elevation besonders stark unterdrücken. Üblich sind zu diesem Zweck, neben speziellen Designs des Antennenelements, z.B. auch sogenannte Choke-Ring-Antennen, die Mehrwegeempfang zusätzlich verhindern. Die Antenne sollte weiterhin gegen beabsichtigte oder unbeabsichtigte Manipulation gesichert werden. Dies ist aus verschiedenen Gründen wichtig, da Änderungen an der Installation und ihrer Umgebung Fehler in den Korrekturdaten der Referenzstation nach sich ziehen. Speziell bei der Verwendung von differenziellen Ortungsverfahren wird die Position relativ zur Position der Antenne der Referenzstation ermittelt. Wird die Position der Referenzstation verändert, so führt dies im annähernd gleichen Maße zu einem Fehler in der Positionsbestimmung des Nutzers³⁹.

Sicherheit von Korrekturdaten

Die vorgestellten GNSS-Ergänzungssysteme bieten bislang keine Möglichkeit der Authentifizierung, bzw. keinen effektiven Schutz gegen die Fälschung der Korrekturdateninhalte. Die Ursache kann darin gesehen werden, dass in Fehleranalysen die absichtliche Manipulation des Systems häufig nicht betrachtet wird. Der Schutz gegen absichtliche Störung durch Dritte ist für zivile Anwendungen durch die gesetzliche Absicherung vorgesehen. Mindestens für sicherheitskritische Anwendungen und solche, die wirtschaftliche Interessen berühren, sollte trotzdem die Absicherung gegen Manipulation mit betrachtet werden.

Wie im vorausgegangenen Abschnitt beschrieben, führen Empfangsfehler an der Referenzstation ebenfalls zu Fehlern in der berechneten Position des Nutzers. Wird die Position der Referenzantenne verändert, ohne dass dies dem Nutzer mitgeteilt wird, führt dies ebenso zu einem Fehler, als ob die in den Korrekturdaten übertragene Position nicht der Position der Antenne entspricht. Während der erste Fall Einfluss auf alle Nutzer der Antenne hat, kann eine Manipulation auf Ebene der Korrekturdaten auch gezielt gegen einzelne Nutzer gerichtet werden. Ebenso wie die Manipulation der Position der Referenzstation können die GNSS-Messungen oder GNSS-Korrekturdaten manipuliert werden. Dies ist für den Empfänger nur schwer zu detektieren, da diese Daten im Gegensatz zur Position der Referenzantenne zeitlich stark variieren und so Manipulationen, die sich im Bereich der natürlichen Fehler des GNSS bewegen, nicht einfach ausgeschlossen werden können. Eine solche Cyberattacke auf einen oder mehrere Empfänger setzt im Gegensatz zum Spoofing keine Infrastruktur in Form von Sendeanlagen, keine Kenntnis der genauen Position der Empfangsantenne und ebenfalls keine unbedingte räumliche Nähe zum Ziel der Attacke voraus. Je nach Übertragungsweg bleibt die Attacke für Dritte (z.B. Überwachungsstationen bei Funkverfahren oder andere Verkehrsteilnehmer) unkenntlich. Ein entsprechendes Szenario ist damit in seiner Bedrohung und Realisierbarkeit einer Spoofing-Attacke mindestens ebenbürtig.

³⁹Ist die Installation der Referenzstation von Dauer, ist zu beachten, dass die Position der Referenzstation kontinuierlich überwacht und angepasst werden muss, da in diesem Fall auch Effekte wie die in Kapitel 2.2 angesprochene tektonische Drift zum Tragen kommen.

3.3.6. Empfängeruhr, Empfangszeitpunkt und Extrapolation

Um seine Funktion, das Messen von Signallaufzeiten, ausführen zu können, benötigt ein GNSS-Empfänger eine Uhr. Diese läuft prinzipbedingt nicht vollständig synchron mit der GNSS-Systemzeit und weist sich mit der Zeit ändernde Abweichungen auf, die auf vielfältige Weise (z.B. Temperatur, Beschleunigung, Alterung, ...) beeinflusst werden. Die Abweichung zur GNSS-Systemzeit wird als zusätzliche Unbekannte in der Positionsrechnung bestimmt (siehe 3.4.1) und kann auf unterschiedliche Weise im Empfänger berücksichtigt werden.

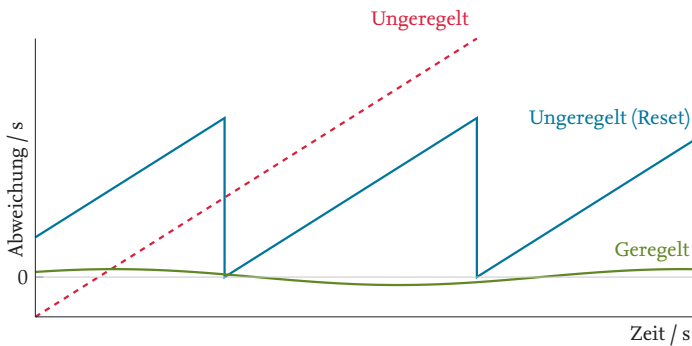


Abbildung 3.19.: Schematisches Verhalten von Uhren in GNSS-Empfängern

Abbildung 3.19 zeigt schematisch drei prinzipielle Möglichkeiten der Behandlung von Abweichungen der GNSS-Systemzeit zur Zeit der Empfängeruhr, die in GNSS-Empfängern anzutreffen sind. Im als „ungeregelt“ bezeichneten Fall (rot) findet keine Korrektur der Empfängeruhr bzw. des Messzeitpunktes statt. Die Empfängeruhrzeit driftet über den Betrieb frei. Im zweiten als „ungeregelt (Reset)“ bezeichneten Fall (blau) wird die Uhrzeit zu bestimmten Zeitpunkten (z.B. zu Beginn oder bei Erreichen einer maximalen Abweichung) um die in der GNSS-Rechnung bestimmte Abweichung korrigiert. Im dritten als „geregelt“ bezeichneten Fall (grün) wird versucht, die Abweichungen zur Systemzeit durch Bestimmung und Regelung der Parameter der Empfängeruhr nahe an der GNSS-Systemzeit zu halten. Dabei ist offen, ob die Hardware der Uhr oder die Software im Empfänger geregelt werden.

Unabhängig davon, welches Verhalten ein GNSS-Empfänger aufweist, führt das jeweilige Verhalten nicht zu Fehlern in der Positionierung, wenn die korrekte GNSS-Zeit für die Verarbeitung der Messungen ermittelt und angewendet wird⁴⁰.

Für die Verknüpfung von Daten aus unterschiedlichen Quellen, wie der Fusion mit inertialen und weiteren Messdaten, aber auch der Verknüpfung von Ortungsinformationen mit anderen Messdaten, ist es wünschenswert bzw. erforderlich, Daten zugehörig zu identischen Zeitpunkten vorliegen zu haben. Sind die Abweichungen Δt des Messzeitpunktes der GNSS-Signale zum gewünschten

⁴⁰Wird in der Positionsrechnung ein modellbasiertes Verfahren für die Ermittlung der Abweichung von der GNSS-Systemzeit eingesetzt, muss der Fall des Zurücksetzens der Empfängeruhr besonders berücksichtigt werden.

Zeitpunkt klein, so können unter der Annahme einer konstanten Geschwindigkeit die GNSS-Messungen leicht auf den gewünschten Zeitpunkt umgerechnet werden⁴¹.

$$PR_t = PR_{t_{rx}} + f \cdot \lambda \cdot \Delta t \quad (3.70)$$

$$\Phi_t = \Phi_{t_{rx}} + f \cdot \lambda \cdot \Delta t \quad (3.71)$$

Gleichung (3.70) und (3.71) zeigen die Korrektur des Empfangszeitpunktes der Code- und Phasenmessung anhand der Dopplermessung f und der Zeitdifferenz Δt zwischen t und t_{rx} .

Ein weiterer typischer Fall sind GNSS-Beobachtungen eines statischen (Referenzstations-) Empfängers, die nur zeitverzögert und/oder mit niedrigerer Frequenz als benötigt übertragen werden, etwa als Folge einer Telemetriestrecke mit geringer Bandbreite. In diesem Fall können auch größere Zeitschritte z.B. durch den folgenden Interpolationsalgorithmus ausgeglichen werden⁴². Wie in [63] beschrieben, ist die größte Änderung in statisch empfangenen GNSS-Signalen auf die Bewegung des Satelliten zurückzuführen. Da sowohl die Position des GNSS-Empfängers p_{rx} als auch die nominelle Position des Satelliten p_{sat} bekannt sind, kann der geometrische Abstand ρ_i^k aus der Beobachtungsgleichung (3.13) berechnet und von der Codemessung abgezogen werden.

$$PR_i^k - \left| p_{rx} - p_{sat} \right| = c \cdot (\Delta t_i - \Delta t^k) + d_{Tropo,i}^k + d_{iono,i}^k + v_{R,i}^k \quad (3.72)$$

Auf der rechten Seite von Gleichung (3.72) verbleiben somit ausschließlich die Fehlerterme, die in Gleichung (3.73) als ζ zusammengefasst werden.

$$\widehat{PR}_i^k(t_+) = \left| p_{rx} - p_{sat}(t_+) \right| + \zeta(t_0) + \frac{\zeta(t_0) - \zeta(t_{-1})}{t_0 - t_{-1}} \cdot (t_+ - t_0) \quad (3.73)$$

Liegen mehrere Messungen aus der Vergangenheit vor, können im einfachsten Fall entsprechend Gleichung (3.73) der zu erwartende Wert $\widehat{PR}_i^k(t_+)$ für den Zeitpunkt t_+ bestimmt werden, indem die Distanz des Empfängers zum Satelliten berechnet wird und die linear extrapolierten Fehlerterme $\zeta(t_+)$ addiert werden. Ein entsprechendes Vorgehen ist ebenfalls für die Phasenmessung möglich.

3.3.7. Glättung

Die Codemessung weist im Vergleich zu der Phasenmessung ein hohes Rauschen auf. Die Phasenmessung hingegen ist erheblich präziser, kann aber aufgrund der Mehrdeutigkeit jedoch nicht ohne weiteres zur Positionsbestimmung verwendet werden. Um die Präzision der Phasenmessung mit der eindeutigen Codemessung zu kombinieren, können spezielle Filter eingesetzt werden, die die Codemessung glätten und deshalb auch als Glättungsfilter (engl. Smoothing-Filter) bezeichnet werden. Der grundlegende Algorithmus, der in Gleichung (3.74) wiedergegeben ist, wurde von R.

⁴¹Für die meisten Vehikel und Anwendungen ist diese Annahme im Bereich von wenigen Millisekunden akzeptabel.

⁴²Dies setzt voraus, dass plötzlich auftretende Störungen z.B. durch die Ionosphäre, in dem Extrapolationszeitraum für die Anwendung keine Relevanz besitzen oder auf anderem Wege erkannt und behandelt werden (z.B. RAIM).

Hatch in [64] vorgestellt, weshalb diese Filter häufig auch als Hatch-Filter bezeichnet werden.

$$\widehat{PR}_t = \frac{1}{n} PR_t + \frac{n-1}{n} \left(\widehat{PR}_{t-1} + (\Phi_t - \Phi_{t-1}) \right) \quad (3.74)$$

Die geglättete Codemessung \widehat{PR}_t setzt sich aus der mit $\frac{1}{n}$ gewichteten aktuellen Codemessung PR_t und der mit $\frac{n-1}{n}$ gewichteten geglätteten Codemessung der vorangegangenen Epoche \widehat{PR}_{t-1} , prädiziert der Änderung der Phasenmessung $\Delta\Phi_{t,t-1}$ zusammen. Eine gängige äquivalente Schreibweise von Gleichung (3.74) ist die nach Gleichung (3.75) - (3.76). Diese Darstellung entspricht der Schreibweise in [17] und enthält eine zusätzliche Überprüfung der prädizierten Codemessung PR_{proj} mit der gemessenen Codemessung PR_t .

$$PR_{proj} = \widehat{PR}_{t-1} + (\Phi_t - \Phi_{t-1}) \quad (3.75)$$

$$\widehat{PR}_t = \begin{cases} PR_{proj} + \alpha \cdot (PR_t - PR_{proj}) & \text{für } |PR_t - PR_{proj}| < 10m \\ PR_t & \text{für } |PR_t - PR_{proj}| \geq 10m \end{cases} \quad (3.76)$$

Beide Gleichungen lassen sich durch einfache Umformung ineinander überführen. Dabei ist der Parameter α der Glättungs-Koeffizient, der sich entsprechend Gleichung (3.77) durch das Intervall Δt_{sample} , in dem die Messungen vorliegen, und der Zeitkonstante τ bestimmen lässt.

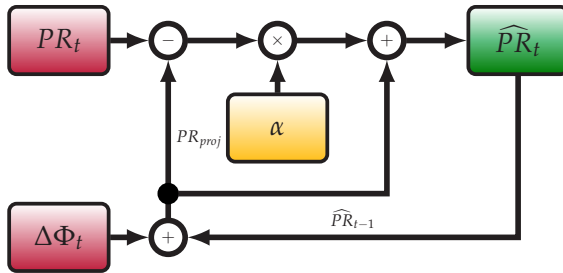


Abbildung 3.20: Einfrequenz-Glättungsfiler (1)

$$\alpha = \frac{1}{n} = \frac{\Delta t_{sample}}{\tau} \quad (3.77)$$

Im Gegensatz zu einem herkömmlichen Tiefpassfilter entsteht durch den Hatch-Filter keine Phasenverschiebung, und die Dynamik der Antennenbewegung bleibt vollständig abgebildet. Abbildung 3.20 gibt den Aufbau des Filters schematisch wieder. Eine ausführliche Diskussion der Eigenschaften des Hatch-Filters findet sich z.B. in [65].

Da die zeitliche Differenz $\Delta\Phi_t$ zwischen den Phasenmessungen Φ_t und Φ_{t-1} von einer ununterbrochenen Beobachtung der Trägerphase abhängt, muss der Filter nach einem Abriss der Phasenmessung oder einem Cycle-Slip neu initialisiert werden. Weil der Filter in diesem Fall mit der aktuellen

Codemessung initialisiert werden muss, bedarf es einer Einschwingzeit, bis der Filter wieder seine volle gewünschte Wirkung erzielt. Diese wird üblicherweise mit dem 2.0 bis 3.6 fachen der Zeitkonstante τ angenommen.

Neben der Reduktion des Rauschens der Codemessung hat diese Form der Glättung einen unerwünschten Nebeneffekt, der als „Code-Carrier Divergenz“ bezeichnet wird. Gleichung (3.74) kann umgeformt werden zu:

$$\widehat{PR}_t = \Phi_t + \frac{n-1}{n} (\widehat{PR}_{t-1} - \Phi_{t-1}) + \frac{1}{n} (PR_t - \Phi_t) \quad (3.78)$$

$$= \Phi_t + \text{mean} \langle PR - \Phi \rangle_t \quad (3.79)$$

Der beiden letzten Terme in Gleichung (3.78) entsprechen der rekursiven Bildung eines fließenden Mittelwerts mit n Werten. Der Hatch-Filter kann somit auch als die Phasemessung zuzüglich der mittleren Abweichung zwischen Code- und Phasemessung betrachtet werden. Das Flussdiagramm des Filters kann auf Basis dieser Darstellung auch wie in Abbildung 3.21 vereinfacht dargestellt werden.

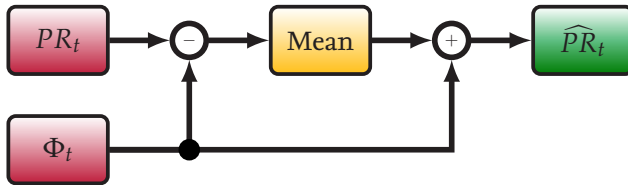


Abbildung 3.21.: Einfrequenz-Glättungsfilter (2)

Werden die Gleichungen (3.13) und (3.14) zur Beschreibung der Code- und Phasemessung in Gleichung (3.79) eingesetzt, ergibt sich durch Umformung:

$$\widehat{PR} = \rho_i^k + c \cdot (\Delta t_i - \Delta T^k) + d_{\text{tropo},i}^k + d_{\text{iono},i}^k + \underbrace{2 \left(\text{mean} \langle d_{\text{iono},i}^k \rangle - d_{\text{iono},i}^k \right)}_{\text{Code-Carrier Divergenz}} + \epsilon_i^k \quad (3.80)$$

Die Gleichung (3.80) entspricht im wesentlichen Gleichung (3.13) mit reduziertem Rauschanteil in ϵ_i^k . Der mit „Code-Carrier Divergenz“ bezeichnete Term wird nur bei einer Änderung der ionosphärischen Verzögerung $d_{\text{iono},i}^k$ einen Wert ungleich Null annehmen und damit einen zusätzlichen Fehler in der geglätteten Codemessung erzeugen.

Dieser Effekt kann dadurch reduziert werden, dass Korrekturen der ionosphärischen Verzögerung z.B. durch SBAS vor der Glättung angewandt werden. Bei Verwendung von mehreren Frequenzen kann der Fehler in der Phasemessung (divergenzfreie Glättung, D-Free) oder in der Code- und Phasemessung (ionosphärenfreie Glättung, I-Free) und damit ebenfalls der „Code-Carrier Divergenz“-Effekt eliminiert werden.

3.4. Positionierung

3.4.1. Grundlegende Positionierung

Um aus den entsprechend Abschnitt 3.3 vorverarbeiteten Messungen die Position der Empfangsantenne zu berechnen, wird die in Gleichung (3.13) enthaltene geometrische Entfernung ρ_i^k zwischen dem Satelliten k und dem Empfänger i ausgeschrieben.

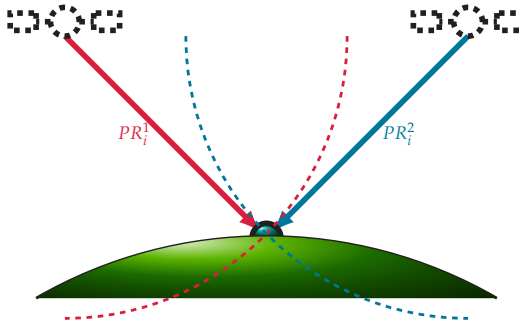


Abbildung 3.22.: GNSS-Positionierung

Unter der Annahme, dass durch vorherige Korrekturen die Einflüsse der Ionosphäre, der Troposphäre und der Satellitenuhren weitgehend eliminiert sind, ergibt sich Gleichung (3.81).

$$PR_i^k = \sqrt{(x^k - x_i)^2 + (y^k - y_i)^2 + (z^k - z_i)^2} + c \cdot \Delta t_i + \epsilon_i^k \quad (3.81)$$

In dieser Gleichung verbleiben vier Unbekannte, die drei Parameter der Position p_i der Empfangsantenne (x_i, y_i, z_i) und die Abweichung der Empfängeruhr von der GNSS-Systemzeit Δt_i . Da diese Unbekannten für alle Messungen einer Epoche gleich sind, kann mit vier oder mehr linear unabhängigen Messungen ein Gleichungssystem zur Bestimmung dieser Unbekannten aufgestellt werden. Eine verbreitete Methode zur Lösung des resultierenden nichtlinearen Gleichungssystems ist die Linearisierung⁴³ an einem Arbeitspunkt $(x_{i,0}, y_{i,0}, z_{i,0}, \Delta t_0)$. Wird der Term nullter Ordnung subtrahiert, erhält man das Residuum $r_{i,0}^k$.

$$r_{i,0}^k = PR_i^k - PR_{i,0}^k \quad (3.82)$$

$$= \left. \frac{\partial PR_i^k}{\partial x_i} \right|_{x_{i,0}} \cdot \Delta x_i + \left. \frac{\partial PR_i^k}{\partial y_i} \right|_{y_{i,0}} \cdot \Delta y_i + \left. \frac{\partial PR_i^k}{\partial z_i} \right|_{z_{i,0}} \cdot \Delta z_i + \left. \frac{\partial PR_i^k}{\partial (c \cdot \Delta t_i)} \right|_{c \cdot \Delta t_{i,0}} \cdot \Delta (c \cdot \Delta t_i) \quad (3.83)$$

$$= \frac{x_i - x^k}{\rho_i^k} \cdot \Delta x_i + \frac{y_i - y^k}{\rho_i^k} \cdot \Delta y_i + \frac{z_i - z^k}{\rho_i^k} \cdot \Delta z_i + \Delta (c \cdot \Delta t_i) \quad (3.84)$$

⁴³Als Linearisierung wird eine Taylorreihe verstanden, die nach den Termen ersten Grades abgebrochen wird.

In Gleichung (3.84) ist zu erkennen, dass die Brüche vor den gesuchten Innovationen der Position \underline{p}_i die Komponenten des Einheitsvektors \underline{e}_i^k zwischen Empfänger i und Satellit k bilden. Mit der Gleichung aus (3.84) lässt sich das lineare Gleichungssystem (3.85) aufstellen.

$$\begin{bmatrix} r_{i,0}^1 \\ r_{i,0}^2 \\ \vdots \\ r_{i,0}^n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{e}_{i,x}^1 & \underline{e}_{i,y}^1 & \underline{e}_{i,z}^1 & 1 \\ \underline{e}_{i,x}^2 & \underline{e}_{i,y}^2 & \underline{e}_{i,z}^2 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \underline{e}_{i,x}^n & \underline{e}_{i,y}^n & \underline{e}_{i,z}^n & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta x_i \\ \Delta y_i \\ \Delta z_i \\ \Delta(c \cdot \Delta t_i) \end{bmatrix} \quad (3.85)$$

Dieses Gleichungssystem hat die bekannte Form:

$$\underline{r} = \underline{H} \cdot \underline{\Delta x} \quad (3.86)$$

die sich unter anderem mit Hilfe der Methode der kleinsten Fehlerquadrate lösen lässt [66–68]. Da jede Messung abhängig von den Empfangsbedingungen und den angewendeten Korrekturen eine unterschiedliche Genauigkeit aufweist, empfiehlt es sich, eine Gewichtung der einzelnen Messungen entsprechend ihrer abgeschätzten statistischen Eigenschaften bei der Lösung des Gleichungssystems (3.85) vorzunehmen.

$$\underline{\Delta \hat{x}} = \left(\underline{H}^T \cdot \underline{W} \cdot \underline{H} \right)^{-1} \cdot \underline{H}^T \cdot \underline{W} \cdot \underline{r} \quad (3.87)$$

Unter der Annahme, dass die systematischen Störungen (Nullpunktfehler) in den Messungen eliminiert wurden, kann die Gewichtungsmatrix \underline{W} als Inverse der Kovarianzmatrix $\underline{\Sigma}$ des Messvektors gebildet werden [66]:

$$\underline{W} = \underline{\Sigma}^{-1} \quad (3.88)$$

Wird weiter angenommen, dass die in den Messungen enthaltenen Restfehler unkorreliert sind, ergibt sich in diesem Fall für die Kovarianzmatrix $\underline{\Sigma}$ eine Diagonalmatrix mit den Quadraten der Standardabweichungen der Messungen auf der Hauptdiagonalen. Durch die Diagonalf orm von $\underline{\Sigma}$ lässt sich die Inverse auf einfachem Weg, wie in Gleichung (3.89) gezeigt, berechnen.

$$\underline{W} = \text{cov}[\underline{r}]^{-1} = \begin{bmatrix} \sigma_{PR^1}^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_{PR^2}^2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \sigma_{PR^n}^2 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma_{PR^1}^2} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma_{PR^2}^2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \frac{1}{\sigma_{PR^n}^2} \end{bmatrix} \quad (3.89)$$

Die Lösung $\hat{\underline{x}}$ des Gleichungssystems (3.85) liefert eine Schätzung der Abweichung der wahren Position von dem gewählten Linearisierungspunkt, sowie eine Schätzung des Fehlers der angenommenen Abweichung der Empfängeruhr von der GNSS-Systemzeit.

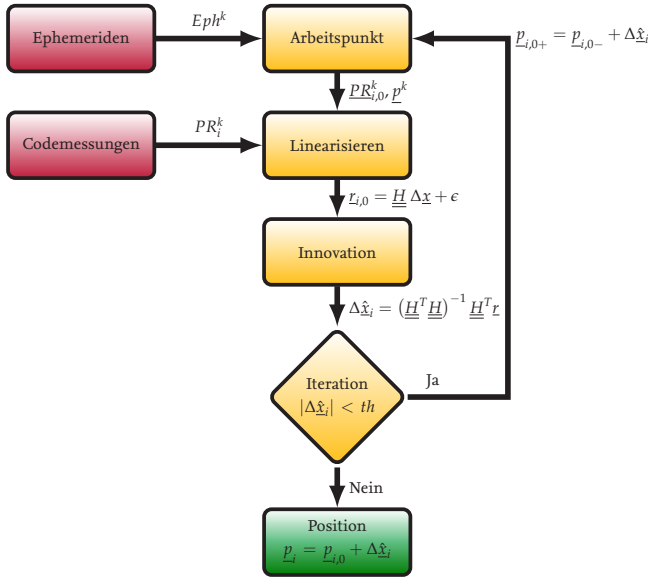


Abbildung 3.23.: Iterative Berechnung einer GNSS-Position

Mit dem Ergebnis von Gleichung (3.85) kann der verwendete Linearisierungspunkt $p_{i,0-}$ der geschätzten Position des Empfängers angenähert und ein neuer Linearisierungspunkt $p_{i,0+}$ berechnet werden.

$$p_{i,0+} = p_{i,0-} + \Delta \hat{x}_i \quad (3.90)$$

Durch iteratives Durchführen dieser Berechnung kann, wie in Abbildung 3.23 gezeigt, die berechnete Position der wahren Position angenähert werden. Ein mögliches Kriterium für den Abbruch der Iteration ist das Unterschreiten eines Schwellenwertes der berechneten Abweichung vom Linearisierungspunkt.

Die Kovarianzmatrix des Ergebnisvektors $\Delta \hat{x}_i$ bzw. der berechneten Position p_i lässt sich mit Hilfe des Fehlerfortpflanzungsgesetzes mit Gleichung (3.91) berechnen [66]⁴⁴.

⁴⁴Es ist zu beachten, dass die resultierende Kovarianzmatrix in den Koordinaten des Ergebnisvektors $\hat{\underline{x}}_i$ vorliegt. Wird der Ergebnisvektor in eine andere Darstellungsweise transformiert (z.B. von ECEF in geodätische Koordinaten), so muss ebenfalls die Kovarianzmatrix transformiert werden, damit der Zusammenhang zwischen den Größen erhalten bleibt.

$$\text{cov}[\Delta \hat{\mathbf{x}}_i] = \left(\underline{\underline{H}}^T \cdot \underline{\underline{W}} \cdot \underline{\underline{H}} \right)^{-1} \quad (3.91)$$

Werden Messungen mehrerer GNSS benutzt (engl. Multiconstellation), müssen einige Dinge beachtet werden, da jedes GNSS ein eigenes Bezugssystem für Koordinaten und Zeit implementiert. Bei der Aufstellung der Gleichungen müssen dazu alle gemessenen und berechneten Größen in ein gemeinsames Bezugssystem transformiert, oder das Gleichungssystem entsprechend angepasst werden.

Für die Koordinaten wird diesem Umstand üblicherweise dadurch Rechnung getragen, dass alle Koordinaten in ein gewähltes Koordinatensystem transformiert werden. Da die Transformationen zwischen den Koordinatensystemen wohl definiert sind, stellt dies üblicherweise kein Problem dar, zumal die Lösung des Gleichungssystems, wie in Gleichung (3.85) beschrieben, in einem ECEF-Koordinatensystem aufgestellt wird. In der Vergangenheit wurden die Realisierungen der jeweiligen Koordinatensystem kontinuierlich angepasst, so dass mittlerweile die Koordinatensysteme aller GNSS im Bereich weniger Zentimeter bzw. Millimeter und Bruchteilen von Bogen Sekunden mit dem ITRF übereinstimmen. Für den Großteil der aktuellen und zukünftigen Anwendungen kann der Ursprung der Koordinaten in ECEF-Repräsentation sowohl translatorisch als auch rotatorisch als identisch angenommen werden.

Die Zeitsysteme der GNSS bedürfen dagegen in jedem Fall einer gesonderten Betrachtung. Die Übertragung von Parametern zur Transformation zwischen den verschiedenen GNSS wird von verschiedenen Betreibern vorgesehen. Es stellt sich jedoch die Frage nach der Genauigkeit dieser Parameter und für sicherheitskritische Anwendungen nach der Garantie, die ein Betreiber für eine Abweichung zum Zeitsystem eines anderen Betreibers übernehmen kann. Der Vorteil dieses Vorgehens ist, dass keine zusätzlichen Parameter in der Positionsrechnung bestimmt werden müssen und die Zahl der für die Bestimmung der Position nutzbaren Satelliten mit jeder zusätzlichen Beobachtung steigt.

Die Alternative besteht darin, die Zeitsysteme der verschiedenen GNSS in Gleichung (3.85) gesondert zu berücksichtigen. Dabei sind zwei wesentliche Ansätze möglich. Der erste Ansatz ist die separate Bestimmung der Abweichung der Empfängerzeit von der GNSS-Systemzeit Δt_i^{Sn} für jedes Satellitensystem Sn . Ein entsprechendes Gleichungssystem ist in Gleichung (3.92) für die zwei GNSS S1 und S2 aufgestellt.

$$\begin{bmatrix} r_{i,0}^{S1,1} \\ r_{i,0}^{S1,2} \\ r_{i,0}^{S1,n} \\ r_{i,0}^{S2,1} \\ r_{i,0}^{S2,2} \\ r_{i,0}^{S2,n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_{i,x}^{S1,1} & e_{i,y}^{S1,1} & e_{i,z}^{S1,1} & 1 & 0 \\ e_{i,x}^{S1,2} & e_{i,y}^{S1,2} & e_{i,z}^{S1,2} & 1 & 0 \\ e_{i,x}^{S1,n} & e_{i,y}^{S1,n} & e_{i,z}^{S1,n} & 1 & 0 \\ e_{i,x}^{S2,1} & e_{i,y}^{S2,1} & e_{i,z}^{S2,1} & 0 & 1 \\ e_{i,x}^{S2,2} & e_{i,y}^{S2,2} & e_{i,z}^{S2,2} & 0 & 1 \\ e_{i,x}^{S2,n} & e_{i,y}^{S2,n} & e_{i,z}^{S2,n} & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta x_i \\ \Delta y_i \\ \Delta z_i \\ \Delta(c \cdot \Delta t_i^{S1}) \\ \Delta(c \cdot \Delta t_i^{S2}) \end{bmatrix} \quad (3.92)$$

Der zweite Ansatz, entsprechend Gleichung (3.93), ist die Schätzung der Abweichung von der GNSS-Systemzeit Δt_i^{S1} zu einem gewählten GNSS S1 und die Schätzung der Abweichungen $\Delta ISB_i^{S1,Sn}$ zwischen dem GNSS S1 und den weiteren GNSS Sn^{45,46}.

$$\begin{bmatrix} r_{i,0}^{S1,1} \\ r_{i,0}^{S1,2} \\ \vdots \\ r_{i,0}^{S1,n} \\ r_{i,0}^{S2,1} \\ r_{i,0}^{S2,2} \\ \vdots \\ r_{i,0}^{S2,n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_{i,x}^{S1,1} & e_{i,y}^{S1,1} & e_{i,z}^{S1,1} & 1 & 0 \\ e_{i,x}^{S1,2} & e_{i,y}^{S1,2} & e_{i,z}^{S1,2} & 1 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ e_{i,x}^{S1,n} & e_{i,y}^{S1,n} & e_{i,z}^{S1,n} & 1 & 0 \\ e_{i,x}^{S2,1} & e_{i,y}^{S2,1} & e_{i,z}^{S2,1} & 1 & 1 \\ e_{i,x}^{S2,2} & e_{i,y}^{S2,2} & e_{i,z}^{S2,2} & 1 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ e_{i,x}^{S2,n} & e_{i,y}^{S2,n} & e_{i,z}^{S2,n} & 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta x_i \\ \Delta y_i \\ \Delta z_i \\ \Delta(c \cdot \Delta t_i^{S1}) \\ \Delta ISB_i^{S1,S2} \end{bmatrix} \quad (3.93)$$

Werden die Gleichungen (3.92) und (3.93) mit der Methode der kleinsten Fehlerquadrate nach Gleichung (3.87) gelöst, sind beide Ansätze gleichwertig und die bestimmten Zeitparameter können ineinander überführt werden.

$$c \cdot \Delta t_i^{S2} = c \cdot \Delta t_i^{S1} + ISB_i^{S1,S2} \quad (3.94)$$

Werden weitere Eigenschaften zur Modellierung der Fehler z.B. in einem KALMAN-Filter verwendet, kann die Schreibweise nach Gleichung (3.93) Vorteile bieten. Da die Zeitsysteme beider GNSS eine sehr hohe Konstanz aufweisen, ist $ISB_i^{S1,S2}$ nahezu eine Konstante, während t_i^{S1} die für alle GNSS gleichen Effekte der Uhr des Empfängers subsummiert. Diese Unterscheidung kann vor allem in Situationen ausgenutzt werden, in denen wenige Satelliten eines oder aller GNSS beobachtet werden. In einem Filter kann durch die Modellierung als Konstante mit z.B. geringer zufälliger Drift (engl. random walk) die Navigation auch mit dem unterbestimmten System für einige Zeit fortgesetzt werden. In einer Lösung mit der Methode der kleinsten Fehlerquadrate können die Konstanten in Phasen geringer Beobachtbarkeit der Satelliten für einige Zeit auf ihrem letzten Wert festgeschrieben werden, solange dadurch keine anderen Anforderungen an die Ortungslösung verletzt werden. Auf die Verarbeitung der Code- und Phasenmessungen in Filtern wird in Kapitel 5 näher eingegangen.

Werden aus den GNSS-Informationen zum Zweck der späteren Fusion mit anderen Ortungsinformationen Positions- und Geschwindigkeitsinformationen berechnet, sollten hierbei keine Techniken Anwendung finden, die implizit oder explizit ein Dynamikmodell des Vehikels beinhalten. Dies führt zu einer Kaskadensortierung von Filtern, mit in der Regel unterschiedlichen Dynamikmodellen, deren Verhalten in den nachgelagerten Filtern meist nicht korrekt abgebildet werden kann und damit die Fusion negativ beeinflusst.

⁴⁵ISB, engl. Inter-System-Bias.

⁴⁶Die Gleichungen (3.92) und (3.93) sind jeweils für zwei GNSS mit einer einfachen Modellierung der Uhren als Bias aufgestellt und sind für weitere GNSS entsprechend zu anzupassen.

3.4.2. Geschwindigkeitsberechnung

Zur Bestimmung der Geschwindigkeit mit GNSS kommen verschiedene Möglichkeiten in Frage. Die Geschwindigkeit kann durch Differentiation der Position oder durch einen Beobachter (z.B. KALMAN-Filter) erfolgen. Die Nachteile dieser Verfahren sind ein hohes Rauschen im ersten Fall sowie die Abhängigkeit von Bewegungsmodellen im zweiten Fall. GNSS-Empfänger geben üblicherweise Messungen der Dopplerverschiebung des empfangenen Satellitensignals aus, die im Phase-Lock-Loop (PLL), Frequency-Lock-Loop (FLL) oder ersatzweise durch Differentiation der Phasenmessung gewonnen werden können.

Die Dopplermessung ist in Gleichung (3.15) charakterisiert und besitzt erkennbar vorteilhafte Eigenschaften: Sie ist sehr präzise und wird nicht von Troposphäre und Ionosphäre beeinflusst. Ein wesentlicher systematischer Fehler besteht lediglich in der Drift des Oszillators (Uhr) des Empfängers. Die Drift der Oszillatoren des Satelliten ist vernachlässigbar, kann aber prinzipiell aus den in den Navigationsnachrichten enthaltenen Informationen berechnet werden.

$$\dot{\rho}_i^k = (\underline{v}^k - \underline{v}_i) \cdot \underline{e}_i^k \quad (3.95)$$

Ein Weg um das Gleichungssystem zur Bestimmung der Geschwindigkeit des Empfängers aufzustellen, besteht darin die Entfernungsänderung zwischen Empfänger und Satellit $\dot{\rho}_i^k$ in Gleichung (3.15) durch das in Gleichung (3.95) beschriebene Skalarprodukt aus dem Richtungseinheitsvektor \underline{e}_i^k und der Differenz der vektoriellen Geschwindigkeiten des Satelliten \underline{v}^k und des Empfängers \underline{v}_i zu ersetzen.

$$f_i^k \cdot \lambda = (\underline{v}^k - \underline{v}_i) \cdot \underline{e}_i^k + c \cdot (\Delta \dot{t}_i - \Delta \dot{T}^k) + \epsilon_i^k \quad (3.96)$$

Die resultierende Gleichung (3.96) hat als Unbekannte lediglich die drei Komponenten des gesuchten Geschwindigkeitsvektors \underline{v}_i und die Drift des Oszillators des Empfängers $\Delta \dot{t}_i$. Der Geschwindigkeitsvektor \underline{v}^k lässt sich nach dem Algorithmus aus Gleichung (3.24) bis (3.39) berechnen, der Vektor \underline{e}_i^1 ist aus der Positionsrechnung bekannt oder kann entsprechend ermittelt werden. Werden alle bekannten Terme zusammengefasst, lässt sich das Gleichungssystem (3.97) aufstellen.

$$\begin{bmatrix} f_i^1 \cdot \lambda - \underline{v}^1 \cdot \underline{e}_i^1 + c \cdot \Delta \dot{T}^1 \\ f_i^2 \cdot \lambda - \underline{v}^2 \cdot \underline{e}_i^2 + c \cdot \Delta \dot{T}^2 \\ \vdots \\ f_i^n \cdot \lambda - \underline{v}^n \cdot \underline{e}_i^n + c \cdot \Delta \dot{T}^n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{e}_{i,x}^1 & \underline{e}_{i,y}^1 & \underline{e}_{i,z}^1 & 1 \\ \underline{e}_{i,x}^2 & \underline{e}_{i,y}^2 & \underline{e}_{i,z}^2 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \underline{e}_{i,x}^n & \underline{e}_{i,y}^n & \underline{e}_{i,z}^n & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_{x,i} \\ v_{y,i} \\ v_{z,i} \\ c \cdot \Delta \dot{t}_i \end{bmatrix} \quad (3.97)$$

Dieses Gleichungssystem hat die bekannte Form aus Gleichung (3.86) und kann mit denselben Methoden gelöst werden. Da dieses Gleichungssystem nicht von der Geschwindigkeit des Empfängers abhängt, ist eine iterative Lösung der Gleichung nicht erforderlich⁴⁷.

⁴⁷Bei geschickter Umsetzung kann die Systemmatrix \underline{H} aus der letzten Iteration der Positionsrechnung ohne Neuberechnung übernommen werden, da diese in Gleichung (3.85) und (3.97) identisch ist.

3.4.3. Positionierung mit Doppeldifferenzen

Liegen Daten einer lokalen Referenzstation vor, können differenzielle Verfahren (DGNSS) eingesetzt werden, um korrelierte Fehler in den Messungen zu eliminieren und so genauere Positionsberechnungen durchzuführen⁴⁸.

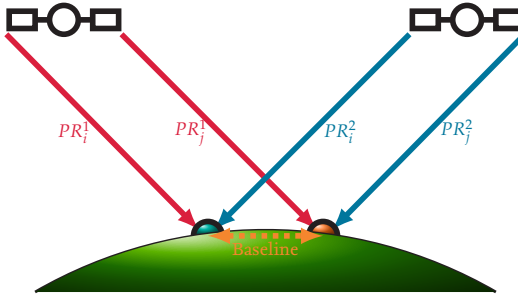


Abbildung 3.24.: Differenzielle GNSS-Positionierung

Die Ausgangssituation ist in Abbildung 3.24 dargestellt. Zwei räumlich getrennte Empfänger i und j empfangen die Signale derselben Satelliten. Ist die Distanz der Empfänger nicht zu groß und liegen keine kleinräumigen Störungen vor, können die Fehler der Ionosphäre und der Troposphäre an beiden Empfängern als identisch angenommen werden⁴⁹. Die Fehler des Satelliten sind unabhängig von der Empfängerposition und somit für beide Empfänger gleich. Mit diesen Annahmen kann, wie in Gleichung (3.98) gezeigt, die Einfachdifferenz der Beobachtungsgleichungen (3.13) zum selben Satelliten gebildet werden.

$$\begin{aligned}\Delta PR_{i,j}^k &= PR_i^k - PR_j^k \\ &= (\rho_i^k - \rho_j^k) + c \cdot (\Delta t_i - \Delta t_j) + \Delta \epsilon_{i,j}^k\end{aligned}\quad (3.98)$$

In der Einfachdifferenz nach Gleichung (3.98) sind noch die systematischen Fehlerterme der Empfängeruhren Δt_i und Δt_j enthalten. Um diese zu eliminieren, kann die Differenz zweier Einfachdifferenzen zu unterschiedlichen Satelliten k und l gebildet werden.

$$\begin{aligned}\nabla \Delta PR_{i,j}^{k,l} &= \Delta PR_{i,j}^k - \Delta PR_{i,j}^l \\ &= (\rho_i^k - \rho_j^k) - (\rho_i^l - \rho_j^l) + \nabla \Delta \epsilon_{i,j}^{k,l}\end{aligned}\quad (3.99)$$

⁴⁸Das vorgestellte Vorgehen kann auch zur relativen Positionsbestimmung zwischen zwei bewegten Empfängern eingesetzt werden.

⁴⁹Üblicherweise gilt diese Annahme sehr gut bei Distanzen unter 10 km und für Genauigkeiten im Bereich einiger Meter bis 100 km.

Die resultierende Gleichung (3.99) enthält nunmehr nur noch die Doppeldifferenz der Codemessungen $\nabla\Delta PR_{ij}^{k,l}$, die Doppeldifferenz der geometrischen Entfernungen ρ zwischen den Empfängern und Satelliten und die Doppeldifferenz der nicht-korrelierten Fehler der Codemessungen $\nabla\Delta\epsilon_{ij}^{k,l}$. Wie bei der Positionierung mit einem Empfänger kann Gleichung (3.81) in Gleichung (3.99) eingesetzt und linearisiert werden. Um beim Aufstellen der Doppeldifferenzen sicherzustellen, dass alle Satelliten genutzt werden und gleichzeitig nur linear unabhängige Kombinationen verwendet werden, hat es sich bewährt, einen Satelliten als „Basissatelliten“ B zu wählen und die Doppeldifferenzen aller anderen Satelliten zu diesem zu bilden⁵⁰. Es ergibt sich das Gleichungssystem (3.100).

$$\begin{bmatrix} \nabla\Delta PR_{ij}^{B,1} \\ \nabla\Delta PR_{ij}^{B,2} \\ \vdots \\ \nabla\Delta PR_{ij}^{B,n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_{ix}^B - e_{ix}^1 & e_{iy}^B - e_{iy}^1 & e_{iz}^B - e_{iz}^1 \\ e_{ix}^B - e_{ix}^2 & e_{iy}^B - e_{iy}^2 & e_{iz}^B - e_{iz}^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ e_{ix}^B - e_{ix}^n & e_{iy}^B - e_{iy}^n & e_{iz}^B - e_{iz}^n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta X_{ij} \\ \Delta Y_{ij} \\ \Delta Z_{ij} \end{bmatrix} \quad (3.100)$$

Die Komponenten des Messvektors $\nabla\Delta PR_{ij}^{B,1}$ in Gleichung (3.100) sind die Residuen der Doppeldifferenz zwischen gemessener Doppeldifferenz und geometrischer Doppeldifferenz am Linearisierungspunkt. Das Gleichungssystem (3.100) kann mit den in Kapitel 3.4.1 beschriebenen Verfahren iterativ gelöst werden. Das Ergebnis ist der Vektor zwischen den beiden Empfängern, der als Basislinie (engl. Baseline) bezeichnet wird. Um die Position des Empfängers in globalen Koordinaten zu erhalten, muss die Baseline zur bekannten Position des Referenzempfängers unter Berücksichtigung der Koordinatensysteme addiert werden.

$$\begin{bmatrix} X_j \\ Y_j \\ Z_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta X_{ij} \\ \Delta Y_{ij} \\ \Delta Z_{ij} \end{bmatrix} \quad (3.101)$$

Die Kombination von Codemessungen verschiedener GNSS in Doppeldifferenzen stellt keine weiteren Anforderungen, da, wie aus Gleichung (3.98) ersichtlich ist, die Effekte erster Ordnung der Satellitenuhr bereits bei der Bildung der Einfachdifferenzen eliminiert werden. Es sind darum keine weiteren Parameter in dem Ergebnisvektor von Gleichung (3.100) zu berücksichtigen.

Um die Gewichtungsmatrix $\underline{W}_{\Delta\nabla}$ für die Lösung des Gleichungssystems (3.100) aufzustellen, wird das Fehlerfortpflanzungsgesetz auf die Kovarianz der Messungen angewandt. Die Bildung der Doppeldifferenzen wird dabei durch entsprechende Lineartransformationen abgebildet, und es ergibt sich Gleichung (3.102).

⁵⁰Eine einfache Methode zur Wahl des Basissatelliten ist, den Satelliten mit der höchsten Elevation zu wählen, da dieser in vielen Szenarien am wenigsten leicht abgeschattet wird und die Gefahr von Mehrwegeausbreitung geringer ist.

$$\underline{\underline{W}}_{\Delta \nabla \Delta} = \text{cov} [\Delta \nabla \Delta]^{-1} = \begin{bmatrix} \nabla \Delta \sigma_{PR_{i,j}^{B,1}}^2 & \Delta \sigma_{PR_{i,j}^B}^2 & \dots & \Delta \sigma_{PR_{i,j}^B}^2 \\ \Delta \sigma_{PR_{i,j}^B}^2 & \nabla \Delta \sigma_{PR_{i,j}^{B,2}}^2 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \Delta \sigma_{PR_{i,j}^B}^2 \\ \Delta \sigma_{PR_{i,j}^B}^2 & \dots & \Delta \sigma_{PR_{i,j}^B}^2 & \nabla \Delta \sigma_{PR_{i,j}^{B,n}}^2 \end{bmatrix}^{-1} \quad (3.102)$$

mit

$$\nabla \Delta \sigma_{PR_{i,j}^{B,1}}^2 = \sigma_{PR_i^B}^2 + \sigma_{PR_j^B}^2 + \sigma_{PR_i^1}^2 + \sigma_{PR_j^1}^2 \quad (3.103)$$

$$\Delta \sigma_{PR_{i,j}^B}^2 = \sigma_{PR_i^B}^2 + \sigma_{PR_j^B}^2 \quad (3.104)$$

Aus Gleichung (3.102) ist zu erkennen, dass sich durch die Kombination der Messungen zu Doppeldifferenzen das Rauschen der Messungen gegenüber Lösungen mit einem Empfänger erhöht, bzw. die Präzision geringer wird⁵¹. Durch die Eliminierung der korrelierten Fehler wird die Genauigkeit hingegen gesteigert. Ebenfalls ist in Gleichung (3.102) der Einfluss des Basissatelliten auf den Nebendiagonalelementen zu erkennen, der eine Kreuzkorrelation zwischen den Doppeldifferenzen herstellt. Fehler in den Messungen des Basissatelliten beeinflussen in offensichtlicher Weise alle Doppeldifferenzen.

3.4.4. Positionierung mit der Phasenmessung

Die Verwendung der Trägerphasenmessung zur Positionsrechnung verspricht eine hohe Präzision aufgrund des geringen Rauschens und der Präzision der Messwerte. Grundlage für die Verwendung zur präzisen und genauen Positionierung ist die Kenntnis der Mehrdeutigkeit N_i^k und die Eliminierung der anderen Fehlerterme in Gleichung (3.14). Die Positionierung mit Phasenmessungen erfolgt dazu klassischerweise ebenfalls mit Doppeldifferenzen. Diese werden analog zu den Doppeldifferenzen der Codemessungen aus Gleichung (3.99) gebildet.

$$\begin{aligned} \nabla \Delta \Phi_{i,j}^{k,l} &= \Delta \Phi_{i,j}^k - \Delta \Phi_{i,j}^l \\ &= (\rho_i^k - \rho_j^k) - (\rho_i^l - \rho_j^l) + \lambda \cdot \nabla \Delta N_{i,j}^{k,l} + \nabla \Delta \epsilon_{i,j}^{k,l} \end{aligned} \quad (3.105)$$

Neben den aus Gleichung (3.99) bekannten Termen enthält Gleichung (3.105) die ganzzahlige Doppeldifferenz der Mehrdeutigkeiten $\nabla \Delta N_{i,j}^{k,l}$ ⁵². Werden diese auf beiden Seiten der Gleichung subtrahiert, lässt sich analog zu Gleichung (3.100) das Gleichungssystem (3.106) aufstellen.

⁵¹Besonderes Augenmerk verlangt die Verwendung von geglätteten Messungen in Doppeldifferenzen, da durch die Glättung auch die korrelierten Fehler beeinflusst werden (siehe Kapitel 3.3.7). Eine Möglichkeit ist, die Doppeldifferenzen der Codemessung mit den Doppeldifferenzen der Phasenmessung zu glätten.

⁵²Die Mehrdeutigkeit N_i^k in Gleichung (3.14) hat nicht ganzzahlige Anteile, die für jeden Satelliten k und Empfänger i für alle Beobachtungen gleich sind. Durch die doppelte Differenzierung entfallen diese und nur der ganzzahlige Anteil verbleibt in $\nabla \Delta N_{i,j}^{k,l}$.

$$\begin{bmatrix} \Delta \nabla \Delta \Phi_{ij}^{B,1} - \lambda \cdot \nabla \Delta N_{ij}^{B,1} \\ \Delta \nabla \Delta \Phi_{ij}^{B,2} - \lambda \cdot \nabla \Delta N_{ij}^{B,2} \\ \vdots \\ \Delta \nabla \Delta \Phi_{ij}^{B,n} - \lambda \cdot \nabla \Delta N_{ij}^{B,n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_{ix}^B - e_{ix}^1 & e_{iy}^B - e_{iy}^1 & e_{iz}^B - e_{iz}^1 \\ e_{ix}^B - e_{ix}^2 & e_{iy}^B - e_{iy}^2 & e_{iz}^B - e_{iz}^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ e_{ix}^B - e_{ix}^n & e_{iy}^B - e_{iy}^n & e_{iz}^B - e_{iz}^n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta X_j^i \\ \Delta Y_j^i \\ \Delta Z_j^i \end{bmatrix} \quad (3.106)$$

Entsprechend ergibt sich die Kovarianz- bzw. Gewichtungsmatrix analog zu Gleichung (3.102) unter Verwendung der Standardabweichung der Phasemessung σ_Φ . Sind die Doppeldifferenzen der Mehrdeutigkeiten $\nabla \Delta N_{ij}^{k,l}$ bekannt, kann das Gleichungssystem (3.106) wie für die Codemessungen gelöst werden.

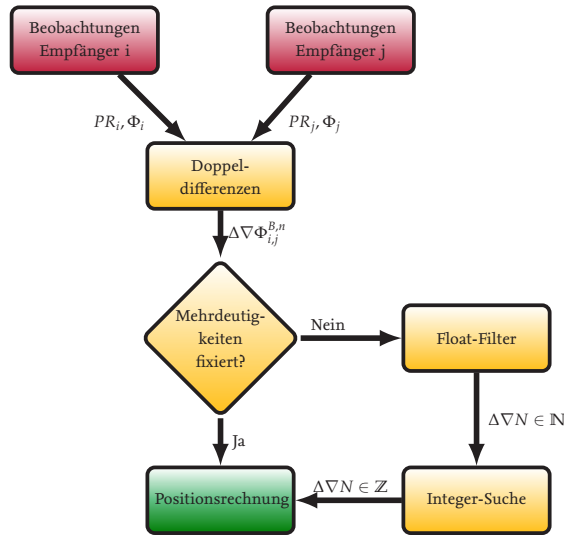


Abbildung 3.25.: Generelle Struktur einer Phasenlösung mit Doppeldifferenzen

Die Doppeldifferenzen der Mehrdeutigkeiten $\nabla \Delta N_{ij}^{k,l}$ sind zu Beginn der Positionsrechnung unbekannt und müssen bestimmt werden. Solange keine Fehler bei der Messung der Trägerphase, wie z.B. Cycle-Slips auftreten, bilden die Mehrdeutigkeiten eine Konstante. Der Prozess der Bestimmung der Mehrdeutigkeiten wird als Mehrdeutigkeitssuche bezeichnet und gliedert sich typischerweise in mehrere Schritte (Abbildung 3.25):

1. Float-Filter: Näherungsweise Bestimmung der Mehrdeutigkeiten als Fließkommazahlen.
2. Integer-Suche: Auf Basis der Fließkomma-Mehrdeutigkeiten wird durch einen Suchvorgang die wahrscheinlichste Kombination von Ganzzahl-Mehrdeutigkeiten bestimmt.

Diese Trennung in mehrere Schritte ist notwendig, da keine Methoden zur gleichzeitigen Lösung eines Gleichungssystems bestehend aus Fließ- und Ganzzahlen bekannt sind. Für den ersten Schritt, die näherungsweise Bestimmung der Mehrdeutigkeiten als Fließkommazahlen, wird z.B. in Anlehnung an Gleichung (3.100) und (3.106) ein Gleichungssystem aufgestellt, das gleichzeitig die Mehrdeutigkeiten und die Basislinie bestimmt. Die Gleichung kann z.B. die Form von Gleichung (3.107) besitzen.

$$\begin{bmatrix} \Delta \nabla \Delta PR_{ij}^{B,1} \\ \Delta \nabla \Delta PR_{ij}^{B,2} \\ \vdots \\ \Delta \nabla \Delta PR_{ij}^{B,n} \\ \Delta \nabla \Delta \Phi_{ij}^{B,1} \\ \Delta \nabla \Delta \Phi_{ij}^{B,2} \\ \vdots \\ \Delta \nabla \Delta \Phi_{ij}^{B,n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_{ix}^B - e_{ix}^1 & e_{iy}^B - e_{iy}^1 & e_{iz}^B - e_{iz}^1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ e_{ix}^B - e_{ix}^2 & e_{iy}^B - e_{iy}^2 & e_{iz}^B - e_{iz}^2 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ e_{ix}^B - e_{ix}^n & e_{iy}^B - e_{iy}^n & e_{iz}^B - e_{iz}^n & 0 & 0 & \dots & 0 \\ e_{ix}^B - e_{ix}^1 & e_{iy}^B - e_{iy}^1 & e_{iz}^B - e_{iz}^1 & \lambda & 0 & \dots & 0 \\ e_{ix}^B - e_{ix}^2 & e_{iy}^B - e_{iy}^2 & e_{iz}^B - e_{iz}^2 & 0 & \lambda & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ e_{ix}^B - e_{ix}^n & e_{iy}^B - e_{iy}^n & e_{iz}^B - e_{iz}^n & 0 & 0 & \dots & \lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta X_{ij} \\ \Delta Y_{ij} \\ \Delta Z_{ij} \\ \nabla \Delta N_{ij}^{B,1} \\ \nabla \Delta N_{ij}^{B,2} \\ \vdots \\ \nabla \Delta N_{ij}^{B,n} \end{bmatrix} \quad (3.107)$$

Das Gleichungssystem (3.107) verwendet Code- und Phasenmessungen und ist bestimmt, wenn mindestens drei Doppeldifferenzen aus Codemessungen vorliegen. Bei einer instantanen Lösung des Gleichungssystems (3.107) wird die Genauigkeit durch die Codemessungen bestimmt und ist gleich der Genauigkeit der in Kapitel 3.4.3 beschriebenen Lösung. Die Genauigkeit dieser Lösung schränkt die Anzahl der möglichen Kombinationen aus Mehrdeutigkeiten im Suchraum in der Regel nicht ausreichend ein. Um die Anzahl der möglichen Kombinationen aus Mehrdeutigkeiten zu reduzieren, können zwei generelle Maßnahmen ergriffen werden:

1. Verkleinerung des Suchraums
2. Vergrößerung der Abstands

Um den Suchraum zu verkleinern, müssen die Genauigkeit und Präzision so weit gesteigert werden, dass nur noch wenige mögliche Mehrdeutigkeitskombinationen im Suchraum vorhanden sind. Idealerweise liegt nur eine Kombination aus Mehrdeutigkeiten vor, so dass eine direkte Bestimmung der Mehrdeutigkeiten möglich ist. Dies ist ohne weitere Hilfsmittel jedoch üblicherweise nicht möglich. Um den Suchraum zu verkleinern, können z.B. Beobachtungen aus mehreren zusammenhängenden Zeitpunkten (Epochen) verwendet werden, um damit den Einfluss stochastischer Fehler zu reduzieren. Ein Mittel, um dies zu erreichen, ist die Verwendung von Filteralgorithmen wie dem KALMAN-Filter, weshalb dieser Prozess auch als Float-Filter bezeichnet wird [69, 70]. Für die Propagation der Zustände und Kovarianz des KALMAN-Filter, können die Mehrdeutigkeiten typischerweise als Konstanten mit geringen Prozessunsicherheiten angenommen werden. Die Elemente der Basislinie (und ggf. deren Derivate) hängen von der Dynamik des Vehikels ab. In Fällen, in denen die Dynamik nicht ausreichend durch Modelle beschreibbar ist, müssen zusätzliche Sensoren (z.B. INS, Odometrie oder andere Bewegungssensoren) hinzu gezogen werden. Eine weitere Möglichkeit besteht in der Verwendung zeitlicher Differenzen der Phasenmessung zur Ermittlung der Bewegungsinformationen [71].

Um den Abstand zwischen den möglichen Lösungen der Mehrdeutigkeiten zu vergrößern, muss die Wellenlänge der Signale erhöht werden. Da diese physikalisch durch die Trägerfrequenz des Signals festgelegt ist und nicht verändert werden kann, besteht die einzige Möglichkeit, die Wellenlänge zu beeinflussen, in der Kombination der Signale des jeweiligen Satelliten.

Zu diesem Zweck werden die Trägerphasen mit der Linearkombination aus Gleichung (3.108) und den zwei Parametern α und β kombiniert.

$$\Phi_{\alpha,\beta} = \alpha \cdot \Phi_1 + \beta \cdot \Phi_2 \quad (3.108)$$

Werden die Parameter α und β mit Gleichung (3.109) und (3.110) und ganzzahligen Parametern n und m bestimmt, so bleibt ebenfalls der ganzzahlige Charakter der Mehrdeutigkeit $\nabla \Delta N$ erhalten [72].

$$\alpha = n \cdot \frac{\lambda_{\alpha,\beta}}{\lambda_1} \quad (3.109)$$

$$\beta = m \cdot \frac{\lambda_{\alpha,\beta}}{\lambda_2} \quad (3.110)$$

Die Wellenlänge $\lambda_{\alpha,\beta}$ der kombinierten Phasenmessung ergibt sich dabei durch Gleichung (3.111).

$$\lambda_{\alpha,\beta} = \frac{\lambda_1 \cdot \lambda_2}{n \cdot \lambda_2 + m \cdot \lambda_1} = \frac{c}{n \cdot f_1 + m \cdot f_2} \quad (3.111)$$

Die Standardabweichung $\sigma_{\Phi_{\alpha,\beta}}$ der kombinierten Phasenmessung $\Phi_{\alpha,\beta}$ berechnet sich nach dem Fehlerfortpflanzungsgesetz durch Gleichung (3.112) [72].

$$\sigma_{\Phi_{\alpha,\beta}} = \sqrt{\alpha^2 \cdot \sigma_{\Phi_1}^2 + \beta^2 \cdot \sigma_{\Phi_2}^2} \quad (3.112)$$

Mit diesen Zusammenhängen lassen sich Linearkombinationen bestimmen, die für verschiedene Zwecke geeignet sind [72]. Die Kombination aus der L1 und der L2 Frequenz mit den Parametern $n = 1$ und $m = -1$ ⁵³ weist eine Wellenlänge von etwa 0.86 m auf und trägt üblicherweise die Bezeichnung „Wide Lane“. Gegenüber der Wellenlänge des L1 Signals von etwa 0.19 m ist diese Wellenlänge über das Vierfache größer und wird wegen ihrer vorteilhaften Eigenschaften üblicherweise für Mehrdeutigkeitssuche mit der L1/L2 Kombination verwendet.

Die modernisierten und neuen Signale der GNSS im L5 Frequenzband bieten in Kombination mit dem Frequenzband um die L1 Frequenz eine Vielzahl weiterer Kombinationsmöglichkeiten in allen GNSS. Da diese in allen GNSS verfügbar sind und zusätzlich im ARNS liegen (siehe Abbildung 3.2), bringt die Verwendung entsprechender verfügbarer Kombinationen Vorteile mit sich, wenn mehrere GNSS kombiniert werden sollen. Möglich Kombinationen sind beispielsweise L1/L5, E5a/E5b,

⁵³ $\alpha \approx 4.5294$ und $\beta \approx -3.5294$

$L_1/L_2/L_5$, $E_1/E_5a/E_5b$ [73, 74].

Auf Basis der berechneten Fließkomma-Mehrdeutigkeiten, wird im nächsten Schritt nach der wahrscheinlichsten Kombination aus ganzzahligen Mehrdeutigkeiten gesucht. Da die für die Schätzung der Fließkomma-Mehrdeutigkeiten verwendeten Codemessungen stark rauschen und in aller Regel nicht vollständig mittelwertfrei sind, reicht ein einfaches Runden der Fließkomma-Mehrdeutigkeiten nicht aus. In der Literatur ist eine Vielzahl an möglichen Ansätzen zur Suche der ganzzahligen Mehrdeutigkeiten beschrieben [75–78]. Die größte Bekanntheit und Verbreitung hat der LAMBDA-Algorithmus (Least-square **A**mbiguity **D**ecorrelation **A**djustment) erlangt [78]. Der Nachteil aller Suchalgorithmen ist, dass eine zuverlässige Abschätzung des Restrisikos, falsche Mehrdeutigkeiten zu bestimmen, in einem gestörten Umfeld nicht möglich ist. Aus diesem Grund ist der Einsatz für sicherheitskritische Anwendungen in der Regel nur in Szenarien mit gut kontrollierbarem bzw. bekanntem Umfeld möglich.

Sind die Mehrdeutigkeiten einmal bestimmt, müssen diese kontinuierlich auf ihre Gültigkeit hin überwacht werden, um Störungen (Cycle Slips, Multipath, Unterbrechungen des Empfangs, ...) zu erkennen. Wird der Empfang des Basissatelliten gestört, so können die Doppeldifferenzen zu diesem nicht mehr berechnet werden. Es besteht die Möglichkeit, die Mehrdeutigkeiten für einen anderen Basissatelliten umzurechnen, solange der neue Basissatellit Teil der zuvor verwendeten Beobachtungen ist. Wie aus Gleichung (3.113) hervorgeht, können die Mehrdeutigkeiten mit Hilfe von Gleichung (3.114) von einem Basissatelliten k auf einen neuen Basissatelliten m übertragen werden.

$$\begin{aligned}
 \nabla \Delta \Phi_{i,j}^{m,l} &= \nabla \Delta \Phi_{i,j}^{k,l} - \nabla \Delta \Phi_{i,j}^{k,m} \\
 &= \left(\Delta \Phi_{i,j}^m - \Delta \Phi_{i,j}^l \right) \\
 &= (\rho_i^m - \rho_j^m) - (\rho_i^l - \rho_j^l) + \lambda \cdot \nabla \Delta N_{i,j}^{m,l} + \nabla \Delta \epsilon_{i,j}^{m,l} \quad (3.113) \\
 \nabla \Delta N_{i,j}^{m,l} &= \nabla \Delta N_{i,j}^{k,l} - \nabla \Delta N_{i,j}^{k,m} \quad (3.114)
 \end{aligned}$$

Da die Mehrdeutigkeiten $\nabla \Delta N_{i,j}$ Konstanten sind und sich damit zeitlich nicht ändern, kann die Umrechnung nach Gleichung (3.114) erfolgen, auch wenn der Basissatellit nicht mehr empfangen wird.

Neben dem vorgestellten Verfahren zur Positionsberechnung mit Doppeldifferenzen der Trägerphase existieren unter dem Namen „**P**recise **P**oint **P**ositioning“ (PPP) Verfahren, bei denen z.B. durch komplexe Beobachtungen, exakte Modellierung aller möglichen Fehlerquellen und exakte Ephemeriden Positionslösungen mit nur einem (Haupt-)Empfänger berechnet werden [56, 79].

3.4.5. Autonomes Integritäts-Monitoring

Unter dem Begriff „**R**eceiver **A**utonomous **I**ntegrity **M**onitoring“ (RAIM) werden Verfahren verstanden, mit denen es möglich ist, Fehler in den empfangenen Signalen mit einer vorgegebenen Wahrscheinlichkeit zu detektieren. Um dieses Ziel zu erreichen, müssen Annahmen über die Auftretenswahrscheinlichkeit der zu detektierenden Fehlerfälle bekannt sein. Da RAIM-Algorithmen klassischerweise für Luftfahrtanwendungen während des Fluges entwickelt und eingesetzt werden,

ist in diesen Szenarien die Definition des Umfelds (Empfangsbedingungen, Antennencharakteristik, Mehrwegeausbreitung, ...) gut möglich⁵⁴. In diesem Fall bilden die in den Schnittstellen- und Performance-Dokumenten der Systembetreiber angegebenen Fehlerwahrscheinlichkeiten die Grundlage für die Berechnung der Detektionswahrscheinlichkeit des RAIM-Algorithmus.

Kann das operationelle Umfeld für den Empfang der GNSS-Signale nicht hinreichend beschrieben werden, so verliert der RAIM-Algorithmus seine Wirkung hinsichtlich der Bereitstellung von Integritätsgarantien und erfüllt bestenfalls die Aufgabe eines Überwachungsmonitors für Fehler, die in den Designgrenzen des Algorithmus liegen⁵⁵. RAIM-Algorithmen werden typischerweise in zwei Schritte gegliedert:

1. Fehlererkennung (Fault Detection, FD)
2. Fehlerausschluss (Fault Detection and Exclusion, FDE)

Der zweite Schritt, der Fehlerausschluss, erfordert eine höhere Überbestimmtheit des Systems als die Fehlerdetektion im ersten Schritt. Der am weitesten verbreitete Ansatz ist der in [80] beschriebene Algorithmus, der auf dem in Kapitel 3.4.1 vorgestellten Algorithmus der gewichteten kleinsten Fehlerquadrate aufbaut. Es wird angenommen, dass die Fehler der Schrägentfernungen in Gleichung (3.86) durch einen additiven Term \underline{E} beschrieben werden, der durch Gleichung (3.116) beschrieben wird.

$$\underline{r} = \underline{H} \cdot \underline{\Delta x} + \underline{E} \quad (3.115)$$

$$\underline{E} = \underline{\epsilon} + \underline{b} \quad (3.116)$$

$$\underline{\epsilon} \approx N(0, \Sigma)$$

$$\underline{b} = \begin{cases} [0, \dots, 0]^T & \text{im fehlerfreien Fall} \\ [0, \dots, 0, b_i, 0, \dots, 0]^T & \text{im Fehlerfall} \end{cases}$$

Die Fehler lassen sich annähern durch einen Anteil normalverteilten Rauschens $\underline{\epsilon}$ und einen Nullpunktfehler \underline{b} , der im fehlerfreien Fall ein Nullvektor ist. Der Fehlerfall wird in [80] für einen einzelnen Signalfehler in einem GNSS (GPS) definiert. In diesem Fall wird ein Element des Vektors \underline{b} ungleich Null und nimmt den Wert b_i an. Das Residuum $\underline{\delta}$ der Messungen in Gleichung (3.86) bzw. (3.115) ergibt sich durch Gleichung (3.117).

$$\underline{\delta} = \underline{r} - \underline{H} \cdot \underline{\Delta \hat{x}} \quad (3.117)$$

Entsprechend der Annahme über die stochastischen Eigenschaften der Fehler aus Gleichung (3.116) ergibt sich definitionsgemäß für die gewichteten Quadrate der Residuen aus Gleichung (3.118), dass diese im fehlerfreien Fall einer mittelwertfreien Chi-Quadrat-Verteilung χ_k^2 und im Fehlerfall einer

⁵⁴Im Falle der Luftfahrt durch Bau- und Betriebsvorschriften abgesichert.

⁵⁵RAIM-Algorithmen werden in der Praxis häufig zur Detektion von Empfangsfehlern in urbanen Szenarien eingesetzt. Dieser Einsatz als überwiegender Multipath-Detektor entspricht nicht den Designzielen des RAIM-Algorithmus und hat nur sehr begrenzte Wirkung.

nichtzentralen Chi-Quadrat-Verteilung $\chi_{k,\lambda}^2$ folgen.

$$WSSE = \underline{\delta}^T \cdot \underline{W} \cdot \underline{\delta} \approx \begin{cases} \chi_k^2 & \text{für } E \approx N(0, \Sigma) \\ \chi_{k,\lambda}^2 & \text{für } E \approx N(b, \Sigma) \end{cases} \quad (3.118)$$

mit

- k Anzahl der Freiheitsgrade
- λ Nichtzentralitätsparameter

Der $WSSE$ kann mit einem Schwellenwert verglichen werden, der von der Anzahl der Freiheitsgrade⁵⁶ k und der angestrebten Detektionswahrscheinlichkeit abhängig ist [80]. Überschreitet der $WSSE$ den Schwellenwert, so enthält die Lösung eine fehlerhafte Messung.

Neben dem beschriebenen grundlegenden Ansatz existiert eine Vielzahl weiterer Lösungen. Speziell gilt für den Fall, dass mehrere GNSS verwendet werden, gilt die Annahme eines Einzelfehlers für viele Einsatzzwecke in Abhängigkeit vom angestrebten Integritätslevel nicht mehr, und es sind weitergehende Konzepte notwendig.

3.4.6. Geometrische Einflüsse auf die Genauigkeit

Um den Einfluss der Geometrie durch die Verteilung der Satelliten zu beschreiben, wird die Fortpflanzung von Messfehlern in dem Gleichungssystem (3.86) herangezogen. Der Erwartungswert $E[\hat{\underline{x}}]$ des Lösungsvektors $\hat{\underline{x}}$ ergibt sich nach Gleichung (3.119) und ist näherungsweise Null, wenn von gleichverteilten und mittelwertfreien Fehlern ausgegangen wird. Die Kovarianz $cov(\hat{\underline{x}})$ ergibt sich entsprechend nach Gleichung (3.120).

$$E[\hat{\underline{x}}] = (\underline{H}^T \underline{H})^{-1} \underline{H}^T \cdot E[\underline{r}] \approx 0 \quad (3.119)$$

$$cov(\hat{\underline{x}}) = (\underline{H}^T \underline{H})^{-1} \underline{H}^T \cdot E[(\underline{r} - E[\underline{r}])(\underline{r} - E[\underline{r}])^T] \cdot \underline{H}(\underline{H}^T \underline{H})^{-1} \quad (3.120)$$

Wird weiter angenommen, dass alle Messungen in \underline{r} dieselbe Varianz σ aufweisen und unkorreliert sind, so kann Gleichung (3.120) vereinfacht werden zu Gleichung (3.121).

$$\begin{aligned} cov(\hat{\underline{x}}) &= (\underline{H}^T \underline{H})^{-1} \underline{H}^T \cdot \sigma^2 \underline{I} \cdot \underline{H}(\underline{H}^T \underline{H})^{-1} \\ &= \underbrace{\sigma^2}_{\text{Signalfehler}} \cdot \underbrace{(\underline{H}^T \underline{H})^{-1}}_{\text{Geometrie}} \end{aligned} \quad (3.121)$$

Gleichung (3.121) enthält nunmehr zwei Bestandteile. Der erste Term σ^2 ist lediglich von den Signalfehlern abhängig. Der zweite Term $(\underline{H}^T \underline{H})^{-1}$ ist lediglich von den Richtungsvektoren zu den Satelliten abhängig und beschreibt somit den Einfluss der Geometrie.

⁵⁶Die Anzahl der Freiheitsgrade k ist gleich der Anzahl der Codemessungen weniger der Elemente des Vektors \underline{r} .

Die Wurzel des mittleren quadratischen Fehlers (RMS) ergibt sich nach Gleichung (3.122).

$$RMS_{\hat{x}} = \sqrt{\text{trace}[\text{cov}(\hat{x})]} = \sigma \cdot \sqrt{\text{trace}[(\underline{H}^T \underline{H})^{-1}]} \quad (3.122)$$

Es ist ersichtlich, dass der geometrische Anteil aus Gleichung (3.121) eine Skalierung des RMS bewirkt. Auf dieser Grundlage können verschiedene Werte bestimmt werden, die die Verminderung der Genauigkeit der erreichbaren Positionsgenauigkeit in Bezug zur Genauigkeit der Messsignale beschreiben. Diese Werte werden als DOP-Werte⁵⁷ bezeichnet. Damit lassen sich die Parameter GDOP, PDOP und TDOP nach Gleichung (3.123) bis (3.125) definieren.

$$\text{GDOP} = \sqrt{(\underline{H}^T \cdot \underline{H})_{11}^{-1} + (\underline{H}^T \cdot \underline{H})_{22}^{-1} + (\underline{H}^T \cdot \underline{H})_{33}^{-1} + (\underline{H}^T \cdot \underline{H})_{44}^{-1}} \quad (3.123)$$

$$\text{PDOP} = \sqrt{(\underline{H}^T \cdot \underline{H})_{11}^{-1} + (\underline{H}^T \cdot \underline{H})_{22}^{-1} + (\underline{H}^T \cdot \underline{H})_{33}^{-1}} \quad (3.124)$$

$$\text{TDOP} = \sqrt{(\underline{H}^T \cdot \underline{H})_{44}^{-1}} \quad (3.125)$$

Der Parameter GDOP aus Gleichung (3.123) beschreibt den kompletten Einfluss der Geometrie auf den kompletten Lösungsvektor und wird als „Geometric Dilution of Precision“ bezeichnet. Der Parameter PDOP aus Gleichung (3.124) enthält nur die für die Position relevanten Elemente und wird als „Position Dilution of Precision“ bezeichnet. Der Parameter TDOP aus Gleichung (3.125) beschreibt lediglich den Einfluss auf die Bestimmung der Uhrzeit und wird als „Time Dilution of Precision“ bezeichnet⁵⁸.

Soll der Einfluss der Geometrie auf den horizontalen und vertikalen Anteil der Position beschrieben werden, muss die Matrix \underline{H} bzw. das Gleichungssystem (3.85) in North-East-Down (NED) Koordinaten aufgestellt werden, oder die drei mal drei Submatrix aus \underline{H} , die der Position entspricht, unter Anwendung des Fehlerfortpflanzungsgesetz in das NED-Koordinatensystem transformiert werden. Aus der resultierenden Matrix können die Parameter „Horizontal Dilution of Precision“ (HDOP) mit Gleichung (3.126) und „Vertical Dilution of Precision“ (VDOP) mit Gleichung (3.127) gebildet werden.

$$\text{HDOP} = \sqrt{(\underline{H}^T \cdot \underline{H})_{NN}^{-1} + (\underline{H}^T \cdot \underline{H})_{EE}^{-1}} \quad (3.126)$$

$$\text{VDOP} = \sqrt{(\underline{H}^T \cdot \underline{H})_{DD}^{-1}} \quad (3.127)$$

DOP-Werte zwischen 1 und 6 entsprechen üblichen Empfangsgeometrien und sind für die Positionierung mit GNSS alleine geeignet. DOP-Werte über 10 entsprechen Geometrien, die nicht mehr für die Positionierung geeignet sind. Es empfiehlt sich, die DOP Werte zur Überwachung der Geometrie heranzuziehen und nur geeignete Geometrien bei der GNSS-Positionierung heranzuziehen⁵⁹.

⁵⁷DOP, Dilution Of Precision.

⁵⁸Wird mehr als ein GNSS verwendet, enthält der Lösungsvektor von Gleichung (3.92) mehrere Elemente für die Uhrzeit.

In diesem Fall kann der TDOP durch Aufsummieren der entsprechenden Parameter gebildet werden.

⁵⁹Bei der Kopplung auf Basis von Rohdaten kann teilweise von diesem Grundsatz abgewichen werden.

3.5. Positionierungs-Nachbearbeitung

3.5.1. Bereitstellung der Ergebnisse

Bevor die Ergebnisse der Positions-, Geschwindigkeits- und Zeitberechnung (PVT) zur weiteren Verarbeitung bereitgestellt werden, sollten sie für diesen Zweck aufbereitet werden. Die Ergebnisse der Positions- und Geschwindigkeitsberechnung aus Abschnitt 3.4 liegen in kartesischen Earth-Centered-Earth-Fixed-Koordinaten vor. Diese sind ggf. in andere Koordinatensysteme wie z.B. das WGS84 für die Position oder ein North-East-Down (NED) Koordinatensystem für die Geschwindigkeit zu überführen. Die Umrechnung von kartesischen Koordinaten in WGS84-Koordinaten ist ein iterativer Prozess und kann unter anderem aus [66] entnommen werden ⁶⁰.

Neben den primären Ergebnisgrößen, sollten ebenfalls die zugehörigen statistischen Kenngrößen in ein passendes Koordinatensystem überführt werden. Sollen die Werte durch Menschen interpretiert werden, bietet sich die Verwendung von Standardabweichungen ausgedrückt in NED-Koordinatensystemen mit den Einheiten Meter bzw. Meter pro Sekunde an. Für die Umrechnung finden die Fehlerfortpflanzungsgesetze Anwendung. Für die Rotation der Kovarianz der Positions- bzw. Geschwindigkeitslösung ist dies lediglich eine Rotation aus dem geodätischen ECEF-System in das NED-System, die durch die Rotationsmatrix $\underline{\underline{C}}_g^n$ erfolgt. Die Kovarianzmatrix in ECEF-Koordinaten Σ_g , wird entsprechend Gleichung (3.128) in das Zielkoordinatensystem Σ_n transformiert.

$$\Sigma_n = \underline{\underline{C}}_g^n \cdot \Sigma_g \cdot \underline{\underline{C}}_g^{n,T} \quad (3.128)$$

Da die Einheiten bereits in Meter bzw. Meter pro Sekunde vorliegen, ist keine weitere Skalierung erforderlich. Die Standardabweichungen ergeben sich aus den jeweiligen Quadratwurzeln der Diagonalelemente der Kovarianzmatrix Σ_n . Für die Weiterverarbeitung der berechneten Informationen in Fusionsfiltern sollten jedoch immer auch die kompletten Kovarianzmatrizen bereitgestellt werden, da die Nebendiagonalelemente wichtige Informationen über die Korrelation der Fehler zwischen den einzelnen Elementen des Lösungsvektors enthalten. Es ist weiter zu beachten, dass die Positionsangabe für Längen- und Breitengrad in WGS84-Koordinaten in der Einheit Grad erfolgt, die Kovarianzmatrix der Position nach der Transformation aus Gleichung (3.128) weiterhin in Meter vorliegt ⁶¹.

Neben der PVT-Lösung und deren Kovarianzmatrizen, haben sich verschiedene Informationen als sinnvoll erwiesen, die zusätzlich bereitgestellt werden sollten. Grundlegend ist die Angabe, ob die Bestandteile der Lösung überhaupt gültig sind, erforderlich, da auch nur Teile der Lösung Gültigkeit haben können. Ebenfalls sollte die Art der angewendeten Korrekturen (z.B. DGNSS, SBAS, GBAS, Smoothing, ...) angegeben werden, um weitere Anhaltspunkte über die Eigenschaften der bereitgestellten Lösung zu bieten. Die Anzahl der für die Lösung verwendeten Satelliten gibt einen Hinweis auf die Überbestimmtheit des Gleichungssystems und damit auf die Möglichkeiten des

⁶⁰Bei der Implementation sollte darauf geachtet werden, die Abbruchkriterien der Iteration sorgfältig zu wählen, da diese einen großen Einfluss auf die Leistung haben können, sowie das Verhalten bei fehlerhaften oder ungewöhnlichen Eingangsgrößen überprüft werden.

⁶¹Für die Kopplung mit inertialen Messdaten ist dies in Abschnitt 5.3.3 wiedergegeben.

Gleichungssystem, einzelne Fehler zu erkennen oder abzdämpfen. Ebenfalls kann auf die Empfangssituation geschlossen werden. Zu diesem Zweck sollten ebenfalls die DOP-Parameter aus Abschnitt 3.4.6 herangezogen werden.

3.5.2. Plausibilitätstests

Neben der geeigneten Darstellung und den Parametern, die dem Nutzer bereitgestellt werden, bietet sich auch nach der PVT-Berechnung die Möglichkeit, die Ergebnisse nochmals auf Validität und Plausibilität zu prüfen. Eine gute Möglichkeit bietet die nach dem Algorithmus aus Kapitel 3.4.2 bestimmte Geschwindigkeit. Diese ist sehr robust gegen Störungen wie Mehrwegeausbreitung und gleichzeitig sehr genau im Vergleich mit Positionen auf Codebasis. Dieser Umstand kann ausgenutzt werden, um die Änderung der Position mit der aus der Geschwindigkeit und dem Zeitintervall berechneten Änderung zu vergleichen.

$$\left| \Delta \underline{p}_i - \underline{v}_i \cdot \Delta t \right| < Threshold \quad (3.129)$$

Da die berechnete Position aus geometrischen Gründen die höchste Sensitivität gegenüber Fehlern in der Höhe aufweist, kann dieser Parameter gezielt beobachtet werden. Abhängig von der Anwendung kann der mögliche Wertebereich erheblich eingeschränkt werden, z.B. unterhalb der Erdoberfläche, oder an die Erdoberfläche und Bebauung gebunden. Der Vergleich mit Messungen aus anderen Quellen, wie z.B. Odometern, barometrischen Messungen oder Umfeldsensoren, kann ebenfalls für Plausibilitätstests herangezogen werden. Existieren ausreichend genaue Modelle über die dynamischen Eigenschaften des eingesetzten Vehikels, so können hierüber ebenfalls Vergleiche angestellt werden. In aller Regel lassen sich mit derartigen Plausibilitätstests keine quantifizierbaren Aussagen über den Einfluss auf die Integrität erreichen. Durch die Anwendung derartiger Tests lässt sich jedoch die Robustheit gegenüber unerwarteten Fehlern steigern.

4 Verarbeitung von inertialen Messdaten

4.1. Prozessierungsreihenfolge

Im folgenden Kapitel werden die Verfahren und Abläufe zur korrekten Verarbeitung von inertialen Messdaten behandelt. Die Auswahl entsprechender Sensoren, die korrekte Installation und Aufbereitung der Messdaten haben einen erheblichen Anteil an dem berechneten Ergebnis und bedürfen darum gesonderter Behandlung. Die beschriebenen Verfahren und Algorithmen zeigen die zugrundeliegenden Problemstellungen und bilden die Grundlage für komplexere Herangehensweisen. Die verwendete Terminologie orientiert sich an [81].

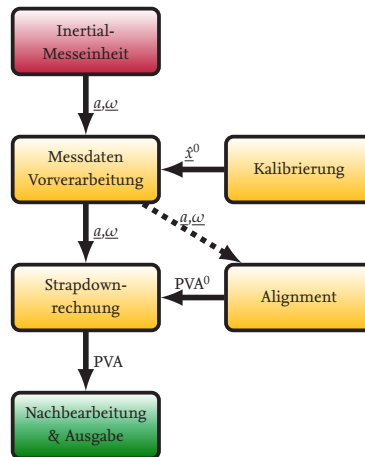


Abbildung 4.1.: Grobstruktur der INS-Verarbeitung

Dieses Kapitel betrachtet eine klassische Strapdown-IMU (Inertial Measurement Unit, IMU), bestehend aus je drei orthogonal angeordneten Drehratensensoren und Beschleunigungsmessern¹. Wie in Abbildung 4.1 dargestellt, liefert die inertielle Messeinheit Messungen der Beschleunigung a_{ib}^b und Drehrate ω_{ib}^b des körperfesten Koordinatensystems der Sensoren gegenüber dem inertialen

¹Daten aus Sonderkonstruktionen mit weniger, mehr oder anderen Sensoren wie z.B. redundante oder kreiselfreie IMU werden nicht betrachtet, können aber in der Regel vergleichbar verarbeitet werden.

Koordinatensystem (Kapitel 4.2). Vor der eigentlichen Verarbeitung in der Navigationsrechnung (Kapitel 4.6) werden die Daten für die Verarbeitung aufbereitet. Hierzu gehören die Anwendung von Kalibrierdaten, die Anpassung der Frequenz und zeitlichen Eigenschaften und die Überprüfung der Daten auf Validität (Kapitel 4.3). Zu Beginn der Navigationsrechnung oder nach Störungen im System müssen, da es sich um ein relatives Navigationsverfahren handelt, die Anfangsbedingungen bestimmt werden. Dieser Prozess wird als Alignment bezeichnet (Kapitel 4.5). Liegen diese Anfangsbedingungen vor, so kann die Navigationsrechnung durchgeführt werden.

Dabei kann zwischen der Verarbeitung in einem Lagereferenzsystem (**Attitude Heading Reference System**, AHRS) und einer Strapdown Rechnung unterschieden werden ². Die Verarbeitung in einem AHRS ist ein in sich geschlossener Prozess und kann prinzipiell ohne zusätzliche Stützinformationen durchgeführt werden (Kapitel 4.7).

Die Verarbeitung in der Strapdown-Rechnung ist ein instabiler Prozess, der je nach Güte der eingesetzten Sensoren verschieden stark durch Messungen anderer Sensoren gestützt werden muss. Die Darstellung der Strapdown-Rechnung in Kapitel 4.6 liefert die Grundlage für die in Kapitel 5 behandelte Kopplung von inertialen Messdaten mit anderen Sensoren.

4.2. IMU-Messungen

4.2.1. Messbereich

Eine klassische Strapdown-IMU besteht aus je drei orthogonal angeordneten Drehratensensoren und Beschleunigungsmessern wie in Abbildung 4.2 dargestellt. Die Leistung der auf Basis dieser Sensoren berechneten Navigationslösung hängt im hohen Maße von der Auswahl geeigneter Sensoren ab. Die Anwendung und das verwendete Vehikel geben den benötigten Messbereich vor. Dabei ist zu beachten, dass nicht immer in allen Achsen die gleichen Anforderungen gelten. In der Hochachse eines Fahrzeugs wirken üblicherweise höhere Drehraten als in den anderen Achsen, und in der vertikalen wirkt zusätzlich zu der Beschleunigung des Vehikels die Gravitation.

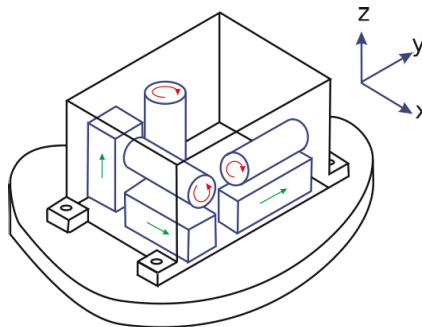


Abbildung 4.2.: Prinzipieller Aufbau einer Strapdown-IMU

²Rahmenplattformen liegen nicht im Fokus dieser Betrachtung und werden deshalb nicht betrachtet.

4.2.2. Inkrement- und Raten-Messungen

Neben dem Messbereich spielt die Frequenz, mit der die Messung digitalisiert wird, eine entscheidende Rolle. Die Messfrequenz muss auf die im Fahrzeug wirkenden Anregungen (z.B. Vibrationen) abgestimmt sein, um sicherzustellen, dass das Abtasttheorem von Nyquist-Shannon erfüllt wird und die Abtastfrequenz f_{Abtast} mindestens doppelt so hoch ist wie die höchste im Signal vorkommende Frequenz f_{Max} ist.

$$f_{Abtast} \geq 2 \cdot f_{Max} \quad (4.1)$$

Sind hohe Frequenzen etwa durch Vibration aus dem Antriebssystem zu erwarten, besteht die Möglichkeit, dies z.B. durch geeignete Montage der IMU (Kapitel 4.2.6) zu reduzieren.

Es muss ferner zwischen der Ausgabefrequenz und der Abtastfrequenz der IMU unterschieden werden. Üblicherweise werden die Sensoren in der IMU höher abgetastet und vorverarbeitet, bevor die Messdaten mit üblichen Datenraten zwischen 100 bis 1000 Hz ausgegeben werden. Eine hohe Datenrate führt zu geringfügig mehr Rechenlast im Navigationsrechner bei der Strapdown-Rechnung, jedoch reduziert die hohe Datenrate Effekte die durch Coning und Sculling entstehen (siehe Kapitel 4.6.2). Da das auf Basis der Daten der IMU berechnete Navigationsergebnis üblicherweise die Datenrate des gesamten Navigationssystems bestimmt, muss die Ausgaberate der IMU die Anforderungen der Anwendung z.B. für die Regelung des Vehikels erfüllen.

Ist die Abtastfrequenz der IMU höher als die Ausgabefrequenz, können die Messwerte durch einen entsprechenden Tiefpassfilter auf die Hälfte der Ausgabefrequenz begrenzt werden. Ein weiteres Vorgehen besteht darin, die Messwerte in der IMU zu Inkrementen über das Ausgabeintervall τ zu integrieren.

$$\Delta \underline{v}_{ib}^b(t) = \int_{t-\tau}^t \underline{a}_{ib}^b(t) dt \quad (4.2)$$

$$\Delta \underline{\epsilon}_{ib}^b(t) = \int_{t-\tau}^t \underline{\omega}_{ib}^b(t) dt \quad (4.3)$$

Einige Messprinzipien, wie z.B. faseroptische Kreisel, liefern direkt Inkremente und besitzen damit einen messtechnischen Vorteil. Während die Inkremente $\Delta \underline{\epsilon}_{ib}^b$ der Drehraten $\underline{\omega}_{ib}^b$ einem Lagenwinkelintervall entsprechen, entsprechen die Inkremente $\Delta \underline{v}_{ib}^b$ den gemessenen spezifischen Beschleunigungen \underline{a}_{ib}^b nicht Geschwindigkeiten, da \underline{a}_{ib}^b neben der Beschleunigung ebenfalls die Gravitation enthält [82].

Einige Systeme bieten die Ausgabe von um den Anteil der Gravitation kompensierten Beschleunigungen an. Diese kompensierten Daten eignen sich nicht für eine Strapdown-Rechnung, da für eine exakte Kompensation die Lage und Position sowie ein geeignetes Gravitationsmodell erforderlich sind und diese sich von der eigenen Berechnung unterscheiden werden.

4.2.3. Sensoreigenschaften

Um die Eigenschaften eines Sensors und seine Eignung für die Inertialnavigation zu beurteilen, müssen eine Vielzahl von Eigenschaften beachtet werden. Der Nullpunktfehler (Bias) und Skalenfaktor (Scale) haben bei Drehratensensoren und Beschleunigungsmesser einen unterschiedlichen Einfluss auf das Ergebnis. Die spezifischen Auswirkungen werden für den Beschleunigungsmesser in Kapitel 4.2.5 und für die Drehratensensoren in Kapitel 4.2.5 beschrieben und in Anhang D weiter quantifiziert. Generell lassen sich diese und andere modellierbare Eigenschaften wie Achsenfehlausrichtung der Sensoren durch Kalibrierung kompensieren, solange diese hinreichend zeitstabil über die Lebensdauer des Sensors sind und innerhalb einer für den Einsatzzweck akzeptable Zeitspanne liegen. Die Anwendung der Kalibrierung ist als Teil der Vorverarbeitung in Kapitel 4.3.2 beschrieben. Nicht kalibriert werden können Sensorfehler, die sich unvorhersehbar ändern oder stochastischer Natur sind. Zur Analyse dieser Eigenschaften eines Sensors hat sich die Darstellung der Allan-Varianz $\sigma(\tau)$ doppelt logarithmisch über der Messperiode τ bewährt [83, 84]. Der charakteristische Verlauf für verschiedene Fehleranteile ist in Abbildung 4.3 dargestellt.

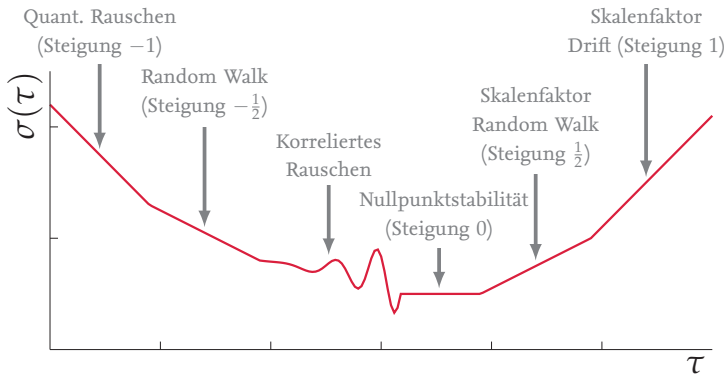


Abbildung 4.3.: Allan-Varianz-Graph nach [83]

Die Allan-Varianz entsprechend Gleichung (4.4) ist definiert als die Hälfte des Erwartungswerts des Quadrats der Änderung der Mittelwerte zweier aufeinanderfolgender Perioden der Länge τ . Eine genaue Beschreibung der Zusammenhänge kann [83] entnommen werden.

$$\sigma^2(\tau) = \frac{1}{2} \left\langle (\bar{\Omega}_{k+m} - \bar{\Omega}_k)^2 \right\rangle \quad (4.4)$$

Die Quantisierung des Sensors findet sich mit einer Steigung von -1 im linken Teil des Kurvenverlaufs. Daran schließt sich mit einer Steigung von $-\frac{1}{2}$ der charakteristische Bereich für das stochastische Rauschen des Sensors an. Der Plateaubereich bzw. das Minimum markieren die Stabilität des Nullpunktfehlers, gefolgt von dem Rauschen des Skalenfaktors und der Stabilität des Skalenfaktors.

Damit zeigt der Allan-Varianz-Graph alle wesentlichen stochastischen Eigenschaften des Sensors. Nicht im Allan-Varianz-Graph enthalten ist z.B. die „Einschalt-zu-Einschalt-Wiederholbarkeit“³. Darunter sind Veränderungen der Sensorkennlinie zusammengefasst, die zwischen zwei Betriebszyklen auftreten. Somit können sie definitionsgemäß nicht durch Kalibrierung kompensiert werden, bzw. eine genauere Kalibrierung dieser Parameter, als deren Stabilität zulässt, ist nicht sinnvoll. Da diese Fehlereinflussgrößen des Sensors mindestens zu Beginn der Navigationsrechnung nicht bekannt sind, haben diese in der Anfangsphase einen erhöhten Einfluss auf die Qualität der Lösung. Soweit die Parameter im Betrieb durch Sensordatenfusion, wie in Kapitel 5 beschrieben, ermittelt werden können, kann ihr Einfluss über die Dauer der Berechnung reduziert werden. Speziell bei Systemen mit kurzen Betriebszyklen kann dies jedoch nicht immer sichergestellt werden. Sensoren, deren Kennlinie über längere Zeit im benötigten Genauigkeitsbereich stabil bleiben, sind damit eine Grundvoraussetzung für ein zuverlässiges Navigationssystem.

4.2.4. Drehratensensoren

Drehratensensoren messen die Drehgeschwindigkeit ω_{ib}^b oder Drehinkremente $\Delta\epsilon_{ib}^b$ des Sensors gegenüber dem inertialen Raum. Alternative Bezeichnungen für Drehratensensoren sind Kreisel oder Gyroskop. Diese Bezeichnungen leiten sich aus der klassischen Konstruktionsform von Drehratensensoren mit schnell rotierenden massebehafteten Körpern her [85, 86]. Diese Bauform ist aufgrund ihrer mechanischen Komplexität und damit verbundenen aufwändigen Fertigung und Wartung nur noch selten im Einsatz. Für Strapdown-Systeme kommen heute üblicherweise Ringlaser-Kreisel (RLG), faseroptische Kreisel (FOG) oder mikromechanische Kreisel (MEMS) zum Einsatz. Eine detailliertere Beschreibung der Sensorprinzipien kann vielfältiger Literatur entnommen werden [82, 87–92].

RLG und FOG basieren auf optischen Messprinzipien, während MEMS üblicherweise mechanische Strukturen wie vibrierende Stimmgabeln verwenden. Die mechanischen Strukturen der MEMS (und anderer mechanischen Kreisel) haben durch die Massenträgheit ihres Sensorelements jedoch immer ebenfalls eine direkte Empfindlichkeit gegenüber Beschleunigungen und Vibrationen⁴. Bei optischen Sensoren können durch starke Beschleunigungen oder Vibrationen jedoch ähnliche Effekte entstehen, die z.B. durch Deformation im Lichtpfad hervorgerufen werden können.

MEMS-Sensoren haben ihrerseits einige wesentliche Vorteile gegenüber optischen Sensoren, wie ihre geringe Baugröße, ihren geringen Preis und, da keine Lichtquelle benötigt wird, die geringere elektrische Leistungsaufnahme und Wärmeabgabe. Die Wärmeabgabe kann, neben der direkten Beeinflussung der anderen Sensoren, auch zu thermischen Deformationen des Sensorträgers führen, die sehr schwer durch konstruktive Maßnahmen zu kompensieren sind. Einige hochwertige IMU haben aus diesen Gründen eine gemeinsame, vom Sensor getrennte Lichtquelle, womit auch die Anzahl der empfindlichen Komponenten reduziert werden kann.

Die typischerweise im Datenblatt einer IMU angegebenen Kenngrößen der Drehratensensoren haben charakteristische Auswirkungen auf das daraus berechnete Navigationsergebnis. Ein Nullpunktfehler $\delta\omega$ des Kreisels führt in einem ungestützten System zu einer Drift der Lagewinkel über der Zeit, da wie aus Kapitel 4.6 und 4.7 ersichtlich ist, sowohl in der Strapdown-Rechnung, als

³Auch als Tag-zu-Tag-Wiederholbarkeit bezeichnet (engl. Day to Day Repeatability).

⁴Es wird in diesem Zusammenhang auch von beschleunigungsabhängiger Drift oder g-Abhängigkeit gesprochen.

auch in der AHRS-Rechnung eine Integration der Drehraten erfolgt. Damit führen entsprechend Gleichung (4.5) nicht kompensierte Nullpunktfehler $\delta\omega$ näherungsweise zu einem über die Zeit Δt linear ansteigenden Lagefehler $\delta\varepsilon$.

$$\delta\varepsilon = \delta\omega \cdot \Delta t \quad (4.5)$$

Besondere Bedeutung kommt dem Drehratensensor zu, der die Drehung um die Hochachse misst, da die Möglichkeiten zur Schätzung des Kursfehlers üblicherweise am geringsten sind. Die Roll- und Pitch-Winkel sind üblicherweise besser beobachtbar und werden z.B. in einem AHRS durch Messung des Gravitationsvektors gestützt. Bei hochgenauen Drehratensensoren besteht darüber hinaus die Möglichkeit, den Kurswinkel über die Messung der Erddrehrate zu stützen bzw. zu ermitteln (siehe Kapitel 4.5).

Ein Nullpunktfehler der Drehratensensoren führt darüber hinaus zu einem langsam oszillierenden Fehler der Position und Geschwindigkeit im Nordkanal der sogenannten SCHULER-Schwingung (siehe auch Anhang D). Diese resultiert aus der Fehlausrichtung des Systems im Nordkanal, womit ein Teil der Erdanziehung eine scheinbare Beschleunigungskomponente in Nordrichtung ausbildet. Diese führt zu einer scheinbaren Geschwindigkeit und Positionsänderung in dieser Richtung, bis sich durch die scheinbare Positionsänderung der Winkelfehler abgebaut hat.

Ein Skalenfaktorfehler δs_ω der Drehratensensoren verursacht einen Lagefehler, sobald das System einer rotatorischen Anregung unterliegt. Skalenfaktorfehler werden üblicherweise in Millionstel (ppm, **P**art **P**er **M**illion) oder in Prozent angegeben. Der Winkelfehler $\delta\varepsilon$, der durch den Skalenfaktorfehler δs_ω verursacht wird, stellt sich entsprechend Gleichung (4.6) näherungsweise proportional zum Rotationswinkel $\Delta\alpha$ ein.

$$\delta\varepsilon = \delta s_\omega \cdot \Delta\alpha \quad (4.6)$$

Da diese und Fehler höherer Ordnung außerhalb des Labors in einem Fusionsfilter nur bei entsprechenden Anregungen und damit sehr schwer beobachtbar sind, ist der Stabilität dieser Parameter über den Nutzungszyklus große Bedeutung beizumessen.

Der als „**A**ngular **R**andom **W**alk“ (ARW) bezeichnete stochastische Rauschanteil kann aus dem Allan-Varianz-Graph (siehe Abbildung 4.3) an der Stelle $\tau = 1$ direkt abgelesen werden [83]. Der ARW wird üblicherweise in $\frac{\text{deg}}{\sqrt{\text{h}}}$ angegeben⁵. Daraus folgt, dass die Standardabweichung des resultierenden Winkel (-fehlers) nach der Zeitspanne Δt in Sekunden durch Gleichung (4.7) berechnet werden kann.

$$\sigma_\varepsilon(t) = \text{ARW} \cdot \sqrt{\frac{\Delta t}{3600}} \quad (4.7)$$

⁵Alternativ wird der ARW in der Einheit $\frac{\text{deg}}{\text{s}} \cdot \sqrt{\text{Hz}}$ angegeben. $60 \cdot \frac{\text{deg}}{\sqrt{\text{h}}}$ entsprechen $1 \cdot \frac{\text{deg}}{\text{s}} \cdot \sqrt{\text{Hz}}$.

4.2.5. Beschleunigungsmesser

Die Beschleunigungsmesser haben die Aufgabe, die translatorische Beschleunigung a_{ib}^b der IMU relativ zum inertialen Raum zu messen. Ein klassischer Beschleunigungsmesser besteht aus einem Feder-Masse-System, das in einer Achse sensitiv ist. Bei sogenannten „Open Loop“-Sensoren wird die Auslenkung des Feder-Masse-System z.B. kapazitiv gemessen. Bei „Closed Loop“-Sensoren wird die Kraft gemessen, die nötig ist, das Feder-Masse System im Ursprung zu halten. „Closed Loop“-Sensoren sind komplexer im elektrischen Aufbau, aber häufig genauer, unter anderem da durch die Auslenkung des Feder-Masse-System leicht eine Empfindlichkeit in den anderen Achsen entsteht. Diese Empfindlichkeit in den anderen Achsen wird als „Cross-axis Sensitivity“ bezeichnet und kann nur sehr aufwendig in einer Kalibrierung berücksichtigt werden. Sie ist nicht mit der Fehlausrichtung der Sensorachse (engl. Axis Misalignment) zu verwechseln, die in Kapitel 4.3.2 behandelt wird. Wie für den Kreisel, lässt sich auch für den Beschleunigungsmesser anhand einiger typischer Kennwerte dessen Einfluss auf das Ergebnis der Navigationsrechnung abschätzen (siehe auch Anhang D). Ein Nullpunktfehler δa des Beschleunigungsmessers hat in der Horizontalen in erster Näherung einen linear über die Zeit Δt anwachsenden Fehler in der Geschwindigkeit δv und einen quadratisch anwachsenden Fehler in der Position δp zur Folge.

$$\delta v = \delta a \cdot \Delta t \quad (4.8)$$

$$\delta p = \delta a \cdot \Delta t^2 \quad (4.9)$$

In der vertikalen wird der Fehler zusätzlich durch den Einfluss der Gravitation verstärkt. Die Gravitation nimmt mit zunehmender Höhe ab. Stellt sich im Höhenkanal ein Fehler ein, so wird bei positivem Höhenfehler die gemessene Beschleunigung mit einem zu geringen Wert kompensiert, und der Höhenfehler verstärkt sich. Entsprechend ist bei negativem Höhenfehler die Kompensation zu groß, und der Höhenfehler verstärkt sich in umgekehrter Richtung. Das Verhalten im Höhenkanal ist somit generell instabil und eine Stützung ist zwingend erforderlich⁶.

Neben dem Fehlereinfluss während der Navigation entsteht ein Winkelfehler bei der als Alignment bezeichneten initialen Bestimmung der Lagewinkel (Kapitel 4.5). Die Rollwinkelfehler $\delta\phi$ und Nickwinkelfehler $\delta\theta$ können für kleine Nullpunktfehler der horizontalen Beschleunigungsmesser δa_x und δa_y mit Gleichung (4.10) und Gleichung (4.11) abgeschätzt werden.

$$\delta\theta = \frac{\delta a_x}{g} \quad (4.10)$$

$$\delta\phi = -\frac{\delta a_y}{g} \quad (4.11)$$

Wie für Drehratensensoren gilt auch für Beschleunigungsmesser, dass ein Skalenfaktorfehler zu einem Geschwindigkeitsfehler führt, der linear mit der Änderung der Geschwindigkeit zusammenhängt. Ebenfalls kann die Standardabweichung aufgrund des Sensorrauschens analog zu Gleichung (4.7) aus der Allan-Varianz bestimmt werden.

⁶Eine in der Luftfahrt verbreitete Messgröße zur Stützung des Höhenkanals ist die barometrische Höhenmessung.

4.2.6. Installation

Bei der Installation einer Inertialmesseinheit ist eine sorgfältige Auswahl zu treffen, die von einer Vielzahl an Kriterien abhängt. Neben allgemeinen und offensichtlichen Anforderungen, wie dem Schutz gegen mechanische Beanspruchung (Berührung, Schlagbeanspruchung, etc.), elektrische Versorgung oder Montierbarkeit, spielen einige spezielle Anforderungen eine Rolle.

Die IMU soll die Lage und Position im Koordinatensystem des Vehikels mit einer geforderten Genauigkeit bestimmen. Um dies zu erreichen, muss die Position und Einbaulage im Fahrzeug so genau bekannt sein, dass die geforderte Genauigkeit erreicht werden kann. Der Einbaufehler addiert sich unmittelbar auf die Genauigkeit der Navigationslösung des Inertialsystems. Es müssen folglich konstruktive Maßnahmen getroffen werden, um die IMU definiert im Vehikel montieren zu können und die Einbauposition einmessen zu können. Geeignete Maßnahmen sind idealerweise zwei Passstifte oder Anschläge, die die Position der IMU auf einer verwindungssteifen Basisplatte definieren. Es muss darauf geachtet werden, dass durch die Befestigung keine Spannungen entstehen, die Verwindungen in der IMU hervorrufen. Dies gilt insbesondere auch, wenn die IMU ohne weiteres Gehäuse, etwa auf einer Leiterplatte, in ein System integriert wird.

Stimmt die Einbaulage nicht mit dem Koordinatensystem des Vehikels überein, so muss diese ermittelt und der Einbaufehler, wie in Kapitel 4.3.3 beschrieben, korrigiert werden. Bei der Bestimmung der Einbauwinkel ist darauf zu achten, dass diese entsprechend der Rotationsreihenfolge der verwendeten Drehmatrix zu ermitteln sind⁷. In der Praxis ist dies aufwendig, und mit einfachen Mitteln schwierig, sobald es sich nicht um kleine Winkel und Drehungen um mehr als eine Achse handelt⁸. Bei Serienanwendungen, in denen nicht für jedes System eine Einmessung erfolgen kann, muss die Variation des Einbaufehlers auf Grund von Toleranzen berücksichtigt werden. Bei Einzelanwendungen mit hohen Anforderungen ist eine Einmessung mit geodätischen Mitteln, wie z.B. mit einem Tachymeter in Betracht zu ziehen.

Neben der Lage ist ebenfalls die Position der IMU im körperfesten Koordinatensystem des Vehikels von Bedeutung. Zum einen werden die Position und Lage der IMU zum gewählten Referenzpunkt im Vehikel, für den die Navigationslösung berechnet werden soll, benötigt (siehe Kapitel 5.5.1)⁹. Zum anderen wird die Position der IMU relativ zu den Sensoren, die zur Stützung herangezogen werden sollen, benötigt (siehe Kapitel 5.3). Die relative Lage dieser Punkte zur IMU wird in körperfesten Koordinaten benötigt und üblicherweise als „Hebelarm“ bezeichnet. In beiden Fällen ist zu berücksichtigen, dass Fehler der Hebelarme sich zumeist direkt in die (Un-)Genauigkeit der Navigationslösung fortpflanzen. Ebenfalls müssen die Hebelarme eine starre Verbindung dieser Punkte gewährleisten bzw. deren Variabilität im Fehlerbudget berücksichtigt werden. Bei (großen) Flugzeugen kommt es z.B. zu signifikanten Verformungen (Biegung, Torsion, Längenänderung) in Abhängigkeit von z.B. Beladung, Flugphase und Flugmanöver. Bei Fahrzeugen sind Fahrwerk und Fahrgastzelle nicht starr verbunden. Dies muss bei der Nutzung der Ergebnisse, die üblicherweise für die Fahrgastzelle berechnet werden, z.B. zur Fahrzeugregelung ebenso berücksichtigt werden,

⁷Üblicherweise wird die sogenannte X-Folge verwendet, mit der Drehreihenfolge zuerst um die Z-Achse ψ , danach um die Y-Achse θ und zuletzt um die X-Achse ϕ .

⁸Zur Ermittlung grober Näherungswerte, kann ein statisches Alignment, wie in Kapitel 4.5 beschrieben, bei vorheriger definierter Ausrichtung des Vehikels durchgeführt werden. In dem Ergebnis sind jedoch die Einflüsse aufgrund der Sensorfehler der IMU nicht kompensiert.

⁹Dieser Punkt wird häufig als „Navigation Reference Point“ oder „Center of Navigation“ bezeichnet.

wie z.B. bei der Verwendung von Messungen der Radsensoren und des Lenkwinkels zur Stützung des Inertialsystems.

Ein kontroverser Punkt bezüglich der Installation der IMU im Vehikel sind Vibrationen. Diese können unter Anderem vom Antriebssystem (besonders durch Turbinen und Kolbenmotoren) und durch die Bewegung des Vehikels (z.B. Anströmung, Turbulenz, Bodenbeschaffenheit) hervorgerufen werden. Generell sind Vibrationen Teil der Bewegungen, die das Vehikel ausführt, und werden als solche durch das Navigationssystem mit erfasst. Solange die Vibrationen, wie in Abschnitt 4.2.2 beschrieben, das Kriterium von Nyquist-Shannon nach Gleichung (4.1) nicht verletzen und den Messbereich des Sensors nicht überschreiten¹⁰, können diese mit erfasst und verarbeitet werden. Liegen die Frequenzen oder Amplituden der durch die Vibration hervorgerufenen Anregungen nach diesen Kriterien zu hoch, müssen sie durch einen mechanischen Tiefpassfilter (Dämpfer) abgemindert werden. Entsprechende Bauelemente werden üblicherweise als „Shock Mount“ bezeichnet, und müssen passend zur Masse der IMU inkl. Halterung und der benötigten Grenzfrequenz gewählt werden. Dies ist insbesondere bei hochintegrierten MEMS-IMU schwierig, da die Masse dieser Systeme häufig sehr gering ist, und damit der „Shock Mount“ sehr weich sein muss. Das kann wiederum zu Lagefehlern durch niederfrequente Anregungen führen. Ebenfalls wird durch den „Shock Mount“ die Forderung nach einer starren Verbindung zum körperfesten Koordinatensystem des Vehikels verletzt, allerdings wird sich die Vibration meist auch ohne „Shock Mount“ auf den Hebelarm auswirken, da dieser nicht unendlich steif ist. Anhand dieser Überlegungen und der Einbausituation ist im Einzelfall eine Abwägung zu treffen, ob die Messfrequenz erhöht, ein besserer Montageort gefunden oder ein „Shock Mount“ eingesetzt werden sollte. Vibrationen sind ebenfalls eine häufige Quelle für mechanisches oder elektrisches Versagen.

Die thermischen Bedingungen am Montageort müssen zum Temperaturbereich der IMU passen. Generell gilt natürlich, dass die Temperaturschwankungen so gering wie möglich und so dicht wie möglich an der spezifizierten Einsatztemperatur gehalten werden sollten, die bei der Auswahl und Kalibrierung der IMU ggf. berücksichtigt werden kann. Temperaturgradienten können in der Kalibrierung nur sehr schwer berücksichtigt werden, können aber neben dem Einfluss auf den Sensor selbst z.B. zu Deformationen des Sensorträgers führen. Je größer der benötigte bzw. auftretende Temperaturbereich ist, desto aufwendiger und damit teurer ist die Kalibrierung. Neben den hervorgerufenen Fehlern in der Modellierung der Temperaturabhängigkeit des Sensorverhaltens haben hohe Temperaturschwankungen immer auch einen beschleunigten Alterungsprozess zur Folge. Alterungseffekte führen neben dem steigenden Ausfallrisiko bzw. der kürzeren Lebenszeit zu Veränderungen der Sensorkennlinie, die z.B. durch Materialermüdung oder Nachlassen der Leistung von Lichtquellen hervorgerufen werden können. Diesen Änderungen muss durch wiederkehrende Kalibrierung oder durch Anpassung der Modellunsicherheit in der Fehlerschätzung eines Koppelfilters Rechnung getragen werden, wobei in beiden Fällen mit Leistungseinbußen zu rechnen ist.

Temperaturschwankungen können unter ungünstigen Umständen zur Bildung von Kondenswasser und damit verbundenen Schäden führen. Bei einzelnen Anwendungen muss ebenfalls die Beständigkeit gegen die umgebende Atmosphäre beachtet werden, die z.B. bei hohem Salzgehalt oder durch den Umgebungsdruck Schäden am System hervorrufen können.

¹⁰Vibrationen können erhebliche Amplituden aufweisen, obwohl ihr Energieinhalt aufgrund der kurzen Periodendauer gering ist.

4.3. Vorverarbeitung der Messungen

Damit die Daten der IMU in der Navigationsrechnung optimal verarbeitet werden können, sollten diese passend aufbereitet werden. Zu diesem Zweck sind verschiedene Schritte zur Vorverarbeitung der Messdaten sinnvoll. Die wichtigsten Schritte sind in Abbildung 4.4 dargestellt.

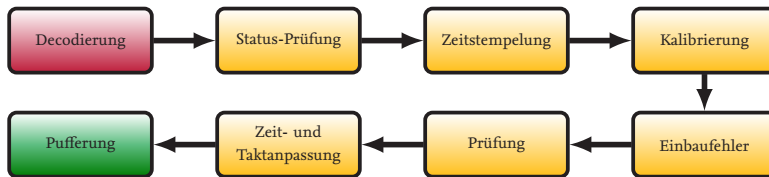


Abbildung 4.4.: Vorverarbeitung von IMU-Rohdaten

Die IMU-Daten werden dekodiert und die von der IMU gelieferten Status-Informationen ausgewertet. Danach werden die IMU-Daten mit einem Zeitstempel versehen, der die zeitliche Zuordnung und die Synchronisation mit Messdaten anderer Sensoren erlaubt. Anschließend werden auf die IMU-Daten die Korrekturen der Kalibrierung angewendet, soweit dies nicht bereits zuvor in der IMU erfolgt ist. Nach dem Anbringen der Labor-Kalibrierung werden die Einbaufehler der IMU im Vehikel korrigiert. Nach erneuter Prüfung können die Phase und Frequenz der IMU-Daten an die Erfordernisse der Navigationsrechnung und des Fusionsfilters angepasst werden und ggf. in einem „First In First Out“-Puffer (FIFO) zwischengespeichert werden.

4.3.1. Decodierung, Status-Prüfung und Zeitstempelung

Sind IMU-Sensor und Navigationsrechner getrennte Einheiten, müssen die Daten zwischen beiden Einheiten übertragen und auf eine gemeinsame Zeitbasis gebracht und mit entsprechenden Zeitmarken verbunden werden. In diesem Zusammenhang wird auch von Zeitstempelung gesprochen. Zuerst müssen die Daten aus dem Übertragungsformat der IMU decodiert und die Prüfwerte zur Kontrolle der korrekten Übertragung geprüft werden.

Vorhandene Statusinformationen zur Gültigkeit der IMU-Daten aus dem Selbsttest der Sensoren und der IMU sollten schon zu diesem Zeitpunkt ausgewertet werden, um ggf. Warnungen an den Nutzer zu generieren und die Weiterverarbeitung ungültiger IMU-Daten zu unterbinden.

Anschließend müssen die Daten mit einem Zeitstempel versehen werden, der die eindeutige zeitliche Zuordnung im System und zu Messwerten anderer Sensoren zulässt. Es sollte sichergestellt sein, dass die Zeitquelle neben der nötigen Auflösung, typischerweise im Nanosekundenbereich, über eine ausreichende Stabilität über die Einsatzdauer verfügt, die je nach Anwendung zwischen Sekunden, Minuten, bis zu Tagen oder länger liegen kann. Da die Zeitquelle zur Integration der Messwerte über die Zeit verwendet wird, erleichtert eine linear anwachsende Zeitachse diese Berechnungen. Die Genauigkeit der Zeitquelle hat damit ebenfalls einen Einfluss auf das Navigationsergebnis. Ein Skalenfehler der Zeitquelle wirkt sich bei der Integration über die Zeit wie ein Nullpunktfehler des Messwerts aus. Die resultierenden Fehler in der Navigationsrechnung werden in Kapitel 4.2.4, 4.2.5 und Anhang D

Steht eine Zeitquelle wie z.B. GNSS zur Verfügung, kann diese bei Verfügbarkeit genutzt werden, um die Drift der Systemzeit zu kompensieren. Bei der direkten Nutzung von GNSS oder anderen externen Zeitquellen muss sichergestellt werden, dass diese in allen Betriebsphasen und insbesondere zur Initialisierung des Systems zur Verfügung stehen. Während dies für GNSS in der Luftfahrt eine valide Annahme sein kann, ist z.B. in der Fahrzeugnavigation der Start des Systems in einem Gebäude wie Garagen, Tunneln oder ähnlichem ein üblicher Zustand.

Da die Erfassung, Verarbeitung und Übertragung von Daten des IMU-Sensors üblicherweise keinen ausreichenden Rückschluss auf den Zugehörigkeitszeitpunkt erlauben, sind in der IMU entsprechende Mechanismen fest vorzusehen. Bei der Auswahl einer geeigneten IMU ist deshalb auf einen für die Anwendung geeigneten Mechanismus zu achten.

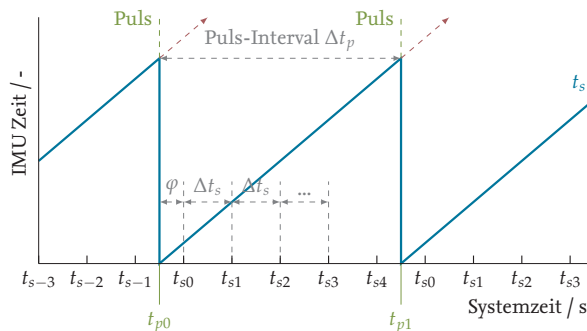


Abbildung 4.5.: Puls-Synchronisation

Ein bewährtes Verfahren besteht darin, einen digitalen Eingang für einen durch das Navigationssystem generierten Synchronisationspuls an der IMU vorzusehen und die Ausgabe des Zeitstempels der IMU-Daten relativ zum letzten empfangenen Puls t_p anzugeben¹¹. Dieses Verfahren kann in der IMU sehr effizient und genau umgesetzt werden. Wird zusätzlich auch die Intervalldauer Δt_p zwischen zwei empfangenen Pulsen ausgegeben, können Veränderungen der IMU-Zeitskala beobachtet werden. Das System, das den Puls generiert, kann nun in einem Zeitfenster, das durch den Wertebereich des übertragenen Zeitstempels bestimmt wird, feststellen, zu welcher Systemzeit t_s die Daten der IMU zuzuordnen sind. Das Messintervall Δt_s und die Phase φ zwischen dem Puls und dem ersten Messwert der IMU können dabei variieren und stimmen im Allgemeinen nicht mit der Zeitskala des Navigationssystems überein. Eine Anpassung der Messzeitpunkte der IMU-Daten auf die gewünschten Zeitpunkte wird im Kapitel 4.3.5 beschrieben.

Ein weiteres häufig anzutreffendes Verfahren ist, dass der Navigationssensor zu definierten Zeitpunkten einen Puls ausgibt, der vom Navigationssystem gemessen werden muss. Ein Beispiel hierfür sind z.B. LIDAR-Sensoren, die den Beginn einer Abtastung signalisieren. Vergleichbare Möglichkeiten zur Synchronisation werden auch in vielen anderen Navigationssensoren implementiert.

¹¹Da häufig ein entsprechender Puls ein Mal pro Sekunde ausgelöst wird, wird auch häufig von einem „Puls Per Second“ oder PPS-Eingang gesprochen.

4.3.2. Kalibrierung

Die Kalibrierung hat die reproduzierbare Modellierung der Sensorkennlinie bzw. der Übertragungsfunktion der Sensoren zur Korrektur der Messwerte zum Ziel. Die Kalibrierung findet üblicherweise in einer kontrollierten Umgebung (Messraum) statt. Für Inertialnavigationssensoren werden idealerweise ein- bis dreiachsige Drehtische und Klimakammern verwendet um das Systemverhalten zu bestimmen. Mit Drehtischen lassen sich Drehraten über einen weiten Wertebereich durchführen und somit alle relevanten Bereiche der Kennlinie von Drehratensensoren charakterisieren [83, 91, 93]. Für die Charakterisierung der Beschleunigungsmesser kann die Erdanziehungskraft für den Messbereich von $\pm 1\text{ g}$ ausgenutzt werden, indem der Winkel der Sensitivitätsachse des Beschleunigungsmessers zum Erdschwerevektor in statischen Versuchen variiert wird [91, 93–95]. Damit kann jedoch nur ein kleiner Anteil des üblicherweise relevanten Messbereichs des Beschleunigungsmessers für die Charakterisierung herangezogen werden. Ist bekannt, dass die Kennlinie des Sensors durch diesen Bereich ausreichend repräsentiert wird, kann auf aufwendigere Verfahren verzichtet werden. Andernfalls müssen zusätzliche Messaufbauten realisiert werden. Beschleunigungsbänke ermöglichen zwar einen weiteren Anregungsbereich, aber keine lang anhaltenden Messungen. Wird der Beschleunigungsmesser außerhalb der Rotationsachse des Drehtischs mit seiner Sensitivitätsachse senkrecht zu dieser angebracht, besteht die Möglichkeit über die Zentripetalbeschleunigung Anregungen über $\pm 1\text{ g}$ zu erzeugen [96–98].

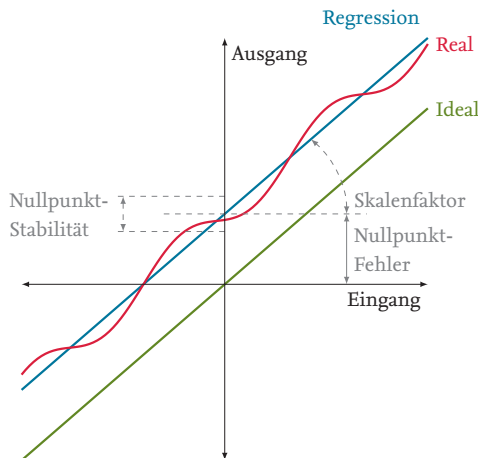


Abbildung 4.6.: Schematisches Darstellung ausgewählter Sensorfehler

In Abbildung 4.6 sind schematisch die für die Sensormodellierung wichtigsten Fehler, der Nullpunktfehler (engl. Bias), der Skalenfaktor (engl. Scale) und die Nullpunktstabilität (engl. Bias-Stability) als Funktion von Eingangs- und Ausgangsgröße eingezeichnet. Der Nullpunktfehler erzeugt einen festen vom Eingangswert unabhängigen Fehler, während der Skalenfaktorfehler linear abhängig von Eingangswert ist. Neben diesen Fehlern erster und zweiter Ordnung können die Über-

tragungsfunktionen der einzelnen Sensoren weitere nichtlineare Terme quadratischer oder höherer Ordnung aufweisen. Daneben können Effekte wie Asymmetrie, Hysterese, Ansprechschwelle, Quantisierung, Unstetigkeiten und andere Fehlerquellen eine Rolle spielen [92, 94]. Speziell (mikro-) mechanische Drehratensensoren weisen darüber hinaus eine konstruktionsbedingte Beschleunigungsabhängigkeit auf [88, 92]. Alle diese Einflussfaktoren sind ebenfalls von der Temperatur τ des Sensors abhängig, was die Kalibrierung und Modellierung über den benötigten Temperaturbereich nötig macht [94, 99]. Neben der Beschreibung des Sensorverhaltens als Funktion besteht die Möglichkeit, Teile der Modellierung als Umsetzungstabelle (engl. Look-Up-Table) zu realisieren, z.B. mit dem Ziel die Rechenkomplexität zu verringern [99].

Zusätzlich zum Übertragungsverhalten jedes Einzelsensors muss ebenfalls das System aus allen Sensoren kalibriert und modelliert werden. Von besonderer Bedeutung sind hierbei die Abweichung von der Orthogonalität der Ausrichtung der Sensitivitätsachsen der Sensoren, sowie die Abweichung von einem gemeinsamen Schnittpunkt der Sensitivitätsachsen der Beschleunigungsmesser. Die Abweichung von der Orthogonalität führt zu einer sogenannten Kreuzkopplung der Messwerte, das heißt, dass die Sensorsignale mehrerer Sensoren denselben Anteil der Anregung messen. Da die Abweichungen von der Orthogonalität üblicherweise sehr klein sind, lässt sich dieser Effekt durch die Nebendiagonalelemente der Matrix $\underline{\underline{M}}_{\omega}$ bzw. $\underline{\underline{M}}_a$ der vereinfachten Fehlermodelle nach Gleichung (4.12) bzw. (4.13) berücksichtigen¹².

$$\hat{\omega}_{ib}^b = \underline{\underline{M}}_{\omega} \cdot \omega_{ib}^b + \underline{b}_{\omega} \quad (4.12)$$

$$\hat{a}_{ib}^b = \underline{\underline{M}}_a \cdot \underline{a}_{ib}^b + \underline{b}_a - \underline{a}_{\omega \times} \quad (4.13)$$

Haben die Beschleunigungsmesser aus konstruktiven oder fertigungstechnischen Gründen keinen gemeinsamen Schnittpunkt, ergibt sich bei rotatorischer Bewegung der IMU ein Fehler aufgrund der Zentripetalbeschleunigung $\underline{a}_{\omega \times}$. Dieser Fehler kann bei Kenntnis der Geometrie der Sensoranordnung korrigiert werden (siehe Anhang C.2, Gleichung (C.2)).

Generell gilt, dass die reproduzierbaren Anteile am Verlauf der Sensorkennlinie am besten durch Kalibrierung kompensiert werden sollten. Ist dies nicht möglich, müssen Verfahren gefunden werden, die die Kalibrierung so gut wie möglich ersetzen und vor Beginn der eigentlichen Navigationsaufgabe durchgeführt werden. Fehler, die schlecht oder gar nicht modellierbar sind, wie z.B. Hysterese, Unstetigkeiten, Ansprechschwellen oder temperaturabhängige Deformationen, sollten soweit möglich durch geeignetes Design des Sensors und der IMU vermieden werden. Alle nicht durch diese Maßnahmen kompensierten Fehler, sowie die stochastischen Fehleranteile, finden Eingang in die zur Navigation verwendeten Messwerte und damit ins ungestützte Navigationsergebnis. Zur Kompensation können Schätzverfahren, wie in Kapitel 5 vorgestellt, eingesetzt werden, die jedoch meist nur einfache Fehler wie Nullpunktfehler modellieren und schätzen können. Damit ist es von großem Vorteil für die Datenfusion, wenn der Einfluss komplexerer Fehler in den Messdaten durch die Modellierung der Kalibrierung minimiert ist.

¹²Der Aufbau der Matrix $\underline{\underline{M}}$ ist in Kapitel C.1, Gleichung (C.1) beschrieben.

4.3.3. Einbaufehlerkorrektur

In dem verwendeten Vehikel ist das körperfeste Koordinatensystem zur Beschreibung der Positionen von Sensoren und weiteren Komponenten definiert. Der ermittelte Bewegungszustand¹³, im weiteren als Zustandsvektor bezeichnet, bezieht sich definitionsgemäß auf den Ursprung dieses Koordinatensystems, das darum auch als Navigationszentrum (engl. Center of Navigation) bezeichnet wird. Die IMU definiert ein eigenes Koordinatensystem, das IMU-Koordinatensystem, das nicht identisch mit dem körperfesten Koordinatensystem ist. Das IMU- und das körperfeste Koordinatensystem unterscheiden sich in der Ausrichtung ihrer Achsen und in der relativen Position ihres Ursprungs. Für die Transformation der Messungen vom IMU- in das körperfeste Koordinatensystem gelten Gleichung (4.14) und (4.15).

$$\omega_{ib}^b = \underline{\underline{C}}_{IMU}^b \cdot \omega_{ib}^{IMU} \quad (4.14)$$

$$\underline{a}_{ib}^b = \underline{\underline{C}}_{IMU}^b \cdot \underline{a}_{ib}^{IMU} + \underbrace{\omega_{ib}^b \times (\omega_{ib}^b \times r_{IMU,b}^b)}_{\text{Zentripetalbeschleunigung}} + \underbrace{\dot{\omega}_{ib}^b \times r_{IMU,b}^b}_{\text{Eulerbeschleunigung}} \quad (4.15)$$

Die Rotationsmatrix $\underline{\underline{C}}_{IMU}^b$ in Gleichung (4.14) und (4.15) beschreibt die Rotation des IMU- in das körperfeste Koordinatensystem und $r_{IMU,b}^b$ den Vektor zwischen den Ursprüngen der beiden Koordinatensysteme. Die Rotation zwischen den beiden Koordinatensystemen $\underline{\underline{C}}_{IMU}^b$ lässt sich entweder messtechnisch im Vehikel oder aus Konstruktionsunterlagen ermitteln. Bei der Ermittlung ist die Reihenfolge der Rotationen um die verschiedenen Achsen zu berücksichtigen. Dies gilt umso stärker, wenn einzelne oder mehrere Achsen um signifikante Winkel gedreht sind. Da sich der nicht korrigierte rotatorische Einbaufehler direkt in einem Lagefehler niederschlägt, ist der exakten Bestimmung entsprechende Sorgfalt zu schenken¹⁴.

Der Vektor zwischen den Ursprüngen der beiden Koordinatensysteme, gemessen in dem körperfesten Koordinatensystem $r_{IMU,b}^b$, lässt sich in der Regel messtechnisch wesentlich einfacher bestimmen. Zur Berechnung der Zentripetalbeschleunigung wird zusätzlich zu $r_{IMU,b}^b$ die Messung der Drehrate ω_{ib}^b und für die Eulerbeschleunigung die Drehbeschleunigung $\dot{\omega}_{ib}^b$ benötigt. Es ist erkennbar, dass durch die Verwendung der Drehrate ω_{ib}^b und deren Derivat der Drehbeschleunigung $\dot{\omega}_{ib}^b$ eine unvorteilhafte Vermischung dieser Messgrößen und eine von der Länge des Vektors $r_{IMU,b}^b$ abhängige Verstärkung der stochastischen Signalanteile erfolgt. Aus diesem Grund empfiehlt es sich, lediglich das IMU-Koordinatensystem in das körperfeste Koordinatensystem zu drehen, den Ursprung jedoch nicht zu verschieben. So können geometrische Größen wie die Hebelarme zu anderen Navigationssensoren einfach im körperfesten Koordinatensystem bestimmt werden, und der Zustandsvektor nach der Navigationsrechnung kann, wie in Kapitel 5.5.1 beschrieben, in den gewünschten Punkt transformiert werden. Fehler aus der Einmessung des Montageorts gehen ebenfalls direkt in das Fehlerbudget der Position ein.

¹³Weitere gebräuchliche Bezeichnungen je nach Domäne sind Ego-State, Pose, Bewegungsvektor oder Zustandsvektor.

¹⁴Entsprechend muss auch die Aufnahme der IMU im Vehikel so ausgeführt sein, dass die Einbaulage mit entsprechender Genauigkeit reproduziert werden kann. In der hochgenauen Navigation können bereits Unterschiede im Anzugmoment von Befestigungsschrauben entscheidend sein.

4.3.4. Konsistenzprüfungen

Obwohl selbst einfache IMU-Sensoren bereits vielfältige Selbsttests durchführen, ist es ratsam die Daten vor der Weiterverarbeitung auf ihre Gültigkeit zu prüfen, da Fehler nicht nur am Sensor und in der Messdatenerfassung, sondern auch bei der Übertragung und dem Empfang der Messdaten auftreten können. Übertragungsfehler können weitestgehend durch Prüfsummen erkannt und abgefangen werden. Treten Übertragungsfehler gehäuft oder in bestimmten Situationen auf, etwa bei starken Beschleunigungen oder Vibrationen, liegen elektrische Probleme innerhalb des Navigationssystems vor. Übertragungsfehler sollten gerade innerhalb von geschlossenen Geräten nicht auftreten und sind darum ein ernstzunehmender Warnhinweis. Bei fehlenden Daten treten längere zeitliche Abstände Δt zwischen den Messungen auf. Je nach Länge dieser Datenlücken führt dies zu Fehlern bei der zeitlichen Integration der Messungen, da dynamische Änderungen des Zustandsvektors nicht korrekt abgebildet werden und sich ebenfalls die stochastischen Eigenschaften der Messreihe ändern. Es ist daher sinnvoll, den zeitlichen Abstand Δt zwischen den Messungen zu überwachen und bei Überschreiten eines entsprechenden Schwellwertes zu warnen, bzw. zu reagieren, indem z.B. die Navigationslösung als ungültig gekennzeichnet und reinitialisiert wird. Für den Fall einer ungültigen Navigationslösung sollte das Verhalten des Gesamtsystems und entsprechende Rückfallebenen sorgfältig definiert werden, um sicherzustellen, dass das Gesamtsystem nicht gefährdet wird.

Das Sensorsystem der IMU ist, ebenso wie die Kalibrierung, für einen definierten Messbereich ausgelegt. Wird dieser Messbereich überschritten, kann es vorkommen, dass vom System trotzdem Daten ausgegeben werden, die in diesem Fall jedoch keine zuverlässige Informationsquelle darstellen. Ebenso wie bei Datenlücken muss, abhängig von der Anwendung, entschieden werden, ob der Nutzer lediglich gewarnt, die Messdatenverarbeitung jedoch fortgesetzt wird, oder ob das Navigationssystem seine Arbeit unterbricht und entsprechende Rückfallebenen der Anwendung zum Tragen kommen. Neben diesen Fehlern können eine Vielzahl weiterer Sensorfehler auftreten, die sich auf verschiedenste Weise äußern. Einfache Möglichkeiten der Beobachtung von Sensorfehlverhalten sind das Verharren eines einzelnen Sensors auf einem gleichbleibenden Wert, der geringer als sein Rauschniveau ist, oder Veränderungen im Rauschverhalten des Sensors zu beobachten. Eine zuverlässige Möglichkeit, um Fehlverhalten einzelner Sensoren zu detektieren, sind IMU, deren Sensoranordnung überbestimmt ist, also mehr als drei Sensoren für Beschleunigungen und Drehraten enthält. Durch die Ausnutzung der redundanten Informationen kann, vergleichbar wie bei dem in Kapitel 3.4.5 vorgestellten RAIM-Verfahren, festgestellt werden, ob und welcher Sensor fehlerhafte Messungen liefert [99]. Dies setzt voraus, dass es keine gemeinsame Fehlerquelle gibt, die alle Sensoren einer Messgröße betreffen wie etwa eine gemeinsame Lichtquelle für die Drehratensensoren oder die Spannungsquelle für alle Sensoren.

Alternativ zur Ausstattung einer IMU mit einer überbestimmten Sensoranordnung können mehrere IMU kombiniert werden. Die Auswertung erfolgt in diesem Fall jedoch üblicherweise auf Basis des Navigationsergebnisses. Mit zwei IMUs (Duplex-System) kann eine Differenz zwischen den beiden Navigationssystemen festgestellt werden. Mit drei IMUs (Triplex-System) kann auf einfache Weise festgestellt werden, welches Navigationssystem eine von den anderen Systemen abweichende Lösung liefert.

4.3.5. Zeit- und Taktanpassung

Die Daten der IMU wurden, wie in Kapitel 4.3.1 beschrieben, mit einer Zeitmarke im Zeitsystem des Navigationsrechners versehen. Diese Zeitmarke ist in der Regel nicht in Phase mit dem Zeitsystem des Navigationsrechners und kann darüber hinaus leichte Unregelmäßigkeiten im Takt bzw. Frequenzschwankungen aufweisen. Ebenfalls kann die Ausgabefrequenz der IMU von der gewünschten Frequenz für die Navigationsrechnung abweichen. Für die Weiterverarbeitung und die exakte zeitliche Fusion mit anderen Sensordaten ist es von Vorteil, die IMU-Messdaten in Zeit und Takt an die im Navigationsrechner gewünschte Zeit anzupassen.

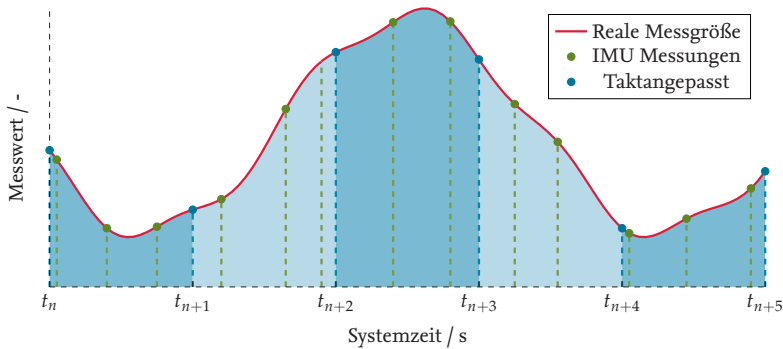


Abbildung 4.7: Zeit- und Taktanpassung

Abbildung 4.7 zeigt schematisch die Zusammenhänge zwischen der kontinuierlichen realen Messgröße (rot), den von der IMU ausgegebenen Messwerten (grün) und den vom Navigationsrechner gewünschten taktangepassten Messwerten (blau). Der Takt der IMU-Messungen sollte immer höher oder gleich der gewünschten Frequenz der Ergebnisse der Navigationsrechnung sein, da dem Nutzer andernfalls eine trügerische Dynamik der Navigationsergebnisse präsentiert wird. Die Ausgabefrequenz aktueller IMU liegt heute selten unter 100 Hz. Gängig sind IMU mit Ausgabefrequenzen zwischen 100 Hz bis 1000 Hz oder mehr. Der Nutzer benötigt in den wenigsten Fällen Datenraten des Navigationsergebnisses vom mehr als 100 Hz, z.B. zur Trajektorienregelung oder für Planungsaufgaben. Für hochdynamische Aufgaben, wie die Regelung, z.B. bei der Stabilisierung von Luftfahrzeugen, benötigt der Regler meist nur die Drehraten und Beschleunigungen mit entsprechenden Datenraten. Aus diesem Grund kann zugunsten von Rechenzeit darauf verzichtet werden, die Navigationsrechnung mit der maximal möglichen Taktrate auszuführen und lediglich die Messwerte dem Regler (in korrigierter Form)¹⁵ zur Verfügung zu stellen¹⁶.

¹⁵Stehen durch Fusionsfilter, wie in Kapitel 5 beschrieben, aktuelle Schätzungen der Sensorfehler zur Verfügung, sollten diese ebenfalls zur Korrektur der hochfrequenten Messungen angewendet werden.

¹⁶Bei der Reduktion der Frequenz muss berücksichtigt werden, dass mit geringeren Frequenzen die in Kapitel 4.6.2 beschriebenen Effekte je nach Anwendung zunehmend einen nicht zu vernachlässigenden Einfluss haben können.

$$\underline{\omega}_{ib}^b(t_n) = \frac{1}{\Delta t} \int_{t_{n-1}}^{t_n} \underline{\omega}_{ib}^b dt \quad (4.16)$$

$$\underline{a}_{ib}^b(t_n) = \frac{1}{\Delta t} \int_{t_{n-1}}^{t_n} \underline{a}_{ib}^b dt \quad (4.17)$$

Eine Möglichkeit, die Zeit- und Taktanpassung durchzuführen, ist die Integration der Beschleunigungen und Drehraten über das gewünschte Zeitintervall. Auf diese Weise bleiben die vorliegenden Informationen über den Verlauf der Messungen zwischen den neuen, taktangepassten Messpunkten berücksichtigt. Für den Start- und Endwert der Interpolation stehen im Allgemeinen keine zeitlich exakt passenden Werte zur Verfügung. Diese können durch Interpolation ermittelt werden¹⁷. Die resultierenden Inkremente können, eine entsprechende Navigationsrechnung vorausgesetzt, direkt verwendet oder differenziert werden, um wieder Beschleunigungen und Drehraten zu erhalten¹⁸.

4.4. Erdanziehung und Erdrotation

Da terrestrische Navigationsanwendungen nicht im inertialen Raum, sondern auf der Erde durchgeführt werden, muss der Einfluss der Erde in den Navigationsgleichungen entsprechend berücksichtigt werden. Für die terrestrische Navigation sind zwei Eigenschaften der Erde von besonderer Bedeutung:

1. Die Erdrotation $\underline{\omega}_{ie}$
2. Die Massenanziehung \underline{g}^n

Die Erdrotation mit etwa $15^\circ/\text{s}$ beeinflusst die Messung der Drehratensensoren, die die Erddrehrate entsprechend der Ausrichtung zur Erddrehachse anteilig zusammen mit der rotatorischen Bewegung der Sensoren erfasst. Daneben erzeugt die Rotation der Erde eine von der geographischen Breite abhängige Zentripetalbeschleunigung, die in der Messung der Beschleunigungsmesser mit erfasst wird. Die Massenanziehung (engl. Gravitation) der Erde übt ebenfalls eine Kraft auf die Beschleunigungsmesser aus, die mit erfasst wird.

$$\underline{\bar{g}}^n = \underbrace{\underbrace{\underline{g}^n}_{\text{Massenanziehung}} - \underbrace{\underline{\omega}_{ie}^n \times (\underline{\omega}_{ie}^n \times \underline{r}_{eb}^n)}_{\text{Zentripetal Beschl.}}}_{\text{Erdanziehungskraft}} \quad (4.18)$$

Die Kombination aus Massenanziehung und Zentripetalbeschleunigung nach Gleichung (4.18) ergibt die Erdanziehungskraft¹⁹ (engl. Gravity). Da die Form der Erde näherungsweise einem Ellipsoid

¹⁷Durch die Interpolation entsteht eine kurze Verzögerung der Daten um maximal einen Taktzyklus.

¹⁸Für die Differentiation sollte ein numerisches Verfahren verwendet werden, das sich komplementär zu dem in der Navigationsrechnung verwendeten Integrationsverfahren der Beschleunigungen und Drehraten verhält.

¹⁹Gängige Bezeichnungen sind auch Schwerebeschleunigung oder Fallbeschleunigung genannt.

entspricht, enthält die Massenanziehung in einem ellipsoidischen Bezugssystem wie dem WGS84 einen Anteil in Nordrichtung. Die Zentripetalbeschleunigung bewirkt in Nordrichtung eine entgegengesetzte Kraft, die sich mit der Nordkomponente der Massenanziehung bis auf unter $10^{-6} \frac{m}{s^2}$ aufhebt. Die damit verbleibende abwärts gerichtete Komponente der Erdanziehungskraft im geodätischen Koordinatensystem wird in WGS84 [9] modelliert durch:

$$g(\varphi, h)_{WGS84} = \gamma(\varphi) \left(1 - \frac{2(1 + f_{WGS} + m_{WGS} - 2f_{WGS} \sin(\varphi)^2)}{a_{WGS}} h + \frac{3h^2}{a_{WGS}^2} \right) \quad (4.19)$$

$$\gamma(\varphi) = \gamma_E \frac{1 + k_{WGS} \sin(\varphi)^2}{\sqrt{1 - e_{WGS}^2 \sin(\varphi)^2}} \quad (4.20)$$

Da das WGS84-Modell der Erdanziehungskraft den Anteil der Zentripetalbeschleunigung bereits enthält, muss dieser in Gleichung (4.28) wieder addiert werden oder die entsprechenden Terme zusammen gefasst werden. Für den überwiegenden Anteil der Navigationsanwendungen ist das Modell der Erdanziehungskraft nach Gleichung (4.19) ausreichend genau. Für hochgenaue terrestrische Anwendungen muss, neben lokalen Abweichungen der Massenanziehung, ebenfalls die Massenanziehung des Mondes und der Sonne sowie deren zeitabhängige Variation berücksichtigt werden²⁰.

4.5. Alignment

Vor Beginn der inertialen Navigationsrechnung (Strapdown- oder AHRS-Rechnung) muss der Anfangszustand (Position, Lage und Geschwindigkeit) bestimmt werden. Dieser Prozess wird als Alignment bezeichnet. Es wird zwischen statischem Alignment in einem ruhenden System, dynamischen Alignment in einem bewegten System und Transfer-Alignment unterschieden.

4.5.1. Transfer-Alignment

Bei dem Transfer-Alignment wird ein bekannter Zustandsvektor \underline{x}_0 verwendet um das Navigationssystem zu initialisieren. Zu diesem Zweck wird die Position \underline{p}_0 , die Geschwindigkeit \underline{v}_0 und die Lage $\underline{\varepsilon}_0$ zu einem bekannten Zeitpunkt t_0 aus einer externen Quelle benötigt. Ebenfalls müssen die Messunsicherheiten dieser Anfangswerte bekannt sein. Mit diesem Wissen werden alle Elemente des Zustandsvektors und eventuelle weitere Variablen des Navigationssystems und vorhandener Fusionsfilter initialisiert. Dieses Verfahren kann sowohl in statischen als auch in dynamischen Situationen eingesetzt werden. In dynamischen Situationen ist der zeitlichen Synchronisation besonderes Augenmerk zu schenken.

Eine mögliche Quelle für Transfer-Alignment kann z.B. ein weiteres Inertialnavigationssystem in einem Mutterfahrzeug sein. Da bei der Verwendung eines zweiten Navigationssystems, diese nicht denselben Bezugspunkt haben, muss der Zustandsvektor \underline{x}_0 unter Berücksichtigung des Hebelarms zwischen beiden Systemen, wie in Kapitel 5.5.1 beschrieben, in das zu initialisierende Navigationssystem umgerechnet werden.

²⁰ Abweichungen zwischen Modell und tatsächlicher Erdanziehungskraft wirken wie ein Nullpunktsfehler der Beschleunigungsmesser in Vertikalrichtung (siehe Anhang D).

4.5.2. Statisches-Alignment

Beim statischen Alignment wird angenommen, dass sich das System in Ruhe befindet, das heißt dass während des Alignments keine translatorischen und rotatorischen Bewegungen des Navigationssystems erfolgen. Dies gilt auch für übermäßige Vibrationen, die das Alignment beeinflussen kann. Die Einhaltung dieser Bedingung sollte deshalb überwacht werden, um sicherzustellen, dass das Alignment zuverlässige Ergebnisse liefert. Das statische Alignment gliedert sich üblicherweise in zwei Phasen:

1. Das Grobalignment
2. Das Feinalignment

Beim Grobalignment wird die Ausrichtung des Systems im Roll- und Nickwinkel bestimmt und bei nordsuchenden Systemen eine grobe Initialisierung des Gierwinkels vorgenommen. Um das Rauschen der Sensoren zu reduzieren, können im stationären Zustand Mittelwerte über die Messwerte der Beschleunigungsmesser und Drehratensensoren gebildet werden.

$$\bar{\omega}_{ib}^b(t_n) = \bar{\omega}_{ib}^b(t_{n-1}) \cdot \frac{n-1}{n} + \omega_{ib}^b(t_n) \cdot \frac{1}{n} \quad (4.21)$$

$$\bar{a}_{ib}^b(t_n) = \bar{a}_{ib}^b(t_{n-1}) \cdot \frac{n-1}{n} + a_{ib}^b(t_n) \cdot \frac{1}{n} \quad (4.22)$$

Die Dauer der Mittelwertbildung oder vergleichbaren Filterung ist maximal bis zu einer Mittelungsperiode τ , die der Nullpunktstabilität der IMU-Sensoren entspricht²¹, sinnvoll, in der Regel aber erheblich kürzer. Bei geringen Genauigkeitsanforderungen oder bei Verwendung ungenauer oder unkalibrierter Sensoren können auch sehr geringe Mittelungszeiten von weniger als 2 Sekunden realisiert werden. Die Verwendung einer an das Alignment anschließenden ZUPT-Phase (siehe Kapitel 5.3.4) kann zur Schätzung der Nullpunktfehler von Drehratensensoren und, mit Einschränkungen, der Beschleunigungsmesser beitragen. Nullpunktfehler der Beschleunigungsmesser und der Anteil der Drift der Drehratensensoren in Ostrichtung können im Alignment nicht beobachtet werden und führen somit zu Fehlern in der Ausrichtung [87, 100]. Die Verwendung wohl kalibrierter Systeme ist darum zu bevorzugen.

Liegen die gemittelten oder gefilterten Messwerte vor, können aus diesen mit Hilfe von Gleichung (4.23) bis (4.25) die Lagewinkel berechnet werden²².

$$\phi = \arctan\left(\frac{a_y}{a_z}\right) = \arcsin\left(\frac{-a_y}{g \cdot \cos(\theta)}\right) \quad (4.23)$$

$$\theta = \arcsin\left(\frac{a_x}{g}\right) \quad (4.24)$$

$$\psi = \arctan\left(\frac{a_z q - a_y r}{g p - a_x \Omega_{ie} \sin(\varphi)}\right) \quad (4.25)$$

²¹Dieser Wert kann aus dem in Kapitel 4.2.3 vorgestellten Allan-Varianz-Graph entnommen werden.

²²Die Herleitungen zu Gleichung (4.23) bis (4.26) finden sich in Anhang E sowie u.a. in [91, 93, 100, 101].

Eine Alternative zur Bestimmung des Gierwinkels ψ bietet Gleichung (4.26).

$$\psi = \arctan \left(\frac{r \sin(\phi) - q \cos(\phi)}{q \sin(\phi) \sin(\theta) + r \cos(\phi) \sin(\theta) + p \cos(\theta)} \right) \quad (4.26)$$

Gleichung (4.26) bietet den Vorteil, dass sie ausschließlich Messungen der Drehratensensoren, aber nicht den Längengrad φ enthält. Kann weiter angenommen werden, dass die Nullpunktfehler der Beschleunigungsmesser klein sind, so entspricht die Erdbeschleunigung dem Betrag der gemessenen Beschleunigungen.

$$g = \left\| \underline{a}_{ib}^b \right\| \quad (4.27)$$

Damit kann der ebenfalls von dem Längengrad φ abhängige Parameter g in Gleichung (4.24) ersetzt werden. Auf diesem Wege ist das statische Alignment der Lagewinkel mit einer IMU, deren Sensoren die Messung der Nord-Komponente der Erddrehrate zulassen, auch ohne Kenntnis der Position möglich.

Für hochgenaue IMU schließt sich an das analytische Grobalignment das Feinalignment an. Das Feinalignment ist ein Prozess, in dem durch kontinuierliche Filterung die Ausrichtungsfehler der IMU aus dem Grobalignment minimiert werden. Treten während dieses Vorgangs Störungen auf, etwa durch Be- und Entladungsvorgänge, Erschütterungen oder Umgebungseinflüsse, kann dieser Prozess fehlschlagen und die Anfangslage sogar verschlechtern. Aus diesem Grund muss für derartige Systeme während des Feinalignments sichergestellt werden, dass etwaige Störungen möglichst unterbunden werden, in jedem Fall jedoch erkannt und der Alignment-Prozess neu gestartet wird. Bekannte Verfahren für die Feinausrichtung sind das Gyro-Compassing und das North-Leveling [87, 100, 101].

Wird keine hochgenaue IMU verwendet oder lassen die Betriebsbedingungen keine Nordsuche zu, muss der Gierwinkel auf anderem Wege bestimmt werden. Anwendungsspezifisch bieten sich hierfür verschiedene Quellen an. Im einfachsten Fall kann die Navigation in einer definierten Ausrichtung gestartet werden, oder, wie beim Transfer-Alignment, die Gierwinkel eines anderen Systems übernommen werden. Eine übliche Quelle zur Bestimmung des Gierwinkels stellen Magnetfeldmessungen dar, aus denen sich der Winkel zu magnetisch Nord berechnen lässt. Über entsprechende Korrektortabellen lässt sich dieser Winkel in den gesuchten Gierwinkel gegenüber geographisch Nord umrechnen. Ein Nachteil dieser Methode ist, dass das Erdmagnetfeld verhältnismäßig schwach ist und sehr leicht durch natürliche und technische Magnetfelder gestört wird.

Findet das Alignment unter Bedingungen statt, die einen verlässlichen Empfang von GNSS-Signalen erlauben, können GNSS-Mehrantennensysteme zur Bestimmung des Gierwinkels verwendet werden²³. GNSS-Mehrantennensysteme, die ebenfalls den Roll- und Nickwinkel bestimmen, können ebenfalls zum Alignment der entsprechenden Winkel auch in Bewegung eingesetzt werden.

²³GNSS-Mehrantennensysteme zur Lagebestimmung verwenden spezielle Formen der Auswertung der Trägerphase und müssen je nach Arbeitsweise die Phasenmehrdeutigkeit der Trägerphasenmessung entsprechend Gleichung (3.14) bestimmen. Je nach System und Einsatzzweck muss die Zuverlässigkeit des Systems nachgewiesen werden.

Bei Vehikeln, die eine bevorzugte Bewegungsrichtung haben, wie Fahrzeuge, Starrflügel-Flugzeuge oder Schiffe, können die im folgenden Abschnitt 4.5.3 beschriebenen Verfahren verwendet werden, wenn das Betriebskonzept des Vehikels das Alignment in Bewegung zulässt.

Für die vollständige Initialisierung der Strapdown-Rechnung, wie in Kapitel 4.6 vorgestellt, sind außerdem die Position und Geschwindigkeit notwendig. Die Geschwindigkeit ist im statischen Alignment gleich Null. Die Position lässt sich bei Verfügbarkeit durch GNSS ermitteln. Für die Initialisierung der Position werden ebenfalls manuelle Eingaben verwendet, die in der Luftfahrt z.B. durch das Alignment an bekannten Positionen oder durch geographische Karten ermittelt werden. Ist lediglich eine relative Positionierung zum Startpunkt erforderlich, kann unter Inkaufnahme von Genauigkeitseinbußen, die entstehen da das Modell der Massenanziehung und der Erdrotation, sowie die Transportraten²⁴ nicht korrekt bestimmt werden können, auf die Verwendung der geographischen Position verzichtet werden. Wird lediglich eine AHRS-Rechnung nach Kapitel 4.7 durchgeführt, sind mit Einschränkungen und je nach gewähltem Algorithmus und erforderlicher Lagegenauigkeit die Position und Geschwindigkeit nicht erforderlich.

4.5.3. Dynamisches Alignment

Für das Alignment unter dynamischen Bedingungen gibt es verschiedene Anlässe, wie das Alignment auf bewegten Trägerplattformen z.B. Schiffen, das Alignment nach beabsichtigten oder unbeabsichtigten Abschaltzyklen z.B. zum Energiesparen, nach Stromausfällen oder aus operationellen Gründen z.B. bei kurzen Vorlaufzeiten oder wenn die Bewegungsrichtung verwendet werden soll. Die Bewegung ist nicht grundsätzlich ein Nachteil für das Alignment, sondern kann in einigen Fällen positive Auswirkungen haben, da durch bestimmte Manöver die Beobachtbarkeit und damit die Genauigkeit und Konvergenzzeiten gesteigert werden können [100].

Entscheidend ist die korrekte Berücksichtigung der jeweiligen Bewegung und deren Auswirkungen auf die Messung der Beschleunigungen und Drehraten. Neben den Beschleunigungen und Drehraten, die durch die Bewegung auf der verfolgten Trajektorie auftreten, müssen die Einflüsse der Erd-²⁵ und Transportraten berücksichtigt werden. Für die Beschleunigungen gelten die Zusammenhänge nach Gleichung (4.28) und für die Drehraten nach Gleichung (4.30). Für das Globalalignment wird beim dynamischen Alignment eine Phase unbeschleunigter Bewegung verwendet. Die durch die Erd- und Transportraten hervorgerufenen Fehler in den Beschleunigungsmessungen sind selbst bei hohen Geschwindigkeiten²⁶ im Bereich weniger Hundertstel m/s^2 und damit meist geringer als die Störeinflüsse durch die Bewegung selbst [100]. Das Globalalignment kann damit, wie in Kapitel 4.5.2 beschrieben, mit den ggf. um die Erd- und Transportraten bereinigten Beschleunigungen durchgeführt werden. Der Einfluss der Erd- und Transportraten auf die Drehraten ist für das Alignment nicht zu vernachlässigen, kann bei entsprechender Kompensation der Messwerte jedoch im Feinalignment ausgeglichen werden.

Ein alternativer Ansatz ist, bei Verfügbarkeit geeigneter Stützgrößen den Kurswinkel über die GNSS-Bewegungsrichtung oder Magnetfeldmessungen zu bestimmen und die erhöhte Beobachtbarkeit durch die Vehikel-Dynamik in einem Fusionsfilter zur Schätzung der Lagefehler zu nutzen.

²⁴Die Transportraten resultieren aus der Drehung, die das NED-Koordinatensystem bei einer Positionsänderung erfährt, damit die Ausrichtung zum Erdellipsoid gewahrt bleibt.

²⁵Als Erdraten werden die aus der Erddrehrate resultierende Coriolis- und Zentripetalbeschleunigung bezeichnet.

²⁶Ausnahmen sind Raketen und ballistische Flugkörper.

4.6. Strapdown-Rechnung

Als Strapdown-Rechnung wird die Berechnung von Position p , Geschwindigkeit \underline{v} und Lagewinkel ε aus den von der IMU gemessenen Beschleunigungen \underline{a}_{ib}^b und Drehraten ω_{ib}^b oder deren Inkrementen bezeichnet. Zusammen mit der IMU und dem Navigationsrechner, auf dem die Strapdown-Rechnung ausgeführt wird, wird von einem „Strapdown Inertial Navigation System“ (SINS) gesprochen. Im Gegensatz dazu wird in einem AHRS, dessen Funktionsweise in Kapitel 4.7 vorgestellt wird, lediglich die Lage ermittelt. Die Strapdown-Rechnung bietet damit den großen Vorteil gegenüber anderen Navigationssensoren und -systemen, dass sie in einem in sich geschlossenen System die Ermittlung des kompletten Zustandsvektors ermöglicht.

4.6.1. Mechanisierung

Die Beschreibung der mathematischen Zusammenhänge zwischen den Messungen der Beschleunigung \underline{a}_{ib}^b und Drehraten ω_{ib}^b und Position p_{eb}^w , Geschwindigkeit \underline{v}_{eb}^w und Lagewinkel ε_{nb} in Form von Differentialgleichungen wird in Anlehnung an frühere Plattformsysteme als Mechanisierung bezeichnet. Die Mechanisierung kann in einer Vielzahl von Koordinatensystemen erfolgen.

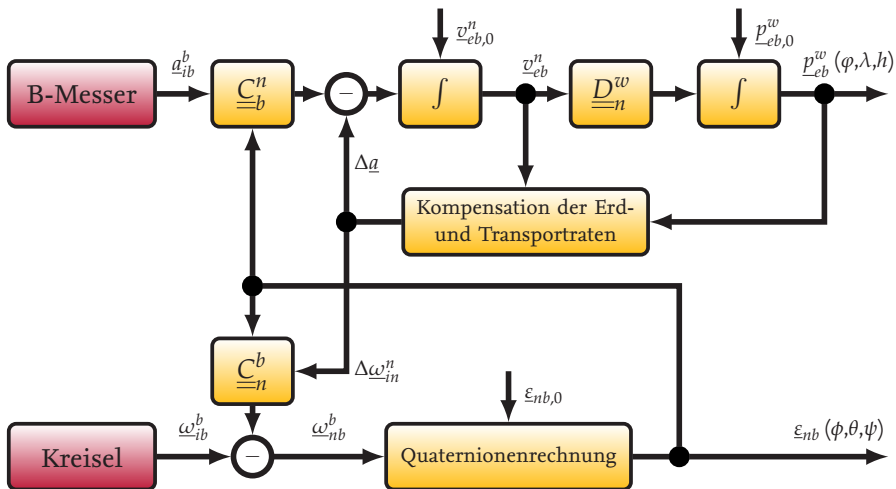


Abbildung 4.8.: Mechanisierung der Strapdown-Rechnung in Navigationskoordinaten

Für alle folgenden Ausführungen wird die Strapdown-Rechnung aufgestellt im Navigationskoordinatensystem verwendet, da die Interpretation der Zustände und Zusammenhänge in dieser Darstellung besonders anschaulich ist. Die Herleitung der Geschwindigkeitsdifferentialgleichung im Navigationskoordinatensystem kann Anhang F entnommen werden. Mechanisierungen und deren

ausführliche Herleitungen in dem hier verwendeten und weiteren Koordinatensystemen können ebenfalls vielfältiger Literatur entnommen werden, u.a. [87–89, 91–93, 102–106].

Ein Flussdiagramm des im Folgenden beschriebenen Differentialgleichungssystems ist in Abbildung 4.8 dargestellt. Die Eingangsgrößen in die Strapdown-Rechnung sind die Beschleunigungen \underline{a}_{ib}^b und Drehraten $\underline{\omega}_{ib}^b$, gemessen zwischen inertialem- und körperfestem Koordinatensystem, dargestellt im körperfesten Koordinatensystem.

Die dort dargestellte Strapdown-Rechnung lässt sich grob in einen Positions- und Lagewinkelzweig aufteilen. Im Positionszweig werden die Beschleunigungsmessungen \underline{a}_{ib}^b mit der Rotationsmatrix \underline{C}_{ib}^n vom körperfesten Koordinatensystem in das Navigationskoordinatensystem transformiert und die Erd- und Transportraten, wie in Gleichung (4.28) beschrieben, kompensiert (SCHULER-Kompensation).

$$\frac{\partial \underline{v}_{en}^n}{\partial t} = \underbrace{\underline{C}_{ib}^n \cdot \underline{a}_{ib}^b}_{\text{Beschleunigung}} - \underbrace{2 \cdot \underline{\Omega}_{ie}^n \cdot \underline{v}_{eb}^n}_{\text{Coriolis Beschl.}} - \underbrace{\underline{\Omega}_{en}^n \cdot \underline{v}_{eb}^n}_{\text{Transportrate}} - \underbrace{\underline{\Omega}_{ie}^n \cdot \underline{\Omega}_{ie}^n \cdot \underline{r}_{eb}^n}_{\text{Zentripetal Beschl.}} + \underbrace{\underline{g}_{eb}^n}_{\text{Massenanziehung}} \quad (4.28)$$

Erdschwerkraft

Durch Integration über die Zeit lässt sich aus Gleichung (4.28) die Geschwindigkeit \underline{v}_{eb}^n bestimmen, wenn als Anfangsbedingung die Geschwindigkeit zum Startzeitpunkt $\underline{v}_{eb,0}^n$ bekannt ist. Die Geschwindigkeit \underline{v}_{eb}^n kann durch die Transformationsmatrix \underline{D}_{en}^w in das geodätische Koordinatensystem überführt werden, und mit der Anfangsposition $\underline{p}_{eb,0}^w$ durch erneute Integration über die Zeit die aktuelle Position $\underline{p}_{eb}^w(\varphi, \lambda, h)$ berechnet werden.

$$\frac{\partial \underline{p}_{eb}^w}{\partial t} = \underline{D}_{en}^w \cdot \underline{v}_{eb}^n \quad (4.29)$$

In dem parallelen Lagewinkelzweig aus Abbildung 4.8 werden die Lagewinkel um den Anteil der Erd- und Transportraten $\underline{\omega}_{in}^n$ kompensiert und mit der Anfangslage $\underline{\varepsilon}_{nb,0}$ zu den Lagewinkeln $\underline{\varepsilon}_{nb}$ integriert. Die Formulierung der Lagewinkelberechnung lässt sich unter Verwendung unterschiedlicher Annahmen u.a. mit EULER-Winkeln oder Quaternionen aufstellen. Die Formulierung mit EULER-Winkeln nach [93, 103] ist gegeben durch Gleichung (4.30).

$$\frac{\partial \underline{\varepsilon}_{nb}}{\partial t} = \underline{J}(\underline{\varepsilon}_{nb}) \cdot (\underline{\omega}_{ib}^b - \underline{C}_{ib}^n \cdot \underline{\omega}_{in}^n) \quad (4.30)$$

Zur Vermeidung der kritischen Punkte²⁷, die bei der Rechnung mit EULER-Winkeln auftreten, kann die Differentialgleichung unter Verwendung von Quaternionen aufgestellt werden. Nach [93, 103] ergibt sich Gleichung (4.31).

$$\frac{\partial \underline{q}_{nb}}{\partial t} = \frac{1}{2} \cdot \underline{W}(\underline{\omega}_{nb}^b) \cdot \underline{q}_{nb} \quad (4.31)$$

²⁷Die kritischen Punkte der EULER-Winkel, in der Definition nach Anhang B.1, liegen bei $\theta = \pm \frac{\pi}{2}$.

Diese Formulierungen der Lagedifferentialgleichung erster Ordnung vernachlässigen, bei gleichzeitig auftretenden Drehbewegungen um mehrere Achsen, die nicht-kommutativen Eigenschaften von Rotationen und die Änderung der Achsausrichtungen während des betrachteten Zeitintervalls bzw. Messintervalls [107]. In [107] wird, um diesem Umstand Rechnung zu tragen, die auf dem Orientierungsvektor²⁸ $\underline{\rho}$ basierende Differentialgleichung (4.32) vorgeschlagen.

$$\dot{\underline{\rho}} = \underline{\omega}_{nb}^b + \frac{1}{2} \cdot \underline{\rho} \times \underline{\omega}_{nb}^b + \frac{1}{\rho^2} \left[1 - \frac{\rho \cdot \sin(\rho)}{2 \cdot (1 - \cos(\rho))} \right] \underline{\rho} \times (\underline{\rho} \times \underline{\omega}_{nb}^b) \quad (4.32)$$

Der skalare Wert ρ in Gleichung (4.32) ist der Drehwinkel um den Orientierungsvektor $\underline{\rho}$ und entspricht damit dessen Länge. Die Messwerte der Drehraten $\underline{\omega}_{nb}^b$ sind in $\underline{\omega}_{nb}^b$ bereits um die Erd- und Transportraten kompensiert. Gleichung (4.30) und Gleichung (4.31) eignen sich aufgrund ihrer einfachen Struktur besonders für das Aufstellen von Fehlermodellen für die in Kapitel 5 vorgestellten Filterverfahren, während Gleichung (4.32) Vorteile bei der Implementierung der Strapdown-Rechnung in dem Navigationsrechner bietet. Die Definition aller in Gleichung 4.28 bis 4.32 verwendeten Vektoren und Matrizen kann Anhang F entnommen werden.

Aus Abbildung 4.8 und Gleichung 4.28 bis 4.31 ist zu entnehmen, dass bei der Lösung der drei Gleichungen Verknüpfungen untereinander bestehen. Die Berechnung der Geschwindigkeit besitzt über die Rotationsmatrix \underline{C}_{nb}^n Abhängigkeiten zu den Lagewinkeln, sowie über die verschiedenen Korrekturterme, zusätzlich zur Position $\underline{\varepsilon}_{nb}$. Die Korrektur der Erd- und Transportraten bei der Berechnung der Lagewinkel führt ebenfalls zu einer Abhängigkeit der Lageberechnung von der Position $\underline{\varepsilon}_n$ und Geschwindigkeit \underline{v}_{nb}^n . Diese Abhängigkeiten zwischen den Gleichungen 4.28 bis 4.31 führen einerseits dazu, dass es mit den in Kapitel 5 beschriebenen Verfahren möglich ist, z.B. durch Messung der Position, ebenfalls Fehler der Lagewinkel und Drehratensensoren zu schätzen. Andererseits müssen die Abhängigkeiten bei der Durchführung der Strapdown-Rechnung geeignet berücksichtigt werden, um nicht zu den systematischen Fehlern zu führen, die im folgenden Kapitel 4.6.2 behandelt werden.

4.6.2. Coning und Sculling

Die Drehratensensoren und Beschleunigungsmesser der IMU lassen Messungen zu diskreten Zeitpunkten zu. Dies führt im Zusammenhang mit der Integration der Lagewinkel zu zwei Fehlerquellen, die als *Coning* und *Sculling* bezeichnet werden. Diese haben ihre Ursache darin, dass zum Einen die Reihenfolge von Drehungen nicht kommutativ ist, und somit, wenn Drehungen um mehrere Achsen gleichzeitig erfolgen, die Reihenfolge der Drehungen Einfluss auf das Ergebnis hat, jedoch in dem Messintervall Δt nicht erfasst wird. Zum Anderen ändert sich durch die Drehungen in dem Messintervall Δt die Ausrichtung der IMU und damit der Messachsen der Sensoren. Die in der Lageintegration entstehenden Fehler werden als *Coning* bezeichnet, während die korrespondierenden Fehler in der Geschwindigkeitsintegration als *Sculling* bezeichnet werden.

²⁸Orientierungsvektoren sind Vergleichbar zu Quaternionen, mit dem Unterschied, das die Länge des Richtungsvektors den Rotationswinkel repräsentiert. ($\rho = \|\underline{\rho}\|$)

Mathematisch lässt sich dieser Sachverhalt anhand der Gleichungen (4.32) und (4.28) beschreiben²⁹. Der Orientierungsvektor $\underline{\rho}$ in Gleichung (4.32) ist die Lage des Systems zum Zeitpunkt t . Sie lässt sich ausgehend von dem Zeitpunkt t_0 näherungsweise bestimmen durch Gleichung (4.33).

$$\underline{\rho}(t) \approx \int_{t_0}^t \underline{\omega}_{nb}^b(\tau) d\tau \quad (4.33)$$

Die Rotationsmatrix $\underline{\underline{C}}_b^n$ zum Zeitpunkt t lässt sich durch die Rotationsmatrix zum Zeitpunkt t_0 und für kleine Winkeländerungen die schiefsymmetrische Matrix $[\underline{\rho}(t) \times]$ des Orientierungsvektors $\underline{\rho}$ zum Zeitpunkt t darstellen [89].

$$\underline{\underline{C}}_b^n(t) \approx \underline{\underline{C}}_b^n(t_0) + \underline{\underline{C}}_b^n(t_0) \cdot [\underline{\rho}(t) \times] \quad (4.34)$$

Werden in der Lagedifferentialgleichung (4.32) die Terme höherer Ordnung vernachlässigt, Gleichung (4.33) eingesetzt und die resultierende Gleichung integriert, ergibt sich Gleichung (4.35) [104].

$$\Delta \underline{\rho}(t_0 + \Delta t) \approx \int_{t_0}^{t_0 + \Delta t} \underline{\omega}_{nb}^b(t) dt + \underbrace{\frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_0 + \Delta t} \int_{t_0}^t \underline{\omega}_{nb}^b(\tau) d\tau \times \underline{\omega}_{nb}^b(t) dt}_{\text{Coning}} \quad (4.35)$$

In gleicher Weise kann mit der Geschwindigkeitsdifferentialgleichung (4.28) verfahren werden. Die Korrekturterme der Erd- und Transportraten, sowie die Massenanziehung sind für diese vereinfachte Betrachtung von geringer Bedeutung und werden vernachlässigt. Aus dem verbleibenden ersten Term in Gleichung (4.28) ergibt sich mit Gleichung (4.34) und anschließender Integration Gleichung (4.36) [104].

$$\Delta \underline{v}_{en}^n(t_0 + \Delta t) \approx \underline{\underline{C}}_b^n(t_0) \int_{t_0}^{t_0 + \Delta t} \underline{a}_{ib}^b(t) dt + \underbrace{\underline{\underline{C}}_b^n(t_0) \int_{t_0}^{t_0 + \Delta t} \int_{t_0}^t \underline{\omega}_{nb}^b(\tau) d\tau \times \underline{a}_{ib}^b(t) dt}_{\text{Sculling}} \quad (4.36)$$

Es ist ersichtlich, dass die als *Coning* und *Sculling* bezeichneten Terme in Gleichung (4.35) und (4.36) Ähnlichkeiten aufweisen. Beide Doppelintegrale beschreiben den Einfluss der Lageänderung bei der Integration der jeweiligen Messgrößen innerhalb des Integrationsintervalls Δt . Damit wird ebenfalls ersichtlich, dass eine numerische Berechnung dieser Terme nur sinnvoll möglich ist, wenn diese mit einem deutlich kleineren Messintervall als Δt durchgeführt wird. Ändert sich die Ausrichtung im Integrationsintervalls Δt nicht, liefert der Term des Doppelintegrals keinen Beitrag. Ist die Abtastfrequenz gegenüber den auftretenden Lageänderungen hoch, ist der Einfluss der

²⁹Ausführliche Herleitungen finden sich unter anderem in [88, 103, 104, 108].

Coning- und *Sculling*-Terme in Gleichung (4.35) und (4.36) ebenfalls gering. Bestehen jedoch hochfrequente rotatorischen Anregungen, etwa durch Vibration, steigt der Einfluss der *Coning*- und *Sculling*-Terme. Zur Kompensation der *Coning*- und *Sculling*-Terme existieren eine Vielzahl an Algorithmen [104–106, 108–110]. Da die Algorithmen mit einer höheren Frequenz ausgeführt werden müssen, als die eigentliche Strapdown-Rechnung, zur Berechnung jedoch lediglich die Drehraten ω_{ib}^b und im Fall der *Sculling*-Korrektur zusätzlich die Beschleunigungen \underline{a}_{ib}^b verwendet werden, lassen sich diese ebenfalls effizient innerhalb der IMU für die Berechnung von Inkrementen umsetzen³⁰.

4.7. AHRS-Rechnung

Als **Attitude Heading Reference System**, kurz AHRS, wird die Berechnung der Lagewinkel $\underline{\varepsilon}$ aus den von der IMU gemessenen Drehraten ω_{ib}^b bezeichnet, die durch ein aus den Beschleunigungsmessungen \underline{a}_{ib}^b berechneten Lot gestützt werden. Die AHRS-Rechnung bietet den Vorteil gegenüber der Strapdown-Rechnung, dass die berechneten Roll- und Nickwinkel keine ausgeprägte Drift aufweisen³¹. Diese Eigenschaft macht ein AHRS besonders geeignet für die Stabilisierung der Ausrichtung von bemannten und unbemannten Flugzeugen, Geräteträgern und für Anzeigegeräte wie z.B. einen künstlichen Horizont. Durch die robusten und stabilen Eigenschaften der AHRS-Rechnung eignet sich dieses Verfahren ebenfalls sehr gut als Reserve- und Rückfallsystem für ein SINS, falls dieses seine Drift nicht ausreichend durch andere Stützgrößen kompensieren kann.

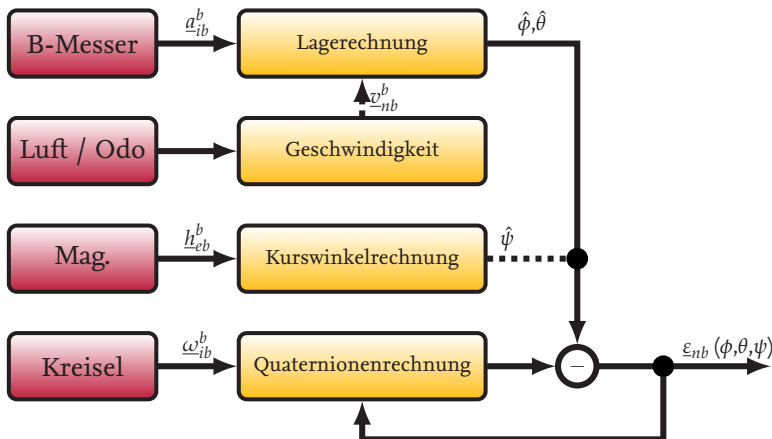


Abbildung 4.9.: Mechanisierung der AHRS-Rechnung

Die Mechanisierung einer AHRS-Rechnung erfolgt nach dem in Abbildung 4.9 dargestellten groben Funktionsprinzip. Die gemessenen Drehraten ω_{ib}^b werden, wie in der Strapdown-Rechnung, über die Zeit zu Lagewinkeln $\underline{\varepsilon}_{nb}$ integriert. Im Gegensatz zur Strapdown-Rechnung findet jedoch

³⁰Dabei spielt aus heutiger Sicht Rechenleistung eine untergeordnete Rolle.

³¹Roll- und Nickwinkel können sich jedoch unter bestimmten Bedingungen dem Scheinlot annähern.

keine Integration der Beschleunigungen \underline{a}_{ib}^b statt. Stattdessen werden aus diesen, angelehnt an die Gleichungen (4.23) und (4.24) des statischen Alignments, der Rollwinkel $\hat{\phi}$ und Nickwinkel $\hat{\theta}$ berechnet. Diese Winkel werden verwendet, um die aus den Drehraten $\underline{\omega}_{ib}^b$ gewonnenen Lagewinkel ε_{nb} zu korrigieren und in deren Berechnung zurückzuführen.

Da es in den überwiegenden Fällen nicht möglich ist, den Gierwinkel durch die Messung der Erddrehrate zu bestimmen, kommen häufig optionale Magnetometermessungen \underline{h}_{cb}^b zur Stützung des Gierwinkels zum Einsatz. Auf die Verarbeitung von Magnetometermessungen zur Bestimmung des Gierwinkels $\hat{\psi}$ wird in Kapitel 5.3.7 eingegangen.

Sinnvoll ist darüber hinaus die Verwendung von Geschwindigkeitsinformationen zur Kompensation der Zentripetalbeschleunigung in den Beschleunigungsmessungen \underline{a}_{ib}^b . Da ein AHRS auf bewegten Trägersystemen eingesetzt wird, gelten die Annahmen, die für die in den Gleichungen (4.23) und (4.24) verwendeten Beschleunigungen \underline{a}_{ib}^b gemacht worden sind, nicht mehr uneingeschränkt. Allgemein gilt für die von den Beschleunigungsmessern gemessenen idealen Werte \underline{a}_m^b die Gesetzmäßigkeiten nach Gleichung (4.37).

$$\underline{a}_m^b = \underbrace{\underline{a}_{ib}^b}_{\text{Beschleunigung}} + \underbrace{\underline{\omega}_{ib}^b \times \underline{r}}_{\text{EULER-Beschleunigung}} + \underbrace{\underline{\omega}_{ib}^b \times (\underline{\omega}_{ib}^b \times \underline{r})}_{\text{Zentripetalbeschleunigung}} - \underbrace{\underline{g}^b}_{\text{Erdbeschleunigung}} \quad (4.37)$$

Für eine kreisförmige Bewegung mit konstantem Radius \underline{r} und der Drehrate $\underline{\omega}_{ib}^b$ ist das Kreuzprodukt aus Radius \underline{r} und Drehrate $\underline{\omega}_{ib}^b$ gleich der Tangentialgeschwindigkeit \underline{v}_T .

$$\underline{\omega}_{ib}^b \times \underline{r} = \underline{v}_T \quad (4.38)$$

Dieser Zusammenhang lässt sich z.B. verwenden, um den Term der Zentripetalbeschleunigung \underline{a}_Z in Gleichung (4.37) so umzuformen, dass der meist unbekannte Radiusvektor \underline{r} entfällt.

$$\underline{a}_Z = \underline{\omega}_{ib}^b \times (\underline{\omega}_{ib}^b \times \underline{r}) = \underline{\omega}_{ib}^b \times \underline{v}_T \quad (4.39)$$

Die Tangentialgeschwindigkeit kann in vielen Fällen begründet durch andere Geschwindigkeiten angenähert werden, z.B. die Fluggeschwindigkeit (Airspeed) beim Flugzeug oder die Radgeschwindigkeiten (Odometer) beim Auto³². Mit diesem Zusammenhang lassen sich die Beschleunigungsmessungen um den Term der Zentripetalbeschleunigung bei Vorliegen entsprechender Geschwindigkeitsmessungen kompensieren. Liegt weiter eine konstante Drehrate $\underline{\omega}_{ib}^b$ an, so werden die Drehbeschleunigungen $\dot{\underline{\omega}}_{ib}^b$ zu Null und der Term der EULER-Beschleunigung entfällt.

Um eine gültige Korrektur der aus den Drehraten berechneten Lagewinkel durchführen zu können, muss folglich je nach verfügbaren Messgrößen die ausreichende Kompensation der Zentripetalbeschleunigung und der EULER-Beschleunigung überwacht werden. Für die Berechnung der Lagewinkel aus den Beschleunigungen muss weiter ein unbeschleunigter Zustand vorherrschen, da

³²Dies gilt jedoch strenggenommen nur für schiebewinkelfreie bzw. drifffreie Bewegung.

andernfalls die Winkel zum Scheinlot berechnet werden. Für die Überwachung dieser Parameter werden üblicherweise nur die Inertialsensoren selber und ggf. vorhandenes Wissen über die Kinematik des Vehikels verwendet, um die Störuneempfindlichkeit und Robustheit des Systems und damit nicht seinen Nutzen als primäres System zur Stabilisierung oder als Reservesystem einzuschränken.

Für die Fusion der aus den Drehraten berechneten Lagewinkel und den Messungen der Beschleunigungs-, Geschwindigkeits- und Magnetfeldsensoren wurden eine Vielzahl unterschiedlicher Algorithmen entwickelt, wie z.B. in [111] beschrieben. Besonders für AHRS mit einfachen Sensoren haben sich die Filter nach [112–115] bewährt, die in einer Vielzahl Flugreglern von unbemannten Kleinflugzeugen eingesetzt werden. Die in Kapitel 5 vorgestellten Filterverfahren lassen sich ebenfalls einfach auf diesen Einsatzzweck anpassen.

5 Kopplung von inertialen Messdaten

5.1. Prozessierungsreihenfolge

Im folgenden Kapitel werden Verfahren und Abläufe zur Kopplung von inertialen Messdaten mit den Messdaten weiterer Sensoren beschrieben. Es werden verschiedene Ansätze zur Datenfusion behandelt und in Abschnitt 5.3 am Beispiel eines KALMAN-Fehlerzustandsfilter die Kopplung mit verschiedenen häufig verwendeten Stützgrößen erläutert. In Abschnitt 5.4 wird eine mögliche Strategie zum Umgang mit verzögert vorliegenden Informationen näher beschrieben und abschließend auf die Nachbearbeitung der Ergebnisse vor der Ausgabe an weitere Systeme eingegangen.

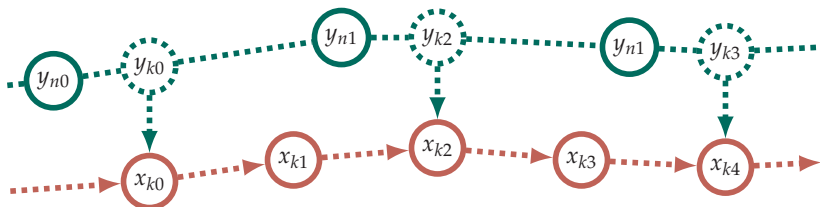


Abbildung 5.1.: Ablauf der Navigationsrechnung als Zustandsdiagramm

Abbildung 5.1 zeigt die Ausgangssituation schematisch als Zustandsdiagramm. Als rote Kreise sind die berechneten Zustände x_k der Navigationsrechnung zu den Zeitpunkten k dargestellt. Der durch Pfeile dargestellte Übergang zwischen den Zustandsvektoren erfolgt durch die entsprechend Kapitel 4 aufbereiteten Messungen der IMU und der Strapdown-Rechnung.

Daneben liegen zu unregelmäßigen Zeitpunkten n die in Grün dargestellten Messungen y_n weiterer Sensoren vor, die zur Stützung der Strapdown-Rechnung verwendet werden sollen. Da die Zeitpunkte k und n im allgemeinen Fall voneinander abweichen, muss eine Zuordnung von k und n hergestellt werden und die Messungen zum Zeitpunkt k auf den Zeitpunkt n projiziert werden, um für die Stützung verwendet werden zu können. Die Zuordnung erfolgt entweder zum zeitlich nächsten oder zum nächsten folgenden Zustand x_k , je nachdem wie die Projektion und die Weiterverarbeitung erfolgt. Die Projektion kann auf unterschiedlichem Wege vorgenommen werden. Ist die Abtastrate der IMU entsprechend der Dynamik des Vehikels und der Anwendung gewählt, liegen die Zeitpunkte k und n so dicht beieinander, dass unter Berücksichtigung der Genauigkeit der Stützgrößen die zeitliche Änderung vernachlässigt werden kann oder einfache Verfahren wie lineare Interpolation ausreichen. Ist dies nicht der Fall oder kann dies nicht sichergestellt werden,

so müssen die Messungen y_n mit für die Messgröße geeigneten Verfahren interpoliert oder extrapoliert werden.

Ein wesentlich größerer Einfluss entsteht jedoch durch Verzögerungen zwischen Messzeitpunkt und Vorliegen der Messungen zur Weiterverarbeitung im Navigationsrechner. Diese Verzögerungen können z.B. durch das Messprinzip, die spezifische Verarbeitung im und am Sensor, die Datenübertragung zwischen Teilsystemen und die Vorverarbeitung der Messdaten entstehen. Von entscheidender Bedeutung für die Weiterverarbeitung in der Sensordatenfusion ist deshalb den Messzeitpunkt exakt zu bestimmen und mit den anderen Daten zu verknüpfen. Die entstehenden Verzögerungen bewegen sich für Navigationssensoren üblicherweise zwischen 100 ms und 500 ms. Im Fall von komplexen Schritten zur Vorverarbeitung der Daten z.B. durch Bildverarbeitungsalgorithmen können auch höhere Verzögerungen entstehen. Für das Design eines Echtzeit-Navigationssystems ist es von hoher Bedeutung diese Verzögerungen im Vorfeld zu bestimmen und Anforderungen an die maximal akzeptierten Verzögerungen festzulegen. Darauf aufbauend muss festgelegt werden, wie mit diesen Verzögerungen in dem System umgegangen werden soll. Für den Einsatz in Echtzeit-Navigationssystemen können vier grundsätzliche Methoden unterschieden werden, die in Abbildung 5.2 schematisch dargestellt sind.

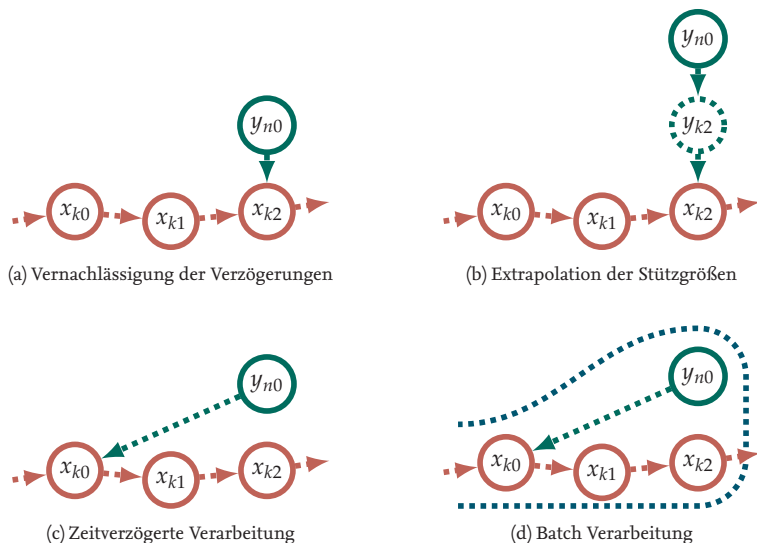


Abbildung 5.2.: Strategien zur Verarbeitung verzögerter Stützinformationen

Die erste Methode (Abbildung 5.2a) besteht darin, alle Daten, sobald sie vorliegen, ohne Berücksichtigung aller zeitlichen Verzögerungen zu verarbeiten. Diese Methoden sollte nur gewählt werden, wenn die Verzögerungen sehr kurz und die aufgrund der Dynamik des Vehikels resultierenden Fehler sehr klein sind.

Bei der zweiten Methode (Abbildung 5.2b) werden die verzögert vorliegenden Messwerte y_n auf den aktuellen Zeitpunkt extrapoliert und y_k dann mit dem Zustandsvektor x_k fusioniert. Diese Methode ist im Ansatz einfach umzusetzen und bietet die Möglichkeit, abhängig von der Messgröße, unterschiedliche Verfahren zur Extrapolation der Stützdaten zu verwenden. Durch die Extrapolation entstehen Ungenauigkeiten, die wie bei Methode eins jedoch in abgeschwächter Weise von dem Maß der Verzögerung und der Dynamik des Vehikels abhängen. Diese systematischen Ungenauigkeiten sollten in der stochastischen Modellierung der Messgröße berücksichtigt werden. Je nach Güte der Extrapolation und der stochastischen Modellierung ergeben sich unterschiedlich stark ausgeprägte systematische Fehler. Ein auf dieser Methode basierendes Konzept kann z.B. [88, 116] entnommen werden.

Die dritte Methode (Abbildung 5.2c) ist die zeitverzögerte Verarbeitung der Messdaten. Zu diesem Zweck werden alle Daten, auch die der IMU, in FIFO-Puffern¹ zwischengespeichert und mit einer konstanten maximal erlaubten Verzögerung weiterverarbeitet. Diese Methode erlaubt alle Daten eines Gültigkeitszeitpunkts zu sammeln und dann synchronisiert ohne Extrapolation zu verarbeiten. Auf diese Weise können Fehler, die aus der Verzögerung und der Dynamik des Vehikels resultieren, vermieden werden. Alle Daten, die nicht in dem vorgegebenen Zeitintervall eintreffen, werden von der Verarbeitung ausgeschlossen. Da der Zustandsvektor x_n nur zeitverzögert vorliegt, ist diese Methode alleine für den Einsatz in den meisten Anwendungen, wie z.B. die Regelung eines Vehikels oder Anzeigen, in der Regel nicht geeignet. Eine einfache und effektive Methode diesen Mangel durch die Fortschreibung des Zustandsvektors mit den inertialen Messdaten zu beheben, wird in Kapitel 5.4 vorgestellt.

Die vierte Methode (Abbildung 5.2d) ist die Batch-Verarbeitung eines Teils oder aller Messwerte. Bei dieser Methode wird der Zustandsvektor auf die Zustände mehrerer Zeitpunkte x_k erweitert und alle Messungen y_k an den zugehörigen Zeitpunkten angewendet. Im Grundsatz kann diese Methode auf die Gesamtheit aller Daten seit Beginn der jeweiligen Navigationsaufgabe angewendet werden, so dass für alle Zeitpunkte eine optimale Lösung unter Berücksichtigung aller Daten gefunden werden kann. Diese Methode, die in der Robotik unter dem Begriff „*Pose Graph Fusion*“ bekannt ist, führt zu vergleichsweise großen Gleichungssystemen, deren spezielle spärlich besetzte Form genutzt wird, um diese dennoch numerisch lösen zu können [117]. Da diese Gleichungssysteme über die Zeit anwachsen, sind sie ohne Modifikation nicht für Echtzeit-Anwendungen mit beschränkter Rechenleistung geeignet. Durch die Betrachtung lediglich eines sich mitbewegenden Zeitfensters (engl. *Sliding Window*) kann die benötigte Rechenleistung begrenzt werden und gleichzeitig für diese Zeitfenster eine optimale Lösung gefunden werden [118]. Die erforderliche Rechenleistung zur Lösung des resultierenden Gleichungssystems beträgt trotzdem ein vielfaches der benötigten Rechenleistung für die Fusion mit einem sequentiellen Filter.

Für die folgenden Betrachtungen wird, entsprechend der dritten Methode (Abbildung 5.2c), das Vorliegen von zeitlich übereinstimmenden Messungen der IMU und aller verfügbarer Stützsensoren für einen Zeitpunkt vorausgesetzt. Die sequentielle Verarbeitung von inertialen Messdaten und Stützgrößen erfolgt nach dem in Abbildung 5.3 dargestellten Ablauf. Um den Zustandsvektor \underline{x}_k in den folgenden Zustand x_{k+1} zu überführen, werden die in Kapitel 4.6 vorgestellte Strapdown-Rechnung und die inertialen Messdaten der IMU verwendet. Liegen für den jeweiligen Zeitpunkt k

¹FIFO steht für *First In First Out* und beschreibt eine Art der Organisation von Daten, bei der der erste gespeicherte Wert als erstes wieder ausgegeben oder überschrieben wird.

weitere Stützinformationen vor, so werden diese verwendet, um den Zustand \underline{x}_k^- in den korrigierten Zustand \underline{x}_k^+ zu überführen. Je nach eingesetztem Filter und vorliegenden Stützgrößen können die Korrekturen gemeinsam, in einem einzelnen Schritt oder iterativ einzeln oder in Gruppen nacheinander angewendet werden. Die iterative Anwendung von Korrekturen ermöglicht eine übersichtliche Modularisierung der Korrekturen und kann je nach eingesetztem Filter numerische Vorteile bei der Berechnung bieten².

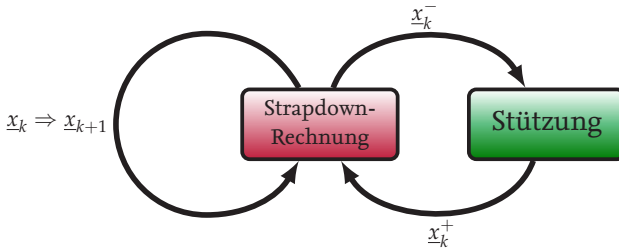


Abbildung 5.3.: Ablaufdiagramm der INS-Kopplung in einem sequentiellen Fusionsfilter

Die Berechnung der Korrekturen in Navigationsanwendungen ist ein klassisches Einsatzgebiet von BAYES'schen-Filtern, zu denen z.B. der KALMAN-Filter zählt. Abbildung 5.4 fasst die wichtigsten Vertreter der BAYES'schen-Filter für Navigationsanwendungen zusammen.

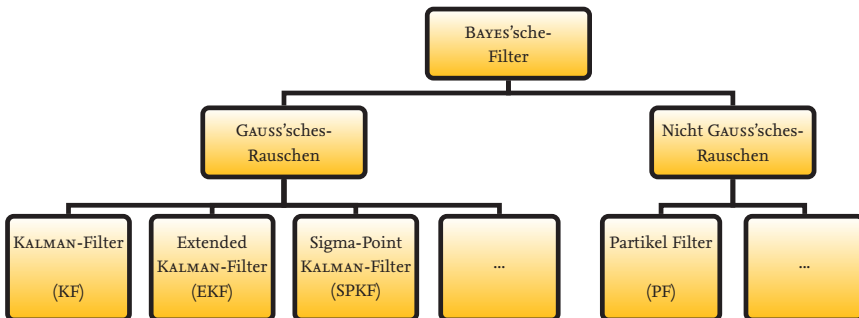


Abbildung 5.4.: Verbreitete Filter für Navigationsanwendungen

Der KALMAN-Filter (KF) [69] ist der zugrunde liegende Filter für eine große Familie von Filteralgorithmen, die auf der Annahmen von GAUSS-verteiletem, mittelwertfreiem Rauschen der Messfehler basieren. Systematische Anteile der Fehler, die dieser Annahme nicht genügen, müssen durch Modellierung dieser Annahme angenähert werden. Auch wenn die Annahme von GAUSS-verteiletem Rauschen nicht völlig zutrifft, hat sich in praktischen Anwendungen der KALMAN-Filter als äußerst

²Das iterative Anwenden der Korrekturen setzt eine exakte stochastische Modellierung voraus, andernfalls besteht ein Einfluss durch die Reihenfolge der Korrekturen.

robust und universell bewährt. Ein Ablaufdiagramm eines zeitdiskreten KALMAN-Filters ist in Abbildung 5.5 dargestellt [70, 119].

Der für Navigationsanwendungen häufig verwendete Extended KALMAN-Filter (EKF) stellt eine Variante des KALMAN-Filters dar, der besonders für stark nichtlineare Systeme geeignet ist. Für Update und/oder Prädiktion wird im Extended KALMAN-Filter eine nichtlineare Funktion verwendet. Für die Berechnung und Fortschreibung (engl. Estimate) der Kovarianzmatrix \underline{P}_k des Zustandsvektors wird weiterhin eine diskretisierte, linearisierte Systemmatrix $\underline{\Phi}_k$ verwendet [88, 92–94, 120].

Der Sigma-Point KALMAN-Filter (SPKF) verwendet auch für die Fortschreibung der Kovarianzmatrix \underline{P}_k eine nichtlineare Funktion³. Dies wird erreicht, indem sogenannte „Sigma-Punkte“ gezielt gewählt werden, die den Zustandsvektor deterministisch variieren und anhand der nichtlinearen Funktion präzisieren. Anhand der Ergebnisse lassen sich Varianz und Erwartungswert einer korrespondierenden GAUSS-Verteilung der Zustandsvariablen berechnen, und es sind keine Linearisierungen zur Abschätzung der Kovarianzmatrix des prädierten Zustandsvektors nötig [120, 122].

Der Partikelfilter (PF) arbeitet vergleichbar zu dem Sigma-Point KALMAN-Filter mit durch „Sample-Punkte“ variierte Zustandsvektoren und verzichtet darüber hinaus auf die Annahme der GAUSS-Verteilung des Messfehlers. Die Partikel werden durch einen Zufallsprozess verteilt und können in ausreichender Zahl beliebige Verteilungsfunktionen approximieren [123]. Durch die hohe Zahl an nötigen „Sample-Punkten“ und das durch deren zufällige Verteilung bedingte nicht deterministische Verhalten schränkt sich der praktische Nutzen von Partikelfiltern für viele Anwendungen stark ein, da die benötigte Rechenleistung und die Hürden für sicherheitskritische Zertifizierungen hoch sind.

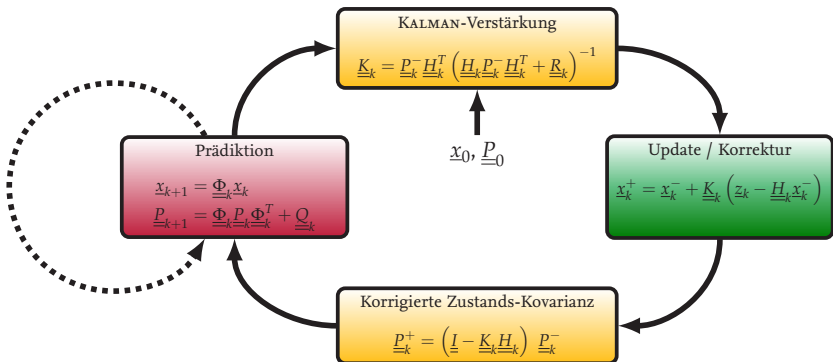


Abbildung 5.5.: Ablaufdiagramm eines zeitdiskreten Kalman-Filters

Abbildung 5.5 stellt die verschiedenen Schritte des zeitdiskreten KALMAN-Filters als Ablaufdiagramm dar. Die Grundlage des KALMAN-Filters ist eine kontinuierliche Prozessbeschreibung in Form einer gewöhnlichen Differentialgleichung (5.1).

³Ein in der Navigation häufig referenzierter Sigma-Point KALMAN-Filter ist der Unscented KALMAN-Filter (UKF) [121].

$$\underline{\dot{x}} = \underline{A} \underline{x} + \underline{G} \underline{u} \quad (5.1)$$

$$\underline{y} = \underline{B} \underline{x} \quad (5.2)$$

Der Vektor \underline{x} in Gleichung (5.1) wird als Zustandsvektor bezeichnet. Die Matrix \underline{A} ist die Systemmatrix, \underline{G} die Eingangsmatrix und \underline{B} die Ausgangs- oder Messmatrix. Der Vektor \underline{y} wird als Eingangsvektor bezeichnet, und \underline{u} ist der Eingangsvektor, dessen Elemente weißes Prozessrauschen enthalten.

Die zeitdiskrete Darstellung dieser Gleichungen für die Zeitpunkte t_k ergeben sich durch die Prozessgleichung (5.3) und die Messgleichung (5.4).

$$\underline{x}_{k+1} = \underline{\Phi}_k \underline{x}_k + \underline{w}_k \quad (5.3)$$

$$\underline{z}_k = \underline{H}_k \underline{x}_k + \underline{v}_k \quad (5.4)$$

Der Zustandsvektor \underline{x}_k wird in der Prozessgleichung (5.3) durch die Transitionsmatrix $\underline{\Phi}_k$ in den Zustandsvektor \underline{x}_{k+1} prädiert. Dieser Prozess wird durch das Prozessrauschen \underline{w}_k beeinflusst. Die Messgleichung (5.4) stellt den Zusammenhang zwischen den Messungen \underline{z}_k und dem Zustandsvektor \underline{x}_k über die Messmatrix \underline{H}_k und das Messrauschen \underline{v}_k her. Für die verschiedenen KALMAN-Filter nach Abbildung 5.4 wird für das Prozessrauschen \underline{w}_k und das Messrauschen \underline{v}_k weißes, normalverteiltes, mittelwertfreies und unkorreliertes Rauschen angenommen.

$$\underline{x}_k^+ = \underline{x}_k^- + \underbrace{\underline{K}_k \left(\underline{z}_k - \underbrace{\underline{H}_k \underline{x}_k^-}_{\text{Innovation}} \right)}_{\text{Gewichtete Innovation}} \quad (5.5)$$

Im Update findet eine Korrektur des Zustandsvektors \underline{x}_k^- anhand einer Messung \underline{z}_k statt. Die Differenz zwischen der Messung \underline{z}_k und den anhand des Zustandsvektor \underline{x}_k^- vorhergesagten Vergleichswerten wird als Innovation bezeichnet. Zur Berechnung des korrigierten Zustandsvektors \underline{x}_k^+ werden die mit der KALMAN-Verstärkung \underline{K}_k gewichteten Innovationen zu dem Zustandsvektor \underline{x}_k^- addiert. Die KALMAN-Verstärkung \underline{K}_k berechnet sich entsprechend Gleichung (5.6) aus dem Verhältnis zwischen Zustandskovarianzmatrix \underline{P}_k und Messkovarianzmatrix \underline{R}_k .

$$\underline{K}_k = \underline{P}_k \underline{H}_k^T \left(\underline{H}_k \underline{P}_k \underline{H}_k^T + \underline{R}_k \right)^{-1} \quad (5.6)$$

Die Zustandskovarianzmatrix \underline{P}_k beschreibt den Erwartungswert $E \left[\underline{e}_k \underline{e}_k^T \right]$ der Differenz \underline{e}_k zwischen dem geschätzten Zustandsvektor \underline{x}_k und dem tatsächlichen Zustand.

$$\underline{P}_k^+ = \left(\underline{I} - \underline{K}_k \underline{H}_k \right) \cdot \underline{P}_k^- \quad (5.7)$$

$$\underline{P}_{k+1} = \underline{\Phi}_k \underline{P}_k \underline{\Phi}_k^T + \underline{Q} \quad (5.8)$$

Die Zustandskovarianzmatrix \underline{P}_k^+ des korrigierten Zustandsvektors \underline{x}_k^+ wird durch Gleichung (5.7) berechnet und durch Gleichung (5.8) für den Zeitpunkt t_{k+1} prädiziert. Dabei ist \underline{Q}_k die zeitdiskrete Prozessunsicherheit, die die Modellierung durch $\underline{\Phi}_k$ beinhaltet. Da die Prozessunsicherheit \underline{Q}_k maßgeblich die Entwicklung der Zustandskovarianzmatrix \underline{P}_k bestimmt und das Verhältnis dieser zu der Messkovarianzmatrix \underline{R}_k für die Gewichtung des Updates zuständig ist, besitzt die Prozessunsicherheit \underline{Q}_k eine zentrale Rolle. Die korrekte Modellierung beider Kovarianzmatrizen ist darum, neben der Modellierung der Transitions- und Messmatrix, ein wichtiger Schritt bei der Filterauslegung.

Für die Initialisierung des Filters ist der Anfangszustandsvektor \underline{x}_0 und dessen Anfangskovarianzmatrix \underline{P}_0 erforderlich, die während des Alignment bestimmt werden und den Einschwingvorgang des Filters bestimmen.

Um anhand der kontinuierlichen Systemmatrix \underline{A} aus Gleichung (5.1) die diskrete Transitionsmatrix $\underline{\Phi}$ aus Gleichung (5.3) zu berechnen, kann nach [70, 94, 103] unter der Annahme, dass \underline{A} für das Abtastintervall τ konstant ist, eine Exponentialreihenentwicklung verwendet werden.

$$\underline{\Phi}_k = e^{\underline{A}_k \cdot \tau} = \underline{I} + \underline{A}_k \cdot \tau + \frac{(\underline{A}_k \cdot \tau)^2}{2!} + \frac{(\underline{A}_k \cdot \tau)^3}{3!} + \dots \quad (5.9)$$

Da das Abtastintervall τ der IMU bereits so gewählt ist, dass sie geeignet ist, die Dynamik des Vehikels abzubilden, kann die Reihenentwicklung nach dem linearen Term abgebrochen werden.

$$\underline{\Phi}_k = \underline{I} + \underline{A}_k \cdot \tau \quad (5.10)$$

Eine Alternative ist die exakte Berechnung der Transitionsmatrix $\underline{\Phi}_k$ nach [119] unter Verwendung der inversen LAPLACE-Transformation durch Gleichung (5.11).

$$\underline{\Phi}_k(t) = \mathcal{L}^{-1} \left(\left[s \cdot \underline{I} - \underline{A}_k \right]^{-1} \right) \quad (5.11)$$

Da die Transitionsmatrix $\underline{\Phi}_k$ wiederum eine Funktion des Zustandsvektors \underline{x}_k ist, muss $\underline{\Phi}_k$ zur Prädiktion dynamisch neu berechnet werden. Das Vorgehen nach Gleichung (5.9) hat sich dazu als ausreichend erwiesen. Wird die Transitionsmatrix $\underline{\Phi}_k$ ausschließlich zur Prädiktion der Zustandskovarianzmatrix \underline{P}_k eingesetzt, z.B. beim Extended KALMAN-Filter oder im Fall eines Zero-Feedback-Error-State-Filters (siehe Kapitel 5.2), so kann ohne große Genauigkeitseinbußen die Frequenz der Neuberechnung herabgesetzt werden um Rechenleistung einzusparen.

5.2. Kopplungsstrategien

5.2.1. Unterschiede zwischen Voll- und Fehlerzustandsfilter

Bei der sequentiellen Fusion von inertialen Messdaten mit anderen Messungen zur Bestimmung des Bewegungszustands werden zwei grundsätzliche Kopplungsstrategien unterschieden. Die naheliegende Kopplungsstrategie besteht darin, die Strapdown-Rechnung in der Transitionsmatrix Φ_k zu modellieren und in dem Zustandsvektor des Filters die Bewegungszustandsgrößen Position \underline{p} , Geschwindigkeit \underline{v} , Lage $\underline{\varepsilon}$, Kennwerte der Inertialsensoren, wie den Nullpunktfehler und weitere Zustandsgrößen zu schätzen [124]⁴. Ein möglicher Zustandsvektor für die in Kapitel 4.6.1 beschriebene Mechanisierung ist in Gleichung (5.12) definiert.

$$\underline{x} = \left[\underbrace{\varphi, \lambda, h}_{\text{Position } \underline{p}}, \underbrace{v_n, v_e, v_d}_{\text{Geschwindigkeit } \underline{v}}, \underbrace{\phi, \theta, \psi}_{\text{Lagewinkel } \underline{\varepsilon}}, \underbrace{b_{acc_x}, b_{acc_y}, b_{acc_z}, b_{\omega_p}, b_{\omega_q}, b_{\omega_r}, \dots}_{\text{Nullpunktfehler}} \right]^T \quad (5.12)$$

Da der Zustandsvektor in diesem Fall die vollständigen Bewegungszustände enthält, wird von einem Vollzustandsfilter gesprochen. Die Struktur eines Vollzustandsfilters ist auf abstrakter Ebene sehr übersichtlich aufgebaut, wie in Abbildung 5.6 dargestellt ist.

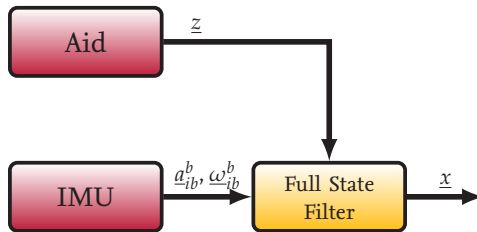


Abbildung 5.6.: Struktur eines Vollzustandsfilters

Die Messungen der IMU und der Stützsensoren \underline{z} (Aid) werden direkt im Filter zur Prädiktion bzw. im Update verarbeitet. Das resultierende System hat Vorteile durch seine klare Struktur und direkt interpretierbaren Zustände. Der Nachteil des Vollzustandsfilters liegt darin, dass aufgrund des hochgradig nichtlinearen Systems der Strapdown-Rechnung ein nur schlecht linearisierbares System vorliegt und somit die Annahmen des klassischen KALMAN-Filter nicht gut erfüllt werden können.

Die alternative Kopplungsstrategie besteht darin, nicht die Bewegungszustandsgrößen, sondern deren Fehler zu modellieren. Die Fehler des Bewegungszustands weisen eine erheblich geringere Dynamik als der Bewegungszustand, einen geringeren Wertebereich und damit ein besser linearisierbares Verhalten auf [125]. Der Zustandsvektor des für die folgenden Betrachtungen zugrunde gelegten Fehlerzustandsfilters ist in Gleichung (5.13) definiert.

⁴Aufgrund der kritischen Punkte, in der der Übersicht halber gewählten Darstellung der Lage durch EULER-Winkel, sollte eine alternative Formulierung, wie Quaternionen verwendet werden.

$$\underline{x} = [\underbrace{\Delta\varphi, \Delta\lambda, \Delta h}_{\text{Positionsfehler } \Delta p}, \underbrace{\Delta v_n, \Delta v_e, \Delta v_d}_{\text{Geschwindigkeitsfehler } \Delta v}, \underbrace{\Delta\phi, \Delta\theta, \Delta\psi}_{\text{Lagewinkelfehler } \Delta\varepsilon}, \underbrace{\Delta b_{acc_x}, \Delta b_{acc_y}, \Delta b_{acc_z}, \Delta b_{\omega_p}, \Delta b_{\omega_q}, \Delta b_{\omega_r}, \dots}_{\text{Fehler der Nullpunktfehler}}]^T \quad (5.13)$$

Beobachtet werden im Fehlerzustandsfilters die Fehler der Zustände aus der in Kapitel 4.6.1 vorgestellten Mechanisierung. Dies sind die Fehler der Position Δp_{eb}^w , der Geschwindigkeit Δv_{eb}^u und der Lagewinkel $\Delta\varepsilon_{nb}$. Für die Sensorfehler werden die Fehler der Sensorkennwerte, wie der Fehler der Nullpunktfehler geschätzt. Die geschätzten Fehler können, wie in Abbildung 5.7 dargestellt, in die nichtlineare Strapdown-Rechnung zurückgeführt werden.

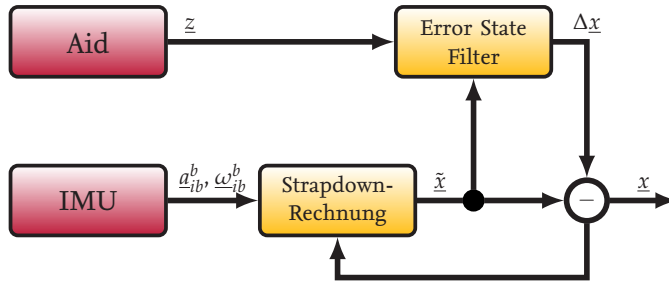


Abbildung 5.7.: Struktur eines Fehlerzustandsfilters

Durch die vollständige Rückführung der im Update geschätzten Fehler in die Strapdown-Rechnung entsprechend Abbildung 5.5 bzw. Gleichung (5.5) ist der Fehlerzustandsvektor \underline{x}_k in der Prädiktion durch Gleichung (5.3) immer Null. Sind keine weiteren Zustände im Fehlerzustandsvektor \underline{x}_k enthalten, die diese Eigenschaft nicht besitzen, kann auf die Ausführung von (5.3) verzichtet werden. Die einzige verbleibende Aufgabe der Transitionsmatrix Φ_k ist, wie bei dem Extended KALMAN-Filter, die Prädiktion der (Fehler-) Zustandskovarianzmatrix P_k .

Eingangsgrößen des Filters sind in diesem Fall der Bewegungszustandsvektor aus der Strapdown-Rechnung $\tilde{\underline{x}}$ und die Stützgrößen \underline{z} . In der Strapdown-Rechnung werden neben den Messungen der IMU, die zurückgeführten geschätzten Fehlerzustände an den in Abbildung 5.8 durch grüne Pfeile markierten Stellen angewendet. Durch die Korrektur mit den Fehlern der Position Δp_{eb}^w , der Geschwindigkeit Δv_{eb}^u und der Lagewinkel $\Delta\varepsilon_{nb}$ werden diese Fehler in der Strapdown-Rechnung vollständig kompensiert und deshalb anschließend im Koppelfilter und dem Fehlerzustandsvektor $\Delta \underline{x}$ zu Null gesetzt. Die Kompensation erfolgt also jeweils einmalig in der Epoche, in der die Korrektur berechnet worden ist. Für die Sensorkennwerte, wie Nullpunktfehler oder Skalenfaktoren, werden zusätzliche Variablen in die Strapdown-Rechnung eingeführt und die geschätzten Fehler der Sensorkennwerte aufaddiert. Die Sensorkennwerte werden vor der Durchführung der eigentlichen Strapdown-Rechnung verwendet, um die Messungen der IMU entsprechend des gewählten Sensorfehlermodells zu korrigieren. Dieser Schritt ist in Abbildung 5.8 durch ein vorangestelltes Σ Symbol angedeutet.

Kapitel 5.3 beschrieben. Die Prädiktion dieser Zustände ist typischerweise unabhängig und nicht korreliert mit den primären Filterzuständen der Navigation. Ein Beispiel hierfür ist z.B. die Schätzung des Uhrenfehlers des GNSS-Empfängers und der ISB bei der Stützung mit GNSS-Messungen entsprechend Kapitel 5.3.3. In diesem Fall ergibt sich eine Transitionsmatrix $\underline{\Phi}_k$ der Form nach Gleichung (5.14). Entsprechend kann der Zustandsvektor \underline{x}_k wie in Gleichung (5.15) unterteilt werden.

$$\underline{\Phi}_k = \begin{bmatrix} \underline{\Phi}_{A,k} & \underline{0} \\ \underline{0} & \underline{\Phi}_{B,k} \end{bmatrix} \quad (5.14)$$

$$\underline{x}_k = \begin{bmatrix} \underline{x}_{A,k} \\ \underline{x}_{B,k} \end{bmatrix} \quad (5.15)$$

Mit Ausnahme des Korrekturschrittes können die Zustände $\underline{x}_{A,k}$ und $\underline{x}_{B,k}$ getrennt behandelt werden, da keine Abhängigkeiten zwischen diesen bestehen. Dieser Zusammenhang kann zur Optimierung des Ablaufs des Filteralgorithmus genutzt werden, z.B. indem die Prädiktion der Filterzustände $\underline{\Phi}_k$ und der Zustandskovarianzmatrix \underline{P}_k unabhängig voneinander und mit unterschiedlicher Frequenz durchgeführt werden.

$$\underline{x}_{A,k+1} = \underline{\Phi}_{A,k} \underline{x}_{A,k} + \underline{w}_{A,k} \quad (5.16)$$

$$\underline{x}_{B,k+1} = \underline{\Phi}_{B,k} \underline{x}_{B,k} + \underline{w}_{B,k} \quad (5.17)$$

Die Prädiktion eines GNSS-Uhrenfehlers kann z.B. mit der Messfrequenz des GNSS-Empfängers durchgeführt werden, während die Prädiktion des Fehlerzustandsvektors der Strapdown-Rechnung ganz entfallen kann. In diesem Fall werden lediglich für den Korrekturschritt die für die verwendeten Stützgrößen benötigten Zustände in den Zustandsvektor aufgenommen.

Dieses Vorgehen kann weiter kombiniert werden mit dem inkrementellen Anbringen von Korrekturschritten. Bei dem inkrementellen Anbringen von Korrekturschritten werden nicht alle Messungen \underline{z}_k in einem Korrekturschritt, sondern wenn diese untereinander nicht korreliert sind, einzeln oder in Gruppen nacheinander verwendet. Beispiele können z.B. Odometrie und GNSS-Messungen in Fahrzeugen sein, oder einzelne GNSS-Messungen bei der engen Kopplung. Dazu werden die Schritte zur Berechnung der KALMAN-Verstärkung nach Gleichung (5.6), der Korrektur nach Gleichung (5.5) und der Fortschreibung der Zustandskovarianzmatrix nach Gleichung (5.8) in der Reihenfolge aus Abbildung 5.5 mehrfach durchgeführt. Sind die idealen Annahmen des KALMAN-Filters bezüglich der stochastischen Eigenschaften, deren Modellierung und der Unabhängigkeit der Messungen untereinander erfüllt, so entspricht das Ergebnis dem einer Korrektur in einem Schritt [129]. Andernfalls ist eine Abhängigkeit der Reihenfolge der Korrekturen zu beobachten. Das inkrementelle Anbringen von Korrekturschritten kann ebenfalls zur Modularisierung und Optimierung des Filters verwendet werden⁵.

⁵Unter anderem wird die Rechenlast durch die verminderte Dimension der Inversen zur Berechnung der KALMAN-Verstärkung gesenkt.

5.2.3. Kopplungstiefe

Neben der Unterscheidung zwischen Voll- und Fehlerzustandsfilter wird die Tiefe der Kopplung unterschieden. Unter Kopplungstiefe wird in diesem Fall verstanden, wie eng die Verarbeitung der Stützgrößen mit dem Filter verbunden ist. Es wird üblicherweise zwischen loser Kopplung (engl. Loose Coupling), enger Kopplung (engl. Tight Coupling) und tiefer Kopplung (engl. Deep Coupling) unterschieden. Diese Unterscheidung wird üblicherweise im Zusammenhang mit der Kopplung von inertialen Messdaten mit GNSS-Stützung verwendet.

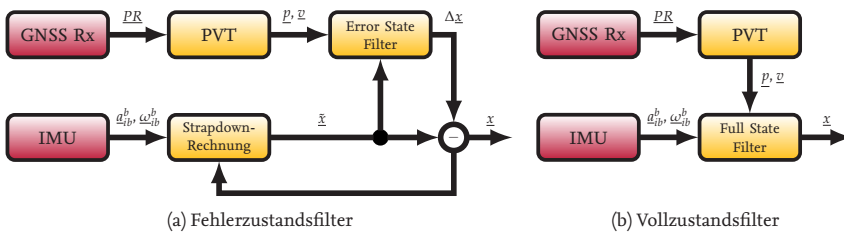


Abbildung 5.9.: Lose Kopplung

Die lose Kopplung ist in Abbildung 5.9 für den Fehlerzustandsfilter und den Vollzustandsfilter dargestellt. Das entscheidende Merkmal ist, dass nicht direkt mit den Messungen des Sensors gestützt wird, im Fall des GNSS also der Codemessung, der Phasenmessung und der Messung der Dopplerverschiebung, sondern mit den berechneten Positions- und Geschwindigkeitsinformationen (PVT) zur Stützung verwendet werden. Die Berechnung der PVT-Lösung kann entweder im GNSS-Empfänger oder durch eigene Algorithmen erfolgen. Speziell bei der Verwendung einer PVT-Lösung aus einer externen Quelle sind einige Punkte zu beachten.

Die verwendete Lösung sollte soweit möglich nicht in einem eigenen Filter berechnet sein, der seinerseits Annahmen über die Dynamik des Vehikels verwendet. Die in diesem Fall typischerweise verwendeten Positions-Geschwindigkeits-Beschleunigungsmodelle (PVA) erzeugen Schleppfehler, die sich in den Koppelfilter fortsetzen und nicht der Annahme von mittelwertfreiem Rauschen entsprechen. Diese Form der Kaskadierung von Filtern ist generell zu vermeiden, da sie ohne genaue Kenntnis der einzelnen Filter zu unerwünschten Nebeneffekten führen kann.

Ein weiterer Punkt betrifft die Verfügbarkeit der vollständigen Kovarianzmatrix der Positionslösung. Da die Fehler in den verschiedenen Raumrichtungen der Positionslösung nicht unabhängig voneinander sind, sind die Nebendiagonalelemente, die die Kreuzkorrelation der Zustände beschreiben, nicht gleich Null. Diese Information wird durch die Gleichung (5.6) berücksichtigt, und der Einfluss auf das Ergebnis der Fehlerschätzung sollte deshalb nicht vernachlässigt werden.

Ein weiterer Vorteil, insbesondere bei der selbstständigen Verarbeitung der GNSS-Messungen, ist die genauere Kenntnis über das vorliegende Ergebnis. GNSS-Empfänger werden in der Regel nicht speziell für den Einsatz in gekoppelten Systemen entwickelt, und das Verhalten kann nur im geringen Umfang beeinflusst werden. Während es für viele Anwendungen wünschenswert ist, auch unter ungünstigen Bedingungen eine ungefähre Positionsangabe unter Verwendung gestörter Signale zu erhalten, ist dieses Vorgehen für gekoppelte Systeme speziell in sicherheitskritischen An-

wendungen nicht geeignet. Ähnliches gilt für die Modellierung der Messunsicherheiten und der daraus berechneten Kovarianzmatrix der PVT-Lösung.

Ein Vorteil der losen Kopplung ist, dass unabhängig von dem Korrekturschritt im Kopplungsfilter vorgelagerte Schritte zur Überprüfung des Ergebnisses wie z.B. RAIM bei GNSS unternommen werden können, um fehlerhafte Messungen aus dem Ergebnis zu entfernen, ohne den Filter negativ zu beeinflussen. Weiter kann die algorithmische Komplexität zwischen spezialisierter Berechnung der Stützgröße und Kopplungsfilter aufgeteilt werden und so die Messdatenverarbeitung und Messdateninterpretation modularisiert und vereinfacht werden.

Nachteilig wirkt sich aus, dass z.B. für die Berechnung einer GNSS-PVT-Lösung mindestens vier Satelliten⁶ erforderlich sind und bei Vorhandensein von weniger als den benötigten Messungen keine Stützung erfolgen kann. Bei der Verwendung einer höheren Kopplungstiefe kann gegebenenfalls eine Stützung mit weniger Messungen erfolgen.

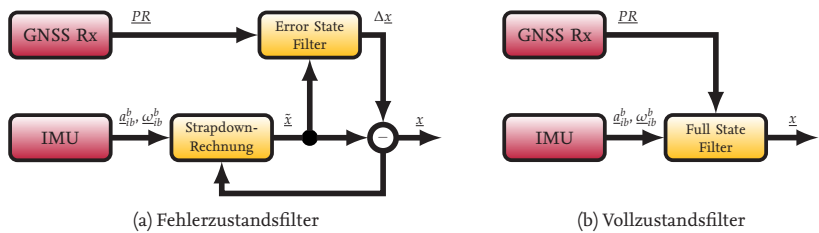


Abbildung 5.10.: Enge Kopplung

Die nächst höhere Kopplungstiefe ist die enge Kopplung, die in Abbildung 5.10 abermals für GNSS in einem Fehlerzustandsfilter und einem Vollzustandsfilter dargestellt ist. Im Gegensatz zur losen Kopplung werden bei der engen Kopplung die Sensordaten der Stützensensorik direkt verarbeitet. Die Verknüpfung der Messdaten wie die Codemessung, die Phasemessung und die Messung der Dopplerverschiebung für GNSS mit den Zuständen geschieht durch die lineare Messmatrix \underline{H}_k . Für nichtlineare Messgleichungen ist es deshalb wichtig, dass die Linearisierung der Messmatrix \underline{H}_k an einem Arbeitspunkt nahe dem wahren Zustand erfolgt. Ist dies für die Fehler der Zustände nicht der Fall, muss eine andere Formulierung des Filterproblems z.B. durch eine nichtlineare Messgleichung $h_k(\underline{x}_k)$ erfolgen.

Durch die enge Kopplung wird es möglich, auch mit für sich alleine unvollständigen Messinformationen eine Stützung des Filters durchzuführen. Im Fall von GNSS kann z.B. eine Stützung mit weniger als vier Satelliten realisiert werden, auch wenn dabei, wie in Kapitel 5.3.3 beschrieben, einige Randbedingungen beachtet werden müssen. Dies kann ein Vorteil in Situationen mit schlechter Satellitensichtbarkeit darstellen. In Situationen mit guter Satellitensichtbarkeit ist die Leistung von loser und enger Kopplung üblicherweise vergleichbar. Ein weiterer Vorteil der engen Kopplung entsteht, wenn diese, wie in Kapitel 5.2.4 angerissen, zusammen mit Filterbanken zur Detektion von Fehlern der Stützgrößen eingesetzt wird.

⁶Pro zusätzlichen GNSS wird i.d.R. ein weiterer Satellit benötigt, so dass drei plus die Anzahl der GNSS-Satelliten erforderlich sind.

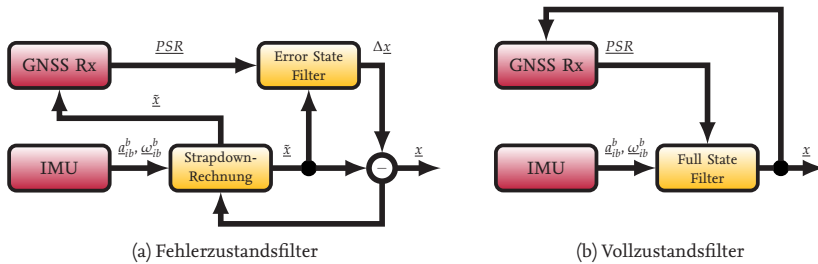


Abbildung 5.11.: Tiefe Kopplung

Die höchste Stufe der Kopplung ist die tiefe Kopplung nach Abbildung 5.11, die die Rückführung des Zustandsvektors in die Stützensensorik vorsieht. Der Zustandsvektor kann in der Stützensensorik verwendet werden, um die Erfassung der Messdaten zu unterstützen. Beispiele hierfür sind die Vorsteuerung der „Tracking Loops“ eines GNSS-Empfängers oder die Ausrichtung von Umfeldsensoren auf markante Punkte. Diese Form der Kopplung verspricht eine verbesserte Leistung der Stützensensorik und dadurch eine verbesserte Genauigkeit und Robustheit des Systems gegen Störungen. Durch die Rückführung des Zustandsvektors in die Stützensensorik entsteht jedoch ein zusätzlicher Regelkreis, dessen stabiles Verhalten bei größeren Abweichungen des Zustandsvektors vom wahren Zustand untersucht werden muss.

5.2.4. Filterbänke

Für sicherheitskritische integrierte Navigationssysteme sind die zuverlässige Detektion und der Ausschluss von fehlerhaften Messungen notwendig. Eine klassische Möglichkeit, dies im Zusammenspiel mit einem inertialen Navigationssystem zu erreichen, ist die Anwendung von Filterbänken. Das Grundprinzip ist dem RAIM-Verfahren aus Kapitel 3.4.5 ähnlich und lässt sich in die zwei Schritte Fehlerdetektion und Fehlerausschluss unterteilen.

Der Vorteil eines gekoppelten INS/GNSS-Systems zur Fehlerdetektion beruht darauf, dass mit den Informationen des INS weitere zuverlässige Messungen zur Detektion etwaiger Fehler vorliegen. Der Nachteil besteht darin, dass durch das kontinuierliche Filterverfahren bei der Detektion bereits fehlerhafte Informationen verarbeitet worden sein können und damit der Filter bereits beschädigt sein kann.

Die beiden in diesem Kapitel vorgestellten Verfahren „Autonomous Integrity Monitoring by Extrapolation“ (AIME) und „Multiple Solution Separation“ (MSS) wurden zur Kopplung von GNSS und INS in der Luftfahrt entwickelt. Das Ziel beider Algorithmen ist es, einzelne Fehler der Satelliten mit hoher Wahrscheinlichkeit zu detektieren und auszuschließen. Gemein ist beiden Verfahren, dass sie mit einem Haupt- oder Masterfilter arbeiten, der alle vorliegenden n Stützinformationen verarbeitet, und einer Anzahl von n Unter- oder Subfiltern, die jeweils eine der Stützinformationen des Masterfilters auslassen. Diese Verwendung eines Masterfilters und n oder mehr Subfiltern wird als Filterbank bezeichnet.

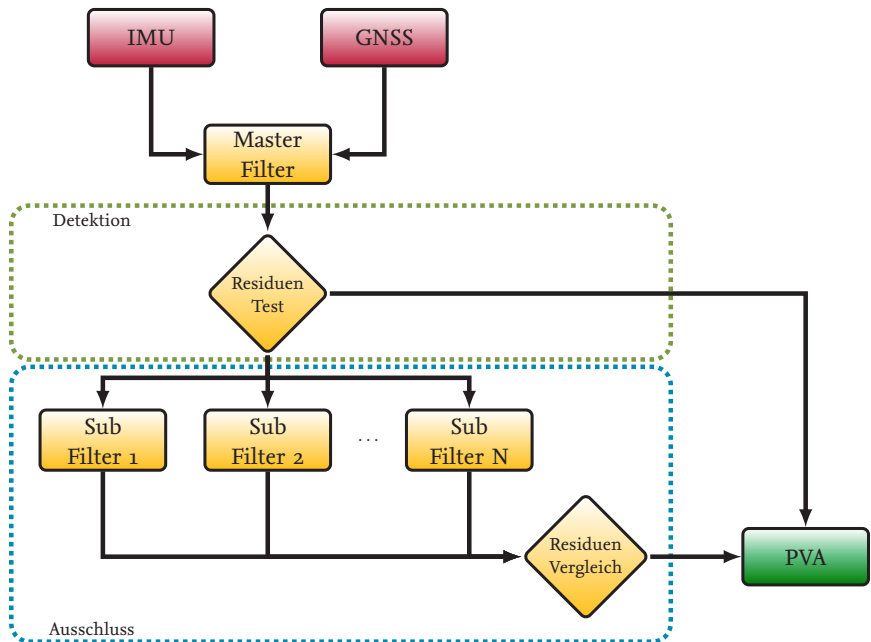


Abbildung 5.12.: Ablaufdiagramm Autonomous Integrity Monitoring by Extrapolation (AIME)

AIME ist ein Algorithmus, der bei Northrop Grumman entwickelt und patentiert wurde [130–132]. Bei der in Abbildung 5.12 als vereinfachtes Ablaufdiagramm dargestellten AIME-Methode erfolgt die Detektion und der Ausschluss des Fehlers durch Residuenmonitore. Zu diesem Zweck werden bei AIME die Residuen über mehrere Epochen aus den gemessenen und berechneten Schrägentfernungen berechnet und eine Teststatistik über diese Epochen gebildet und gegen einen Schwellwert getestet. Ist kein Fehler vorhanden, kann die Lösung des Master-Filters verwendet werden. Wird ein Fehler detektiert, muss festgestellt werden, welche Schrägentfernung den Fehler enthält. Dies erfolgt wieder über die Bildung von Teststatistiken aus den Residuen für alle Subfilter. Es wird angenommen, dass der Filter mit der geringsten Teststatistik keinen Fehler enthält und der entsprechende Satellit von der Verarbeitung ausgeschlossen wird. Der intakte Subfilter wird verwendet, um den Masterfilter und alle Subfilter zu reinitialisieren.

MSS wie hier beschrieben ist ein Algorithmus, der bei Honeywell entwickelt und patentiert wurde [133, 134]. Die MSS-Methode, die in Abbildung 5.13 vereinfacht dargestellt ist, arbeitet ebenfalls mit einem Hauptfilter und Subfiltern. Zur Detektion wird aus den horizontalen und ggf. vertikalen Positionsfehlern des Hauptfilters und der Subfilter eine Teststatistik berechnet. Überschreitet diese Teststatistik einen zugehörigen Schwellwert, wird ein Fehler angenommen. Soll der Fehler ausgeschlossen werden, müssen zu jedem Subfilter weitere Subfilter gebildet werden, die jeweils eine weitere GNSS-Schrägentfernung ausschließen. Bei n Messungen ergeben sich damit insge-

samt $n \cdot (n - 1)$ Subfilter. Ebenso wie für die Detektion werden für den Ausschluss des Fehlers zwischen dem Subfilter und dessen Subfiltern Teststatistiken der Positionsfehler und Schwellwerte berechnet. Der Subfilter, der keinen der Schwellwerte überschreitet, enthält keine fehlerhafte Schrägfernung. Dieser Subfilter kann wiederum zur Initialisierung von Hauptfilter und Subfiltern verwendet werden.

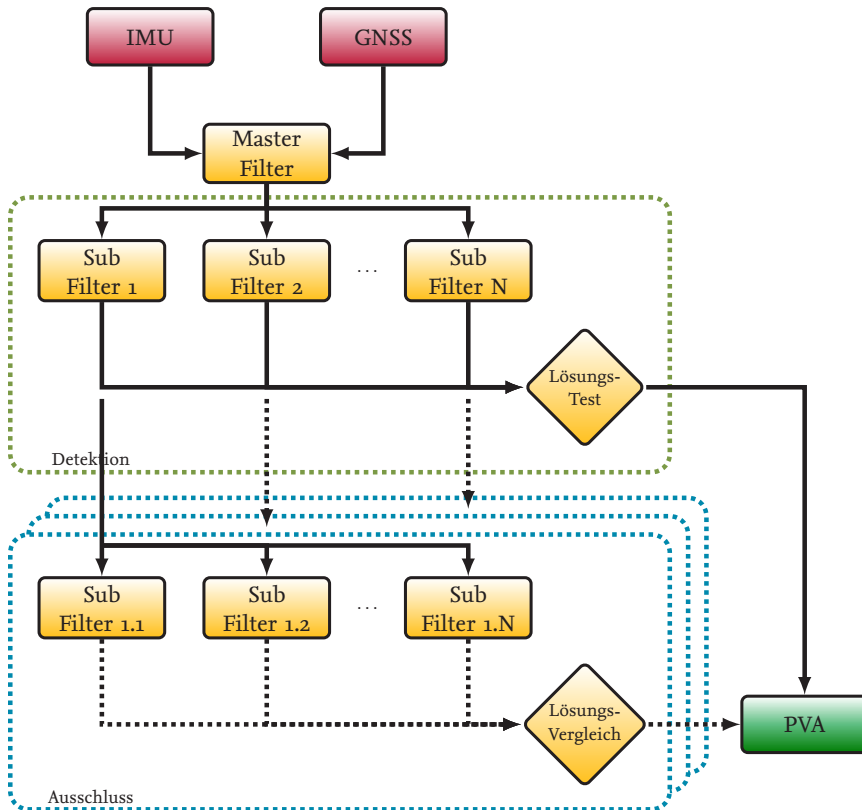


Abbildung 5.13.: Ablaufdiagramm Multiple Solution Separation (MSS)

Es ist ersichtlich, dass bei den beiden vereinfacht beschriebenen Verfahren, ebenso wie bei weiteren Filterbank-Ansätzen, ein erheblicher algorithmischer Aufwand nötig ist, um Einzelfehler zu detektieren. Theoretisch lassen sich beide Verfahren auf Mehrfachfehler erweitern, jedoch steigt der Aufwand damit jeweils um ein vielfaches an. Weiter sind beide Verfahren für die Detektion seltener Fehler des Satellitensignals entwickelt und nicht für sich schnell ändernde Fehler, die aus der Umgebung resultieren. Das macht diese Verfahren eher ungeeignet für den urbanen Einsatz.

5.3. Stützgrößen

Zur Bestimmung der Fehler der Inertialsensoren und der Fehler des berechneten Bewegungszustands werden die Messungen weiterer geeigneter Sensoren verwendet. Da mit den Messungen die inertiale Positionsrechnung gestützt wird, werden diese auch als Stützgrößen bezeichnet.

Das Update erfolgt im Falle eines KALMAN-Filters durch Gleichung (5.5). Für diese Berechnung sind die Messungen bzw. der Messvektor \underline{z}_k , die Messmatrix \underline{H}_k und für die Berechnung der KALMAN-Verstärkung die Messkovarianzmatrix \underline{R}_k notwendig. In den folgenden Abschnitten werden diese drei Terme für verschiedene ausgewählte Stützgrößen, anhand des Fehlerzustandsvektors nach Gleichung (5.13) mit, wenn nicht explizit anders angegeben, 15 Zuständen, diskutiert.

Wie bereits in Kapitel 5.1 beschrieben, liegen nicht für jeden Zeitpunkt alle Stützgrößen bzw. mehrere verschiedene Stützgrößen vor. Entsprechend können die Messvektoren und Matrizen der verschiedenen Stützgrößen kombiniert oder iterativ angewendet werden. Bei schlecht modellierbaren bzw. modellierten Stützgrößen sollte zusätzlich geprüft werden, ob die entsprechende Stützgröße zum jeweiligen Zeitpunkt verwendet wird. Beispielsweise werden üblicherweise Luftdaten (Kapitel 5.3.5) oder Messungen von Magnetometern (Kapitel 5.3.7) nicht in allen Situationen angewendet, wenn z.B. die Höhe durch GNSS gestützt werden kann, oder der Gierwinkel durch die Bewegung beobachtbar ist.

5.3.1. Stützung mit Positionen

Die Stützung mit Positionen, z.B. durch GNSS, ist die grundlegendste Form der Stützung, da mit ihr bei entsprechender Bewegung alle Zustände beobachtet werden können. Kritisch ist in der Regel lediglich die Beobachtung des Gierwinkels bei geringer Dynamik der Bewegung. Die Positionsstützung ist insofern universell, als dass verschiedene Quellen der Position möglich sind und lediglich der Einfluss durch das Koordinatensystem und die Kovarianzmatrix berücksichtigt werden müssen.

Da der Zustandsvektor \underline{p} in WGS84-Koordinaten vorliegt, muss auch die Stützgröße \underline{p}_{Aid} in dieses Koordinatensystem überführt werden. Liegt der Bezugspunkt der Stützgröße \underline{p}_{Aid} nicht im Bezugspunkt der IMU, so muss dieser entsprechend transformiert werden. Für diesen Schritt ist der Vektor \underline{l}_b zwischen der IMU und dem Bezugspunkt der Stützgröße wie z.B. der GNSS-Antenne erforderlich. Der Vektor \underline{l}_b wird als Hebelarm (engl. Lever Arm) bezeichnet und üblicherweise von der IMU zum Bezugspunkt der Stützgröße in körperfesten Koordinaten gemessen⁷.

$$\underline{p}'_{Aid} = \underline{p}_{Aid} - \underline{D}_n^w \cdot \underline{C}_b^n \cdot \underline{l}_b \quad (5.18)$$

Zur Berechnung der korrigierten Position \underline{p}'_{Aid} durch Gleichung (5.18) wird der Hebelarm \underline{l}_b mit der Rotationsmatrix \underline{C}_b^n vom körperfesten Koordinatensystem in das Navigationskoordinatensystem gedreht, durch die Transformationsmatrix \underline{D}_n^w in die Einheiten des Zustandsvektors⁸ überführt und anschließend von der Stützgröße \underline{p}_{Aid} subtrahiert.

⁷Häufig wird auch das Koordinatensystem der IMU verwendet. Sind die Messungen, wie in Kapitel 4.3.3 beschrieben, durch die Einbaufehler-Korrektur aufbereitet, sind beide Koordinatensystem identisch ausgerichtet.

⁸Die Position im Zustandsvektor hat die Einheiten Radiant für Längen- und Breitengrad und Meter für die Höhe.

Mit der korrigierten Position \underline{p}'_{Aid} kann der Messvektor \underline{z}_k , der den Positionsfehler zwischen der inertialen Position \underline{p}_{INS} und der gemessenen Position \underline{p}'_{Aid} enthält, mit Gleichung (5.19) berechnet werden.

$$\underline{z}_k = \underline{p}_{INS} - \underline{p}'_{Aid} \quad (5.19)$$

$$\underline{H}_k = \begin{bmatrix} \underline{I}_{3 \times 3} & \underline{0}_{3 \times 12} \end{bmatrix} \quad (5.20)$$

Die triviale Messmatrix \underline{H}_k stellt den Zusammenhang zwischen gemessenem Positionsfehler und dem Positionsfehler des Zustandsvektors her und ergibt sich nach Gleichung (5.20).

Meist wird die Messkovarianzmatrix der Stützgröße nicht in den Einheiten der Position im Zustandsvektor angegeben, sondern besser interpretierbar in der Einheit Meter und in Navigationskoordinaten (siehe Kapitel 3.5.1). Für die Berechnung der Korrektur muss diese deshalb in die Einheiten der Position des Zustandsvektors transformiert werden. In dem vorliegenden Fall erfolgt dies durch Gleichung (5.21)⁹.

$$\underline{R}_{k,w} = \underline{D}_n^w \cdot \underline{R}_{k,n} \cdot \underline{D}_n^{w,T} \quad (5.21)$$

Liegt keine vollständige Kovarianzmatrix der Stützgröße vor, so muss diese anhand der verfügbaren Informationen z.B. der Standardabweichungen rekonstruiert werden. Besteht die Möglichkeit der Nutzung einer vollständigen Kovarianzmatrix, so sollte diese genutzt werden, da andernfalls wertvolle Informationen über die Korrelation von Fehlern innerhalb der Stützgröße verloren gehen.

5.3.2. Stützung mit Geschwindigkeiten

Die Stützung mit Geschwindigkeiten, z.B. ermittelt aus GNSS-Dopplermessungen, erfolgt ähnlich zur Positionsstützung. Die Geschwindigkeitsmessung kann zwar die Drift des INS nicht vollständig kompensieren, ist jedoch eine wertvolle Stützgröße besonders zur Beobachtung der Fehler der Beschleunigungsmesser. Ebenso wie bei der Positionsstützung muss der Einfluss des Hebelarm \underline{l}_b und der Drehrate $\underline{\omega}_{ib}^b$ auf die Geschwindigkeit \underline{v}_{Aid} kompensiert werden.

$$\underline{v}'_{Aid} = \underline{v}_{Aid} - \underline{C}_b^n \cdot \left(\underline{\omega}_{ib}^b \times \underline{l}_b \right) \quad (5.22)$$

Die korrigierte Geschwindigkeit \underline{v}'_{Aid} wird durch Gleichung (5.22) bestimmt. Der relative Geschwindigkeitsunterschied ergibt sich in körperfesten Koordinaten aus dem Kreuzprodukt von Drehrate $\underline{\omega}_{ib}^b$ und Hebelarm \underline{l}_b , der transformiert in das Navigationskoordinatensystem von der gemessenen Geschwindigkeit \underline{v}_{Aid} subtrahiert wird.

⁹Der Einfluss der Lagewinkel und des Hebelarms auf die Messkovarianzmatrix $\underline{R}_{k,w}$ ist in der Regel gering und kann vernachlässigt werden.

Mit der korrigierten Geschwindigkeit \underline{v}'_{Aid} kann der Messvektor \underline{z}_k des Geschwindigkeitsfehlers zwischen der inertialen Geschwindigkeit \underline{v}_{INS} und gemessenen Geschwindigkeit \underline{v}'_{Aid} durch Gleichung (5.23) berechnet werden.

$$\underline{z}_k = \underline{v}_{INS} - \underline{v}'_{Aid} \quad (5.23)$$

$$\underline{\underline{H}}_k = \begin{bmatrix} \underline{0}_{3 \times 3} & \underline{I}_{3 \times 3} & \underline{0}_{3 \times 9} \end{bmatrix} \quad (5.24)$$

Die triviale Messmatrix $\underline{\underline{H}}_k$ ergibt sich durch Gleichung (5.24). Da die Kovarianzmatrix der Geschwindigkeitsmessung üblicherweise bereits in Navigationskoordinaten und der Einheit $\frac{m}{s}$ angegeben wird, kann diese normalerweise direkt als Messkovarianzmatrix $\underline{\underline{R}}_k$ verwendet werden.

5.3.3. Stützung mit GNSS-Messungen

Bei der Verwendung von GNSS zur Stützung besteht neben der Stützung mit Position und Geschwindigkeit ebenfalls die Möglichkeit, die GNSS-Messungen direkt zu verwenden. Dieses Vorgehen führt zu einem komplexeren Update und bietet nicht die Möglichkeit des iterativen Lösens des Gleichungssystems, wie in Kapitel 3.4 beschrieben. Es erfordert mindestens einen weiteren Parameter für den GNSS-Empfängeruhrenfehler im Zustandsvektor, hat aber den Vorteil, dass die Stützung auch mit weniger Messungen durchgeführt werden kann, als für die Berechnung einer eigenständigen GNSS-Position erforderlich sind. Diese Eigenschaft ist immer dann von Vorteil, wenn die Navigationsaufgabe in Situationen mit schlechten GNSS-Empfangsbedingungen, wie in urbanen Szenarien, stattfindet. Mit dem Aufkommen von mehreren verfügbaren GNSS-Konstellationen wird dieser Vorteil für einige Anwendungen teilweise wieder aufgehoben, da mehr GNSS-Satelliten auch unter schwierigen Bedingungen empfangen werden können¹⁰. Ein weiterer Vorteil bei der Stützung mit GNSS-Messungen ist, dass Fehler einzelner Messungen mit Hilfe der Messungen der IMU und weiterer Stützgrößen besser beobachtet werden können als mit GNSS-Messungen alleine (siehe auch Kapitel 5.2.4).

Stützung mit GNSS-Codemessungen

Bei der Stützung mit GNSS-Codemessungen kann auf Gleichung (3.85) aufgebaut werden, die die Abweichung der gemessenen Position von dem Linearisierungspunkt berechnet. Der Linearisierungspunkt ist in diesem Fall die Position des INS \underline{p}_{INS} . Da auch in hier der Hebelarm zwischen Antenne und IMU berücksichtigt werden muss, wird in diesem Fall die Position der INS durch Gleichung (5.25) in die Antenne transformiert.

$$\underline{p}'_{INS} = \underline{p}_{INS} + \underline{\underline{D}}^w_n \cdot \underline{\underline{C}}^n_b \cdot \underline{l}_b \quad (5.25)$$

Mit Hilfe der Position \underline{p}'_{INS} wird die geometrische Entfernung \underline{PR}^k_{INS} zwischen dem Linearisie-

¹⁰In diesen Situationen wird trotzdem kein guter DOP erreicht. Dies ist jedoch auch für die Stützung mit wenigen GNSS-Messungen der Fall.

rungspunkt und dem Satelliten k berechnet. Der Messvektor \underline{z}_k ergibt sich damit analog zu Gleichung (3.85) als die Differenz zwischen gemessener Entfernung $PR_{i,corr}^k$ und geometrischer Entfernung PR_{INS}^k durch Gleichung (5.26).

$$\underline{z}_k = \underline{PR}_{i,corr}^k - \underline{PR}_{INS}^k \quad (5.26)$$

$$\underline{H}_k = \begin{bmatrix} \underline{G}_{kx3} & \underline{0}_{kx12} & \underline{1}_{kx1} \end{bmatrix} \quad (5.27)$$

mit

$$\underline{G}_{kx3} = \begin{bmatrix} e'_{i,x}{}^1 & e'_{i,y}{}^1 & e'_{i,z}{}^1 \\ e'_{i,x}{}^2 & e'_{i,y}{}^2 & e'_{i,z}{}^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ e'_{i,x}{}^n & e'_{i,y}{}^n & e'_{i,z}{}^n \end{bmatrix} \quad (5.28)$$

Die Messmatrix \underline{H}_k ergibt sich in diesem Fall durch Gleichung (5.27) und der Geometriematrix \underline{G}_{kx3} , die entsprechend Gleichung (5.28) analog zu der Systemmatrix \underline{H} aus Gleichung (3.85) aufgestellt wird. Da die Stützung der Position im Zustandsvektor in WGS84-Koordinaten erfolgt, muss lediglich der Einheitsvektor entsprechend Gleichung (5.29) angepasst werden.

$$\underline{e}_i^k = \underline{C}_e^n \cdot \underline{e}_i^k \cdot \underline{D}_w^n \quad (5.29)$$

Der GNSS-Empfängeruhrenfehler wird dem Zustandsvektor als zusätzliche unabhängige Variable hinzugefügt. Darüber hinaus besteht die Möglichkeit, weitere Zustände zur Modellierung der Uhr wie die Uhrendrift aufzunehmen. Die Uhrendrift kann, wie im folgenden Abschnitt beschrieben, durch die Stützung mit GNSS-Dopplermessungen beobachtet werden. Die Verwendung der Uhrendrift hat den Vorteil, dass diese im Gegensatz zum Uhrenfehler auch mit wenigen Messungen noch gut beobachtbar ist¹¹. Da Empfängeruhren häufig eine starke Beschleunigungsabhängigkeit aufweisen, kann in diesen Situationen das Verhalten der Empfängeruhr über die Uhrendrift beobachtet und präzisiert werden [135].

Werden mehrere GNSS verwendet, müssen wie in Kapitel 3.4.1 beschrieben die ISB-Parameter in den Zustandsvektor aufgenommen werden. Da durch den Filter die ISB-Parameter kontinuierlich geschätzt werden, hat die Schätzung dieser Parameter gegenüber verschiedenen Uhrenfehlern den Vorteil, dass diese als Konstanten mit geringer Modellunsicherheit präzisiert werden können. Dies erhöht den Grad der Beobachtbarkeit in Situationen mit wenigen Satelliten, da die Modellunsicherheit dieser Parameter gering ist, oder diese über einen kurzen Zeitraum als konstant angenommen werden können.

Die benötigte Messkovarianzmatrix \underline{R}_k für die Stützung ergibt sich analog zu Kapitel 3.4.1.

¹¹Der Uhrenfehler wird in urbanen Szenarien mit wenigen empfangenen Satelliten häufig negativ durch Mehrwegeausbreitung beeinflusst. Die Dopplermessung ist hierdurch nur im geringen Maße betroffen.

Stützung mit GNSS-Dopplermessungen

Zur Stützung mit GNSS-Dopplermessungen kann analog zur Stützung mit Codemessungen auf Gleichung (3.97) zur GNSS-Geschwindigkeitsberechnung aufgebaut werden. Da Gleichung (3.97) die Geschwindigkeit und nicht den Geschwindigkeitsfehler ermittelt, muss die Komponente der inertialen Geschwindigkeit in Richtung des Satelliten in Gleichung (5.31) zusätzlich subtrahiert werden. Wie bei der Stützung mit Codemessungen wird bei der Stützung mit GNSS-Dopplermessungen die Korrektur des Hebelarms entsprechend Gleichung (5.30) anhand der inertialen Geschwindigkeit vorgenommen.

$$\underline{v}'_{INS} = \underline{v}_{INS} + \underline{C}_b^n \cdot \left(\underline{\omega}_{ib}^b \times \underline{I}_b \right) \quad (5.30)$$

$$\underline{z}_k = \begin{bmatrix} f_i^1 \cdot \lambda - (\underline{v}^1 \cdot \underline{e}_i^1 - \underline{v}'_{INS} \cdot \underline{e}_i^1) + c \cdot \Delta T^1 \\ f_i^2 \cdot \lambda - (\underline{v}^2 \cdot \underline{e}_i^2 - \underline{v}'_{INS} \cdot \underline{e}_i^2) + c \cdot \Delta T^2 \\ \vdots \\ f_i^n \cdot \lambda - (\underline{v}^n \cdot \underline{e}_i^n - \underline{v}'_{INS} \cdot \underline{e}_i^n) + c \cdot \Delta T^n \end{bmatrix} \quad (5.31)$$

$$\underline{H}_k = \begin{bmatrix} \underline{0}_{k \times 3} & \underline{G}_{k \times 3} & \underline{0}_{k \times 9} & \underline{0}_{k \times 1} & \underline{1}_{k \times 1} \end{bmatrix} \quad (5.32)$$

mit

$$\underline{G}_{k \times 3} = \begin{bmatrix} \underline{e}_{i,x}^1 & \underline{e}_{i,y}^1 & \underline{e}_{i,z}^1 \\ \underline{e}_{i,x}^2 & \underline{e}_{i,y}^2 & \underline{e}_{i,z}^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \underline{e}_{i,x}^n & \underline{e}_{i,y}^n & \underline{e}_{i,z}^n \end{bmatrix} \quad (5.33)$$

Die Messmatrix \underline{H}_k ergibt sich analog zu Gleichung (3.97) mit dem Unterschied, dass die Einheitsvektoren \underline{e}_i^k im Navigationskoordinatensystem benötigt werden und zu diesem Zweck mit Gleichung (5.34) in dieses transformiert werden.

$$\underline{e}_i^k = \underline{C}_e^n \cdot \underline{e}_i^k \quad (5.34)$$

Aus der Messmatrix in Gleichung (5.32) ist zu entnehmen, dass ein weiterer Parameter für die Uhrendrift dem Zustandsvektor hinzugefügt wurde. Die Uhrendrift kann im Prädiktionsschritt verwendet werden, um die Vorhersage des Uhrenfehlers z.B. mit dem einfachen Systemmodell aus Gleichung (5.35) zu verbessern [135].

$$\underline{\Phi}_{k, clock} = \begin{bmatrix} 1 & dt \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.35)$$

Stützung mit GNSS-Phasenmessungen

Die Phasenmessung kann auf unterschiedlichem Wege zur Stützung verwendet werden. Durch die hohe Präzision der Phasenmessungen eignet sich diese besonders gut zur Schätzung der Sensorfehler.

Hauptsächlich für Referenzsysteme und räumlich begrenzte Anwendungsszenarien bietet sich die Stützung mit Phasenmessungen und den, wie in Kapitel 3.4.4 beschrieben, bestimmten Mehrdeutigkeiten an. Wie bei der Stützung mit Codemessungen können die Gleichungen für die Positionierung mit Doppeldifferenzen unter Berücksichtigung der Koordinatensysteme direkt für die Stützung verwendet werden. Bei einer tieferen Integration beider Systeme kann der Zustandsvektor zur Unterstützung der Mehrdeutigkeitssuche verwendet werden.

Neben diesem Vorgehen besteht die Möglichkeit, zeitliche Differenzen der Phasenmessungen zu bilden. Dabei eliminieren sich alle Terme, die als zeitlich und räumlich konstant über das betrachtete Intervall angesehen werden können. Für moderate Intervalllängen entfallen dabei die Fehler der Ionosphäre $d_{iono,i}^k$, der Troposphäre $d_{Tropo,i}^k$, des Satellitenuhrenfehlers ΔT^k , sowie die Mehrdeutigkeiten N_i^k . Lediglich die Differenz der Empfängeruhrenfehler, also die Drift der Empfängeruhren im betrachteten Intervall, verbleibt in Gleichung (5.36).

$$\begin{aligned}\Delta\Phi_{i,\Delta t}^k &= \Phi_{i,t_a}^k - \Phi_{i,t_b}^l \\ &= \rho_{t_a}^k - \rho_{t_b}^k + c \cdot (\Delta t_{i,t_a} - \Delta t_{i,t_b}) + \Delta\epsilon_{t_a,t_b}^k\end{aligned}\quad (5.36)$$

Vor allem der Wegfall der Mehrdeutigkeiten N_i^k in Gleichung (5.36) macht die zeitliche Differenz der Phasenmessungen sehr attraktiv, da damit die schwer quantifizierbare Genauigkeit der Phasenmessung entfällt. Die resultierende Größe $\Delta\Phi_{i,\Delta t}^k$ lässt allerdings keinen Rückschluss auf die absolute Position zu. Sie ist ein Maß für die Änderungen des Abstands zum Satellit zwischen den Zeitpunkten t_a und t_b und lässt die Berechnung des Vektors zwischen den Positionen zu diesen Zeitpunkten zu¹². Eine genauere Diskussion der Eigenschaften der zeitlichen Differenzen von Phasenmessungen kann z.B. [136] entnommen werden.

Der berechnete Vektor Δp_Φ kann für die Stützung des integrierten Systems verwendet werden, indem anhand der Position p'_{INS,t_a} zum Zeitpunkt t_a die aktuelle Position ermittelt wird bzw. die Änderung des Zustandsvektors mit der gemessenen Änderung verglichen wird.

$$z_k = p'_{INS,k} - \left(p'_{INS,t_a} + \Delta p_\Phi \right) = \left(p'_{INS,k} - p'_{INS,t_a} \right) - \Delta p_\Phi \quad (5.37)$$

Die Systemmatrix ist bei diesem Vorgehen die der Stützung mit Positionen aus Gleichung (5.20). Die Messkovarianzmatrix ergibt sich aus der Messkovarianzmatrix \underline{R}_{INS,t_a} der Position aus dem Zustandsvektor zum Zeitpunkt t_a und der Messkovarianzmatrix $\underline{R}_{\Delta\Phi}$ des berechneten Vektors Δp_Φ .

$$\underline{R}_k = \underline{R}_{INS,t_a} + \underline{R}_{\Delta\Phi} \quad (5.38)$$

¹²Voraussetzung hierfür ist die ununterbrochene und fehlerfreie Beobachtung der Phase Φ_i^k .

Es ist zu erkennen, dass bei dieser Art der Stützung die Messung zu keiner absoluten Verbesserung der Positionsgenauigkeit nach dem Zeitpunkt t_n führen kann. Jedoch ist es möglich, die Drift ab diesem Zeitpunkt auf die Präzision des bestimmten Vektors $\Delta \underline{p}_\Phi$ zu reduzieren.

Neben der Verwendung des berechneten Vektors $\Delta \underline{p}_\Phi$ ist auch in diesem Fall die direkte Nutzung der Phasenmessungen zur engen Kopplung möglich [137]. Da die Messungen der Phase in urbanen Räumen, die den Empfang auf wenige Satelliten einschränken, jedoch generell stark gestört ist, bietet die enge Kopplung in diesem Fall nur geringe Vorteile.

5.3.4. Stützung mit „Zero Velocity Update“

Eine sehr effektive Stützung ist das „Zero Velocity Update“ kurz ZUPT. Beim ZUPT wird eine Stillstandserkennung durchgeführt, und sobald sichergestellt werden kann, dass sich das Vehikel nicht bewegt, wird dieses Wissen für ein vehikelspezifisches Update verwendet. Je nach Vehikel können folgende Annahmen getroffen werden:

- Die Position bleibt unverändert
- Die Geschwindigkeit ist Null
- Die Lage bleibt konstant oder kann an dem Lot ausgerichtet werden
- Der Gierwinkel bleibt konstant

Steht das Vehikel still, kann angenommen werden, dass die Position unverändert bleibt und die Geschwindigkeit Null ist. Zur Stützung mit der Position wird die Position zum Zeitpunkt t_{stop} der Stillstandserkennung zusammen mit seiner Kovarianzmatrix gespeichert. Für das Update des Positionsfehlers wird als Messvektor die Abweichung zwischen der aktuellen Position des Zustandsvektors $\underline{p}_{INS,k}$ und der gespeicherten Position $\underline{p}_{INS,t_{stop}}$ entsprechend Gleichung (5.39) verwendet.

$$\underline{z}_k = \underline{p}_{INS,k} - \underline{p}_{INS,t_{stop}} \quad (5.39)$$

$$\underline{R}_k = \underline{P}_{\underline{p},t_{stop}} \quad (5.40)$$

Die Aufenthaltswahrscheinlichkeit zum Zeitpunkt t_{stop} repräsentiert die Genauigkeit des Updates, somit gilt für die Messkovarianzmatrix Gleichung (5.40). Die Messmatrix entspricht der aus der Positionsstützung nach Gleichung (5.20).

Der Geschwindigkeitsfehler bei Stillstand ist gleich der aktuellen inertialen Geschwindigkeit des Zustandsvektors. Zur Korrektur ergibt sich der Messvektor nach Gleichung (5.41). Wie gut diese Annahme zutrifft, kann, wenn keine besseren Annahmen bestehen, durch die Messkovarianzmatrix aus Gleichung (5.42) festgelegt werden.

$$\underline{z}_k = \underline{v}_{INS,k} \quad (5.41)$$

$$\underline{R}_k = \underline{I}_{3 \times 3} \cdot \sigma_{vel,stop} \quad (5.42)$$

Die Messmatrix der ZUPT-Geschwindigkeitsstützung entspricht der Messmatrix der allgemeinen Geschwindigkeitsstützung nach Gleichung (5.24).

Bleiben Gierwinkel und Lagewinkel unverändert, kann der Lagewinkelfehler durch Gleichung (5.43) gestützt werden¹³. Wie bei der Position kann die gespeicherte Kovarianzmatrix der Lagewinkel zum Zeitpunkt der Stopdetektion als Messkovarianzmatrix verwendet werden.

$$\underline{z}_k = \underline{\varepsilon}_{INS,k} - \underline{\varepsilon}_{INS,t_{stop}} \quad (5.43)$$

$$\underline{H}_k = \begin{bmatrix} \underline{0}_{3 \times 6} & \underline{I}_{3 \times 3} & \underline{0}_{3 \times 6} \end{bmatrix} \quad (5.44)$$

$$\underline{R}_k = \underline{P}_{\underline{\varepsilon},t_{stop}} \quad (5.45)$$

Führt das Fahrzeug Lagewinkeländerungen z.B. durch Be- und Entladung durch, können alternativ die Lagewinkel nach Gleichung (4.23) und (4.24) berechnet werden.

$$\underline{z}_k = \begin{bmatrix} \phi_{INS,k} - \phi_{Lot} \\ \theta_{INS,k} - \theta_{Lot} \\ \psi_{INS,k} - \psi_{INS,t_{stop}} \end{bmatrix} \quad (5.46)$$

Die so durchgeführten Updates können ideal dazu verwendet werden, um die Nullpunktfehler der Drehratensensoren zu schätzen. Für die Nullpunktfehler der Beschleunigungsmesser ist zu beachten, dass diese durch das ZUPT an den Betrag der Erdanziehungskraft angepasst werden. Eine vorherige Fehlschätzung einzelner Nullpunktfehler der Beschleunigungsmesser und damit verbundene Lagewinkelfehler können nicht beobachtet werden. Besonders bei der Verwendung von günstigen Sensoren kann bereits eine kurze ZUPT-Phase im Anschluss an das Alignement einen erheblichen Leistungsgewinn durch die Kompensation der Nullpunktfehler bewirken.

Essentiell für das „Zero Velocity Update“ ist eine zuverlässige Detektion des Bewegungszustands. Es ist dabei besonders wichtig, nicht nur den Stopzustand, sondern vor allem frühzeitig den Bewegungszustand zu detektieren, um die ZUPT-Stützung rechtzeitig zu beenden. Für viele Anwendungen können Radsensoren verwendet werden. Dabei ist zu beachten, dass bestimmte Typen von Radsensoren langsame Bewegungen nicht detektieren können. Weiter sollte sichergestellt werden, dass das Vehikel nicht anderweitig bewegt wird, wie z.B. ein Auto auf einer Fähre, ein Schiff durch Strömung oder ein Flugzeug durch Wind. Soweit verfügbar können zur Detektion z.B. die GNSS-Geschwindigkeit oder die über einen kurzen Zeitraum integrierten Beschleunigungen als zusätzliches Kriterium herangezogen werden. Bei der zeitlich verzögerten Verarbeitung von Stützinformationen kann die Information des nach Kapitel 5.4.1 berechneten aktuellsten Zustandsvektors verwendet werden, die aus Sicht des Koppelalgorithmus quasi in der Zukunft liegt.

¹³Bei der Rechnung mit EULER-Winkeln sind die kritischen Punkte gesondert zu betrachten.

5.3.5. Stützung mit Luftdaten

Die Stützung mit Luftdaten wird traditionell in der Luftfahrt eingesetzt und hat üblicherweise das Ziel der Stabilisierung des Höhenkanals. Zu diesem Zweck wird die Druckhöhe \underline{h}_p aus der Messung des Statikdrucks berechnet und mit der Höhe des Zustandsvektors verglichen.

$$\underline{z}_k = \underline{h}_{INS} - \underline{h}_p \quad (5.47)$$

$$\underline{H}_k = \begin{bmatrix} 0_{1 \times 2} & I_{1 \times 1} & 0_{1 \times 12} \end{bmatrix} \quad (5.48)$$

Für die Berechnung der Druckhöhe aus der Messung des Statikdrucks p_s können verschiedene Modelle herangezogen werden, wie das in der Luftfahrt verwendete Modell der ISA-Standardatmosphäre bis 11km Höhe [138, 139].

$$\underline{h}_p = \frac{288,15}{-6,5} \left[\left(\frac{p_s}{p_{sGL}} \right)^{\frac{R}{g_0} \cdot 6,5} - 1 \right] + N_p \quad (5.49)$$

Für den Bezugsdruck p_{sGL} kann z.B. ein übermittelter, am Boden gemessener Wert (QNH) oder eine andere Druck-Äquipotentialfläche verwendet werden¹⁴. Da sich das QNH auf die Höhe über dem Meeresspiegel (engl. Mean Sea Level) bezieht, wird die Höhe um die Abweichung zum Referenzellipsoid N_p (Geo-Undulation) korrigiert, die z.B. nach [6] berechnet werden kann¹⁵. Die Differenz zur tatsächlichen Höhe variiert jedoch stark, so dass sich in Phasen, in denen andere Stützgrößen verfügbar sind, eine Schätzung der Referenzhöhe N_p anbietet, wie sie u.a. in DO229D Appendix G [17] beschrieben wird. Alternativ zur Stützung der absoluten Höhe kann auch eine Stützung mit der relativen Höhenänderung zu einem Startpunkt verwendet werden, die im wesentlichen dem Vorgehen bei der Schätzung der Referenzhöhe \underline{h}_p entspricht. Aus [17] und [139] können Modelle zur Beschreibung der Modell- und Messungenauigkeit der Druckhöhe \underline{h}_p entnommen werden, die als Messkovarianz \underline{R}_k verwendet werden können.

Eine Stützung der Vertikalgeschwindigkeit mit der Druckänderung ist ebenfalls möglich. Da die Druckänderung meist durch zeitliche Differentiation der Druckmessungen erfolgt, ist in diesen Fällen die Stützung mit der Druckhöhe zu bevorzugen, da die Drift der Höhe hierdurch effektiver begrenzt wird.

Die Geschwindigkeit gegenüber der Luft (engl. Airspeed), die sich aus Stau- und Statikdruck berechnen lässt, sowie der Anstell- und Schiebewinkel, sind nur schwer in die für eine Stützung erforderliche Relation zu der Geschwindigkeit über Grund in Navigationskoordinaten zu bringen. Um dies zu erreichen, ist die Kenntnis der meist unbekannten veränderlichen Windgeschwindigkeit und Windrichtung nötig [138, 139]. Als Ersatzgröße für die tatsächliche Geschwindigkeit kann, wenn keine absolute Geschwindigkeitsmessung verfügbar ist, die Geschwindigkeit gegenüber der Luft z.B. zur Kompensation der Zentripetalbeschleunigung mit Gleichung (4.39) verwendet werden.

¹⁴Diese Werte sind in der kommerziellen Luftfahrt standardmäßig verfügbar. Bei kleinräumigen Anwendungen mit geringer Missionszeit kann die Messung z.B. durch das Vehikel selbst erfolgen.

¹⁵Die weiteren Konstanten in Gleichung (5.49) sind die Gaskonstante R und die nominelle Erdanziehungskraft g_0 .

5.3.6. Stützung mit Radsensoren

Ist das Vehikel ein Landfahrzeug, das sich auf Rädern oder Ketten bewegt, sind die durch Radsensoren gemessenen Radwinkel bzw. Radgeschwindigkeiten (Odometrie) eine wertvolle Messgröße für die Unterstützung des Navigationsfilters. Für die Fusion der Odometrie mit den inertialen Daten werden möglichst fein quantisierte Messungen benötigt, die zwischen Vor- und Rückwärtsbewegung unterscheiden können und eine möglichst präzise zeitliche Zuordnung erlauben. Ist das Fahrzeug nicht speziell für Anwendungen mit Navigationsfiltern entwickelt, bieten die Seriensenoren häufig keinen akkuraten Zeitstempel auf dem verwendeten Datenbus z.B. CAN-Bus an. Können die Messdaten nicht direkt vom Datenbus gelesen und mit einem Zeitstempel versehen werden, sondern durchlaufen Verarbeitungsschritte, die die zeitliche Zuordnung der Daten nicht erlauben, kann geprüft werden, ob es möglich ist, eine zusätzliche Zeitinformation in den Datenbus einzuspeisen, so dass diese später wieder ausgewertet werden kann.

Liegen die Daten der Odometrie vor, kann aus diesen unter Berücksichtigung der Kinematik des Fahrzeugs die Geschwindigkeit berechnet werden und, nach Korrektur des Hebelarms, wie in Kapitel 5.3.2 beschrieben, zur Stützung verwendet werden. Es existieren vielfältige Modelle zur Beschreibung der Fahrzeugkinematik wie z.B. das Zweiradmodell (Ackermann-Modell) oder das Vierradmodell. Ebenfalls können für die Beschreibung des Verhaltens der Räder und des Fahrwerks teilweise hochkomplexe Modelle genutzt werden. Liegen derartige Modelle nicht vor oder sind nicht alle Parameter bekannt, können auch mit einfachen Ansätzen sehr gute Ergebnisse erzielt werden. Eine robuste Methode ist die Berechnung der mittleren Radgeschwindigkeit der ungelenkten, meist hinteren Achse. Diese Geschwindigkeit kann mit den Lagewinkeln des Zustandsvektors in das Navigationskoordinatensystem transformiert werden.

$$\underline{v}_{odo,n} = \underline{\underline{C}}_b^n \cdot \begin{bmatrix} \frac{v_{HL} + v_{HR}}{2} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}_b \quad (5.50)$$

$$\underline{\underline{R}}_{odo,n} = \underline{\underline{C}}_b^n \cdot \begin{bmatrix} \sigma_{odo}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_b \underline{\underline{C}}_b^{n,T} \quad (5.51)$$

Der Bezugspunkt der durch Gleichung (5.50) berechneten Geschwindigkeit $\underline{v}_{odo,n}$, liegt in der Mitte der ungelenkten Achse und kann durch die Hebelarmkorrektur der Geschwindigkeitsstützung berücksichtigt werden. Die Kovarianzmatrix der Geschwindigkeit $\underline{\underline{R}}_{odo,n}$ kann durch Gleichung (5.51) geschätzt werden. Da der Rollradius der Reifen üblicherweise nicht exakt bekannt ist, ergibt sich ein Skalenfaktorfehler der Geschwindigkeit. Der Skalenfaktorfehler muss deshalb als zusätzlicher unabhängiger Parameter in den Filter aufgenommen oder separat geschätzt werden.

Für die Gültigkeit der berechneten Geschwindigkeit ist zu beachten, dass die Räder nicht durchdrehen oder das Fahrzeug anderweitige Bewegungen vollführt, die durch das kinematische Modell nicht abgedeckt werden. Verfügt das Fahrzeug über ein elektronisches Stabilitätsprogramm (ESC/ESP), dessen Informationen genutzt werden können, sollte die Stützung mit Radsensoren bei Eingriffen dieser Assistenzsysteme nicht erfolgen.

5.3.7. Stützung mit Magnetfeldmessungen

Bei der Stützung mit Magnetfeldmessungen wird versucht, durch Messung des Erdmagnetfelds die Lagewinkel zu bestimmen und diese hauptsächlich zur Korrektur des Gierwinkels zu verwenden. Da der Roll- und Nickwinkel in der Regel besser beobachtbar sind und durch den Vektor der Erdschwere gestützt werden können, werden diese Winkel meist nicht mit Magnetfeldmessungen gestützt.

Bei der Messung des Erdmagnetfelds spielen verschiedener Fehlereinflüsse eine Rolle, die beachtet werden müssen. Der magnetische Pol der Erde ist nicht mit dem geographischen Pol der Erde identisch und unterliegt einer langsamen Drift. Daneben kommt es zu weiteren großräumigen und kleinräumigen Störungen durch die Erde selbst. Diese Fehler müssen abhängig von der geographischen Position korrigiert werden. Frei verfügbare Korrekturmodelle, wie das World Magnetic Model 2015 der NOAA [140], bieten die Möglichkeit die großräumigen Störungen zu kompensieren.

Im Nahfeld werden im Wesentlichen drei Arten von Störquellen unterschieden: Hartmagnetische Störungen, weichmagnetische Störungen und Störungen durch elektromagnetische Felder. Hartmagnetische Störungen werden z.B. von Dauermagneten oder magnetisiertem Stahl erzeugt und bewirken ein gleichbleibendes, von der relativen Orientierung unabhängiges Störfeld. Bekannte hartmagnetische Störungen lassen sich somit durch Kalibrierung oder mittels Referenzmessungen eliminieren.

Weichmagnetische Störungen werden von ferromagnetischen Materialien erzeugt, bei denen ein externes Magnetfeld, wie das Erdmagnetfeld, die Magnetisierung des Materials zu ändern vermag. Die von weichmagnetischen Materialien hervorgerufene Störung ist in Folge dessen abhängig von der aktuellen und vorangegangenen Orientierung des Störers zum Magnetfeld. Die Kompensation weichmagnetischer Störer ist somit ungleich komplexer, sobald ihre Orientierung nicht raumfest in Bezug auf das Erdmagnetfeld ist.

Elektromagnetische Felder, die durch bewegte Ladungen hervorgerufen werden, erzeugen ebenfalls Störungen in der Messung des Erdmagnetfelds. Da diese stark von den umgebenden elektrischen Verbrauchern, wie z.B. integrierten elektrischen Schaltungen, Antrieben oder Lichtquellen abhängig und damit ortsveränderlich sind, können sie nicht vollständig durch Kalibrierung erfasst und kompensiert werden. Da diese Störer die magnetische Flussdichte verändern, kann bei einem kalibrierten Magnetfeldsensor die Stärke der magnetischen Flussdichte zur Detektion von gestörten Umgebungen als ein Kriterium herangezogen werden.

$$H_{mag,n} = \underline{\underline{C}}_b^n \left(\underline{\underline{W}}_{mag} \cdot \mu \cdot \underline{\underline{B}}_{mag,b} - \underline{\underline{b}}_{mag} \right) \quad (5.52)$$

$$\underline{\underline{\psi}}_{mag} = \arctan \left(\frac{\underline{\underline{H}}_{mag,n,y}}{\underline{\underline{H}}_{mag,n,x}} \right) \quad (5.53)$$

Die Bestimmung des Gierwinkels mit Magnetfeldmessungen ist durch die geringe Feldstärke des Erdmagnetfelds verglichen mit den Störeinflüssen eine sehr störanfällige und fehlerbehaftete Messgröße. Ihre Verwendung sollte deshalb wenn möglich auf Situationen begrenzt werden, die eine fehlerfreie Messung gewährleisten. Ein übliches Modell zur Kompensation der zeitinvarianten Umgebungseinflüsse inklusive der Transformation ins Navigationskoordinatensystem ist in Gleichung

(5.52) wiedergegeben. Die vollbesetzte Matrix \underline{W}_{mag} korrigiert die richtungsabhängigen Fehler erster Ordnung, und durch den Vektor \underline{b}_{mag} wird eine Nullpunktanpassung vorgenommen. Die Ermittlung der Parameter der Matrix \underline{W}_{mag} und des Vektors \underline{b}_{mag} erfolgt üblicherweise in Form einer Optimierung [141], kann aber ebenso in einem zeitkontinuierlichen Filter erfolgen [142]. Ist der magnetische Gierwinkel $\underline{\psi}_{mag}$ bestimmt und ungestört, muss dieser um die großräumigen Effekte kompensiert werden, um mit Gleichung (5.54) und (5.55) in Relation zu dem Gierwinkel gesetzt werden zu können¹⁶.

$$\underline{z}_k = \psi_{INS,k} - \psi_{mag,corr,k} \quad (5.54)$$

$$\underline{H}_k = \begin{bmatrix} \underline{0}_{1 \times 8} & \underline{I}_{1 \times 1} & \underline{0}_{1 \times 6} \end{bmatrix} \quad (5.55)$$

5.3.8. Stützung mit Umfeldsensoren

Umfeldsensoren erfassen die Umgebung und liefern eine digitale Repräsentation dieser zurück. Zu den Umfeldsensoren oder bildgebenden Sensoren zählen z.B. Kamerasysteme, LIDAR-, RADAR-, Ultraschall- und Sonarsensoren. Alle Umfeldsensoren benötigen zur Auswertung Strukturen, die durch das jeweilige Sensorprinzip erfasst werden können [143]. Sind diese Strukturen oder die Umweltbedingungen z.B. Belichtung, Luftfeuchte oder Staubgehalt für den Sensor ungeeignet, kann dieser keine brauchbaren Informationen für die Navigation liefern [144]. Um diesem Verhalten entgegenzuwirken, wird bei Einsatzszenarien zunehmend auf Umfeldwahrnehmungssysteme gesetzt, die mehrere Sensorprinzipien kombinieren [145].

Ein grundlegendes Auswerteverfahren bildgebender Sensoren ist die visuelle Odometrie. Bei diesem Verfahren wird die Verschiebung der Sensorposition zwischen zeitlich aufeinanderfolgenden Aufnahmen, die teilweise dieselbe Szenerie zeigen, berechnet. Der resultierende relative Bewegungsvektor kann entweder als Geschwindigkeitsinformation wie in Kapitel 5.3.2 beschrieben oder nach dem in Kapitel 5.3.3 beschriebenen Verfahren zur Positionsstützung angewendet werden. Kann die relative optische Bewegungsschätzung über einen längeren Zeitraum für eine anfängliche Szenerie aufrecht erhalten werden, so hat die Positionsstützung Vorteile, da sie eine potentiell geringe Drift aufweist. Wechselt die Szenerie stetig, so kann ebenfalls eine Drift entstehen, die ebenso wie die Drift des inertialen Systems korrigiert werden muss.

In aufwendigeren Verfahren wird ein Abbild der Umgebung in Form einer Karte erzeugt, so dass auch bereits bekannte Objekte wiedererkannt werden können. Diese Verfahren, zusammen mit der Schätzung des Bewegungszustands werden als „Simultaneous Localization and Mapping“ SLAM-Algorithmen bezeichnet [146]. Neben der Möglichkeit eine höhere Genauigkeit zu erreichen, entsteht durch die Umfeldrepräsentation die Möglichkeit, diese für die Wegfindung und Wegführung innerhalb einer Szenerie zu nutzen.

Können in den Sensordaten oder generierten Karten Objekte oder Topologien identifiziert werden, deren Position durch a priori Informationen bekannt sind, können diese je nach vorliegender Messung für eine Stützung mit Abstandsmessungen entsprechend Kapitel 5.3.3, für eine Stützung mit Winkelmessungen oder für eine Positionsstützung nach Kapitel 5.3.1 verwendet werden.

¹⁶Auch in Gleichung (5.54) sind die kritischen Punkte der EULER-Winkel zu beachten.

5.3.9. Stützung mit anderen Sensoren

Je nach Anwendung können, neben den in den vorangegangenen Abschnitten konkret adressierten Sensoren, die Messungen weiterer Sensoren zur Stützung der Navigationslösung herangezogen werden. Viele dieser Stützgrößen zeigen ein ähnliches Verhalten wie die zuvor erwähnten Sensoren, und die Messgleichungen können direkt übernommen oder leicht modifiziert werden. Ist dies nicht der Fall, z.B. bei der Schrittzählung zur Fußgängernavigation¹⁷, so müssen entsprechende Messgleichungen und stochastische Fehlerbeschreibungen aufgestellt werden und diese bei Bedarf linearisiert werden.

Bei der Wahl passender Sensorfehlermodelle und zusätzlich zu schätzender Parameter ist immer darauf zu achten, dass die Parameter durch die Messungen des Sensors beobachtbar sind und innerhalb von für die Anwendung annehmbarer Zeit konvergieren können. Für ein robustes Design wird empfohlen, den Zustandsvektor nur zur Beschreibung von klar modellierbaren zeitvarianten Effekten zu erweitern. Nach Möglichkeit sollten die Stützgrößen durch Fehlermodelle so beschrieben werden, dass ihr Verhalten der Grundannahme des KALMAN-Filters von weißem mittelwertfreien GAUSS'schen-Rauschen entspricht. Dabei ist in der praktischen Anwendung die Forderung nach der Mittelwertfreiheit die signifikanteste, da sie bei Nichteinhaltung meist die größten Auswirkungen zeigt.

5.4. Zeitverzögerte Verarbeitung für den Echtzeit-Einsatz

Werden die Daten der IMU zeitverzögert verarbeitet, um wie bereits in Kapitel 5.1 beschrieben die Daten von totzeitbehafteten Sensoren und Subsystemen synchronisiert verwenden zu können, steht die Navigationslösung erst mit einer Verzögerung Δt_d zur Verfügung. Totzeiten entstehen typischerweise in der Verarbeitung und der Übertragung und seltener bei der Erfassung von Messdaten. Ein Beispiel hierfür ist z.B. die optische Odometrie [147]. Typische Verzögerungen Δt_d liegen zwischen 0.1 bis 0.8 Sekunden.

Die verzögert vorliegenden Zustandsdaten machen eine zusätzliche Berechnung des aktuellsten Zustandsvektors z.B. für die Regelung des Vehikels oder für Anzeigezwecke notwendig, da diese in den meisten Anwendungen keine hohen Totzeiten erlauben. Das Vorgehen zur Berechnung des aktuellsten Zustandsvektors ist im folgenden Abschnitt 5.4.1 beschrieben.

Alle Messdaten der IMU und der weiteren Sensoren werden zur zeitlich verzögerten Verarbeitung in Puffern abgelegt, die die effektive Verwaltung, Synchronisation, Speicherung und den variablen Zugriff auf diese Daten erlauben. Die so abgelegten Messdaten können zur verzögerten sequentiellen Verarbeitung genutzt werden. Darüber hinaus können die Messdaten genutzt werden, um, vom Zeitpunkt des Filters aus betrachtet, Messwerte von in der nahen Zukunft liegenden Zeitpunkten nutzen zu können. Beispiele für diese Art der Nutzung sind die Überprüfung der Messdaten, bevor diese in der Fusion verwendeten werden (Kapitel 5.4.3) und die Vermeidung von Sprüngen während des Updates des Filters (Kapitel 5.4.2).

¹⁷engl. Pedestrian Step Counter.

5.4.1. Berechnung des aktuellsten Zustandsvektors

Da es sich bei der beschriebenen, absichtlichen Verzögerung der Messdatenverarbeitung um die Zeitspanne Δt_d , um eine kurze Zeitspanne handelt, können selbst leistungsschwächere IMU verwendet werden, um den Zeitraum ohne Stützung zu überbrücken. Der Berechnung kommt zugute, dass durch die Filterung aktuelle Schätzungen der Sensorfehler vorhanden sind, die zur Korrektur der Messwerte angewendet werden können.

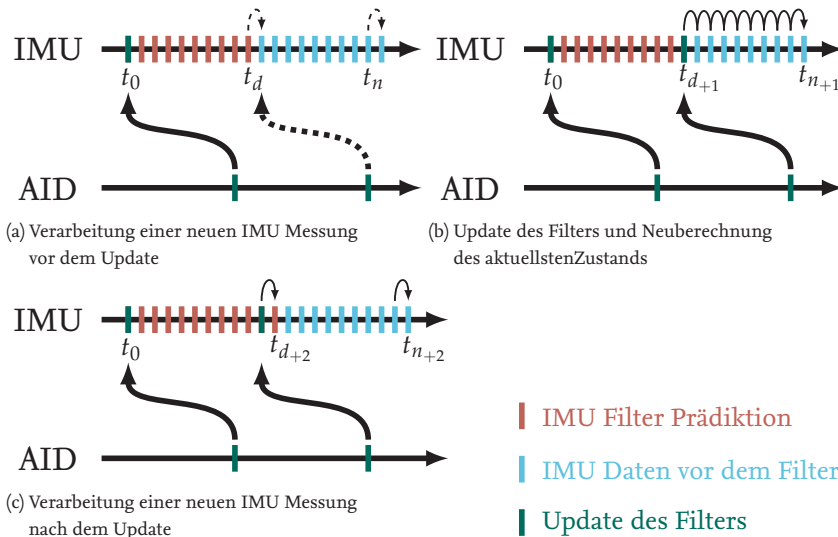


Abbildung 5.14.: Zeitverzögerte Verarbeitung

Abbildung 6.5 zeigt abstrahiert das Vorgehen bei der Berechnung des aktuellsten Zustandsvektors. Die Berechnung erfolgt verzögert um eine konstante Zeitspanne Δt_d . Die noch nicht im Koppelfilter verarbeiteten Messwerte der IMU sind in hellblau dargestellt. Die im Koppelfilter verwendeten Messwerte der IMU sind in rot abgebildet. Die neueste Messung trägt zu Beginn den Zeitstempel t_n , die letzte im Koppelfilter verarbeitete Messung den Zeitstempel t_d . Kommt wie in Abbildung 5.14a dargestellt eine neue IMU-Messung hinzu, wird im Koppelfilter eine Prädiktion auf den Zeitpunkt t_{d+1} berechnet und der nicht verzögerte Zustand auf den Zeitpunkt t_{n+1} fortgeschrieben. Findet nun wie in Abbildung 5.14b ein Update des Koppelfilters durch eine in grün dargestellte Stützinformati-on statt, muss der aktuellste Zustandsvektor beginnend mit dem Zeitpunkt der Stützung t_{n+1} über das Verzögerungsintervall neu berechnet werden. Anschließend werden neue Messungen der IMU wie in Abbildung 5.14c verwendet, um den Zustand des Koppelfilters auf den folgenden Zeitpunkt t_{d+2} und den aktuellsten Zustandsvektor auf den Zeitpunkt t_{n+2} und folgende zu prä-dizieren. Ist die Verzögerung Δt_d zwischen t_n und t_d klein, kann vereinfachend die Schätzung der Kovarianz des Zustandsvektors des Koppelfilters für den aktuellsten Zustandsvektor übernommen, oder unter Verwendung von Gleichung (5.8) prä-diziert werden.

5.4.2. Sprungfreier Zustandsvektor

Einige Anwendungen haben Schwierigkeiten mit der Verarbeitung von abrupten Änderungen des Zustandsvektors, die aus der Stützung und nicht aus der Bewegung des Vehikels resultieren können. Häufig werden diese abrupten Änderungen auch als Sprünge bezeichnet. Eine solche Anwendung ist z.B. die Verfolgung von markanten Punkten oder Objekten in einer Folge von Aufnahmen durch Umfeldsensoren. Zu diesem Zweck können Positionsinkremente und Lageänderungen zur Unterstützung der Objektverfolgungsalgorithmen gewinnbringend verwendet werden. Zur Erreichung dieses Ziels sind verschiedene Herangehensweisen möglich.

Der einfachste Fall ist die Tiefpassfilterung der entsprechenden Zustände. Diese Herangehensweise birgt den Nachteil der durch den Tiefpassfilter hervorgerufenen Phasenverschiebung und ist darum für viele Anwendungen nicht ideal geeignet.

Eine weitere Möglichkeit ist die Glättung in einem festen Verzögerungsintervall, das „Fixed-Lag Smoothing“. Bei diesem Verfahren wird das Ergebnis ebenfalls zeitverzögert zur Verfügung gestellt, jedoch für dessen Berechnung alle Informationen bis zum aktuellsten Zeitpunkt verwendet. Nach der konventionellen Berechnung des Zustands zum Zeitpunkt t_n mit dem Koppelfilter wird bis zum Zeitpunkt t_d zurückgerechnet.

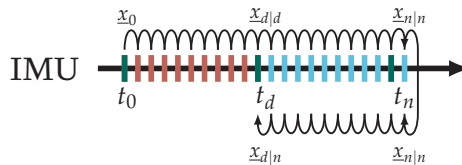


Abbildung 5.15.: Fixed-Lag Smoothing

Abbildung 5.15 veranschaulicht diesen Vorgang. Der Zustandsvektor $\underline{x}_{d|n}$ ist der Zustand zum Zeitpunkt t_d , berechnet unter Berücksichtigung aller Informationen bis zum Zeitpunkt t_n . Um eine optimale Schätzung des Zustandes zum Zeitpunkt t_d zu erhalten, werden auf herkömmlichem Wege alle Daten bis zum Zeitpunkt t_n verarbeitet und der Zustandsvektor $\underline{x}_{n|n}$ berechnet. Daran anschließend wird von diesem Zustand auf den Zustandsvektor $\underline{x}_{d|n}$ zurückgerechnet. Liegen im Intervall $[t_d, t_n]$ weitere Korrekturen des Filters, werden die hierdurch gewonnenen Informationen in der Berechnung des Zustandsvektors $\underline{x}_{d|n}$ berücksichtigt. Liegen keine zusätzlichen Korrekturen des Zustandsvektors vor, ist der Informationsgehalt von $\underline{x}_{d|d}$ und $\underline{x}_{d|n}$ identisch. Eine weiterführende Beschreibung kann z.B. [70, 148] entnommen werden.

Um die abrupten Änderungen bei der Stützung zu eliminieren, besteht alternativ die Möglichkeit, die im Koppelfilter geschätzten Fehler während der Rückführung in die Strapdown-Rechnung zu summieren und zu speichern. Neben dem Zustandsvektor des Fusionsfilters bzw. der Strapdown-Rechnung kann damit ein Zustand berechnet werden, der sich aus dem Zustandsvektor der Strapdown-Rechnung abzüglich der Summe der geschätzten Fehler ergibt. Durch die Fehlerschätzung des Koppelfilters wächst der Betrag der Summe der geschätzten Fehler nicht beliebig, sondern

strebt nach dem Einschwingen des Filters einem konstanten Wert zu. Nachteilig an diesem Vorgehen ist, neben dem Umstand, dass die absoluten Werte des Zustandsvektors nicht den tatsächlichen Zustand repräsentieren, der Umstand dass die Zustände untereinander nicht korrelieren, z.B. die Differenzierung des Positionsvektors nicht mit dem Geschwindigkeitsvektor übereinstimmt. Die Änderungen der Position, Geschwindigkeit und Lage entsprechen jedoch denen des Zustandsvektors ohne weitere Berücksichtigung der Stützstellen.

Eine weitere Möglichkeit besteht in der Mitführung einer gesonderten Strapdown-Rechnung, in der jedoch nur die berechneten Sensorfehler und nicht die Position, Geschwindigkeit und Lage korrigiert werden. Auch diese Lösung zeigt nach dem Einschwingen ein empirisch stabiles Verhalten, wobei der Zusammenhang zwischen den Zuständen gewahrt bleibt.

5.4.3. Nutzung von quasi zukünftigen Informationen

Neben den beschriebenen Nutzen der zeitverzögerten Koppelung von IMU-Daten und Stützinformationen können die quasi zukünftigen Informationen vom Zeitpunkt der Koppelung aus gesehen vorteilhaft eingesetzt werden.

Ein bereits in Kapitel 5.3.4 erwähnter Einsatzzweck ist die Startdetektion für das „Zero Velocity Update“ ZUPT. Während eine leicht verspätete Detektion des Stop-Zustands keine signifikanten negativen Folgen hat, führt ein zu spät detektierter Übergang in den Bewegungszustand zu einer falschen ZUPT-Stützung. Der in Kapitel 5.4.1 berechnete aktuellste Zustandsvektor bietet die einfache Möglichkeit einer zuverlässigen und rechtzeitigen Detektion des Bewegungsübergangs z.B. durch einen einfachen Schwellwertvergleich.

Auch für andere Zwecke können quasi zukünftige Daten verwendet werden. So können Fehler in Stützinformationen frühzeitig erkannt werden und ihre Verarbeitung im Koppelfilter verhindert werden. Bewegt sich z.B. ein Vehikel in urbanen Szenarien in einen Abschattungsbereich wie einen Tunnel, so sinkt der Träger-zu-Rausch-Abstand C/N_0 der empfangenen GNSS-Signale schnell ab. Da der Empfänger bemüht ist, selbst unter widrigen Bedingungen die Beobachtung des Signals aufrecht zu erhalten, wird er in vielen Fällen dennoch ein Signal ausgeben, bevor die Korrelation abbricht. Durch die Beobachtung des plötzlichen Absinkens des C/N_0 kann die Verarbeitung dieser Stützinformationen z.B. zugunsten von Odometer-Messungen unterbrochen werden. Ein ähnliches Vorgehen ist z.B. für Magnetometer möglich, indem das Ansteigen der Amplitude der Magnetfeldmessungen beobachtet wird.

Eine weitere Möglichkeit zur zeitverzögerten Nutzung von Informationen bezieht sich auf Daten zu denen zeitverzögerte Korrektur- oder Integritätsinformationen wie z.B. durch SBAS vorliegen. Wird der Zustandsvektor so weit verzögert, dass sichergestellt ist, dass keine Integritätswarnung erfolgt ist, so kann die entsprechende Größe sicher verwendet werden ohne die Berechnung zu gefährden.

5.5. Zustandsvektor-Nachbearbeitung

Wie bereits für die GNSS-Berechnung erläutert, müssen die Ergebnisse des Navigationsfilters und weiterer Berechnungen für die anschließende Nutzung aufbereitet werden, um die Anforderungen nachgelagerter Prozesse zu erfüllen. Zu dieser Aufbereitung gehören üblicherweise die Transformation in einen Navigationsbezugspunkt (Kapitel 5.5.1), die Überprüfung der Navigationsergebnisse

auf ihre Gültigkeit (Kapitel 5.5.2) und die Berechnung weiterer Größen zur Verlässlichkeit (Kapitel 5.5.3) und der Leistungsfähigkeit (Kapitel 5.5.4).

5.5.1. Transformation der Ergebnisse

Da die IMU meist nicht im Navigationsbezugspunkt (NRP) des Vehikels angeordnet ist oder der Zustandsvektor für einen weiteren Punkt (POI) benötigt wird, ist die Transformation des Zustandsvektors in andere Punkte des Vehikels notwendig. Zur Durchführung dieser Transformationen ist der Hebelarm L_{POI} zwischen dem Bezugspunkt des INS und dem gewünschten Punkt in körperfesten Koordinaten erforderlich. Die notwendigen Berechnungsvorschriften für einen als starr angenommenen Hebelarm sind in Gleichung (5.56) bis (5.60) zusammengefasst. Ist diese Annahme nicht zulässig, da sich das Vehikel verwindet, wie es beispielsweise bei Flugzeugen last- und beladungsabhängig der Fall ist, ist entweder das Navigationssystem so zu installieren, dass die Verwindung in dem betrachteten Bereich keinen Einfluss hat oder es müssen zusätzliche Systeme an den relevanten Punkten installiert werden.

$$\underline{p}_{POI} = \underline{p}_{INS} + \underline{D}_n^w \cdot \underline{C}_b^n \cdot L_{POI} \quad (5.56)$$

$$\underline{v}_{POI} = \underline{v}_{INS} + \underline{C}_b^n \cdot \left(\underline{\omega}_{ib}^b \times L_{POI} \right) \quad (5.57)$$

$$\underline{\varepsilon}_{POI} = \underline{\varepsilon}_{INS} \quad (5.58)$$

$$\underline{a}_{POI} = \underline{a}_{INS} + \underline{\dot{\omega}}_{ib}^b \times L_{POI} + \underline{\omega}_{ib}^b \times \left(\underline{\omega}_{ib}^b \times L_{POI} \right) \quad (5.59)$$

$$\underline{\omega}_{POI} = \underline{\omega}_{INS} = \underline{\omega}_{ib}^b \quad (5.60)$$

Gleichung (5.56) zur Transformation des Position in geodätischen Koordinaten und Gleichung (5.57) zur Transformation der Geschwindigkeit in Navigationskoordinaten sind aus der Stützung mit Positionen und Geschwindigkeiten bereits bekannt. Beide Transformationen weisen eine Abhängigkeit von der Lage und im Falle der Geschwindigkeit von der Drehratenmessung auf.

Die Lagewinkel $\underline{\varepsilon}$ sind in jedem Punkt eines starren Vehikels gleich, weshalb nach Gleichung (5.58) für die Lagewinkel keine Transformation erforderlich ist.

Die Transformation der Beschleunigungen enthält sowohl einen von der Drehrate abhängigen Term, der die Zentripetalbeschleunigung beschreibt und mit den vorliegenden Informationen korrigiert werden kann, als auch einen Term, der die EULER-Beschleunigung beschreibt und von der Drehbeschleunigung abhängt, die bislang keine Anwendung fand. Ist dieser Term nicht zu vernachlässigen, können zur Messung der Drehbeschleunigung verteilte Beschleunigungsmesser [97, 149] oder spezielle Winkelbeschleunigungssensoren [150] eingesetzt werden. Ebenfalls kann die Drehbeschleunigung durch zeitliche Differentiation der Drehrate bestimmt werden, oder es können Beschleunigungssensoren am interessierenden Punkt installiert werden, wodurch die Transformation überflüssig wird. Der Einfluss der Änderung des Erdschwerefelds zwischen dem Bezugspunkt des INS und dem gesuchten Punkt ist für fast alle Anwendungen vernachlässigbar.

Die Messung der Drehrate ist wie die Lage unabhängig von der Position im Vehikel.

5.5.2. Plausibilitätstests

Vor der Ausgabe der Daten an nachgelagerte Prozesse empfiehlt es sich, die Ergebnisse der Navigationsrechnung ergänzend zu vorhandenen Integritätsmechanismen des Navigationsfilters nochmals zu überprüfen. Zu diesem Zweck können eine Reihe einfach umzusetzender Überprüfungen durchgeführt werden.

- Überprüfung der numerischen Darstellbarkeit der Ergebnisse, um sicherzustellen, dass die binäre Darstellung der Ergebnisse möglich ist und die Ergebnisse keinen undefinierten Zahlen entsprechen (NaN, ∞ , ...). Schlägt dieser Test fehl, ist mit hoher Wahrscheinlichkeit ebenfalls die ordnungsgemäße Funktion des Navigationsfilters nicht mehr gegeben.
- Überprüfung der Wertebereiche um zu überprüfen, ob alle Werte innerhalb bekannter Grenzen liegen. Der Längen- und Breitengrad müssen mindestens in den definitionsgemäß vorhandenen Grenzen von $\pm 180^\circ$ bzw. $\pm 90^\circ$ liegen. Für viele Anwendungen kann dieser Wertebereich weiter eingeschränkt werden. Die mögliche Höhe, die in der inertialen Navigation die höchste Instabilität aufweist, wird für die Mehrzahl der Anwendungen ebenfalls in engen Grenzen bekannt sein. So gibt es nur wenige Stellen auf der Erde, an denen Landfahrzeuge oder Flugzeuge negative Höhen erreichen, ebenso werden Schiffe die Meeresoberfläche nicht verlassen. Die maximale Geschwindigkeit, die ein Vehikel erreichen kann, ist in der Regel ebenfalls gut bekannt, genauso wie maximal erreichbare Roll- und Nickwinkel. Die Messwerte der Drehraten und Beschleunigungen können ebenfalls überwacht und für Warnungen genutzt werden.
- Die geschätzten Fehler der Sensoren lassen Schlüsse auf den Zustand des Navigationssystems zu. Überschreiten die geschätzten Fehler die für den Sensor spezifizierten maximalen Werte, so sollte eine Überprüfung der Ursache erfolgen.
- Ein weiteres Kriterium sind die berechneten Innovationen der Stützung nach Gleichung (5.5). Zu hohe Innovationen lassen auf Fehler in den Stützgrößen oder der Inertialnavigationseinheit schließen und sollten überwacht werden.
- Fehlende Messdaten der IMU sollten bereits in der Vorverarbeitung überprüft werden (siehe Kapitel 4.3).
- Liegen für eine längere Zeit keine verwertbaren Stützinformationen vor, kann die Leistungsfähigkeit der IMU gefährdet sein, so dass dieser Parameter ebenfalls zu überwachen ist.
- Ausbleibende Stützungen oder Stützungen, die lediglich die Beobachtung eines Teils der Zustände erlauben, führen zu ansteigenden Schätzungen der Varianzen und bieten ein weiteres Kriterium zur Überwachung des Navigationsergebnisses.

Wie für GNSS erläutert, lassen derartige Plausibilitätstests keine quantifizierbaren Aussagen über den Einfluss auf die Integrität zu, jedoch verhindern derartige Tests die Ausgabe grob irreführender Ergebnisse bei Auftreten einer gewichtigen Fehlfunktion oder bei unerwarteten Fehlern.

5.5.3. Sicherheitsniveau

Das Konzept des Sicherheitsniveaus (engl. Protection Level) zur Integritätsberechnung wurde bereits in Kapitel 2.3 eingeführt. In Kapitel 5.2.4 wurden zwei Filterarchitekturen zur Behandlung von Fehlern der Stützgrößen vorgestellt. Das Sicherheitsniveau wird in der Regel für unterschiedliche Raumrichtungen dPL berechnet, die abhängig von der Anwendung definiert sind. Üblich sind die Verwendung von Sicherheitsniveaus in den Richtungen Vertikal (VPL), Horizontal (HPL), Lateral (LPL) oder Longitudinal in Bewegungsrichtung.

Zur Berechnung des Sicherheitsniveaus werden z.B. in [57] verschiedene Hypothesen gebildet. Die H_0 -Hypothese postuliert einen fehlerfreien Betrieb unter normalen Messbedingungen. Nach [151] kann zur Berechnung des Sicherheitsniveaus der H_0 -Hypothese der 1σ -Wert der Kovarianz in der entsprechenden Raumrichtung durch einen der Verteilungsfunktion entsprechenden Skalierungsfaktor K_0 auf das geforderte Niveau aufgeweitet werden.

$$dPL_0 = K_0(t) \cdot \sigma_d(t) \quad (5.61)$$

Die H_1 -Hypothese geht von einem Fehler in der Stützgröße aus, die einen Fehler in der Positions-berechnung nach sich zieht. Ihr Wert wird in [151] als das Maximum der Differenz zwischen der Lösung mit der fehlerbehafteten Messgröße und dem fehlerfreien Zustand berechnet. Die Berechnung des Wertes für H_1 nach Gleichung (5.62) erfordert folglich die Berechnung entsprechender Sublösungen wie in Kapitel 5.2.4 und 3.4.5 beschrieben.

$$dPL_1 = \max (\|y_{d,i}(t) - x_d(t)\|) \quad (5.62)$$

Die H_2 -Hypothese postuliert nach [151] einen versteckten Fehler, der nicht zu einer erkennbaren Positionsabweichung führt oder durch eine solche beobachtbar ist. Diese kann z.B. durch langsam auftretende Fehler entstehen, die die Lösung unmerklich verschieben und somit zu keinen plötzlichen Abweichungen zwischen Lösungen führen [130].

Das Sicherheitsniveau kann nach [151] mit den Werten für die H_0 -, die H_1 - und wenn erforderlich H_2 -Hypothese mit Gleichung (5.63) berechnet werden.

$$dPL = \sqrt{(\max(dPL_0, dPL_1))^2 + dPL_2^2} \quad (5.63)$$

Die auf diese Weise berechneten Sicherheitsniveaus können wie in Kapitel 2.3 beschrieben mit der Alarmierungsgrenze verglichen werden und ein entsprechendes Signal generiert werden. Für die weitere Verarbeitung ist normalerweise lediglich die Information, ob und welche Alarmierungsgrenze überschritten wurde, entscheidend, so dass die Übertragung der Werte des Sicherheitsniveaus nicht grundsätzlich erforderlich ist.

5.5.4. Leistungsindikatoren

Neben dem aktuellen Zustand des Navigationssystems, der durch die Zustandsgrößen, die Kovarianz und abgeleitete Größen, wie die Integritätsinformationen beschrieben wird, werden für die Beurteilung eines Filters z.B. in der Entwicklungsphase oder zur vergleichenden Beurteilung von Filtereinstellungen, Leistungsindikatoren benötigt. Im günstigsten Fall ist die tatsächlich zurückgelegte Trajektorie \underline{p}_{True} z.B. innerhalb einer Simulation bekannt und kann zur Berechnung des tatsächlichen Navigationsfehlers (NSE, engl. Navigation System Error) verwendet werden.

$$NSE(k) = \left\| \underline{p}_{INS}(k) - \underline{p}_{True}(k) \right\| \quad (5.64)$$

Zur Beurteilung der Leistung lässt sich aus dem NSE z.B. mit Gleichung (5.65) eine mittlere Navigationsgenauigkeit für einen Datensatz berechnen.

$$Perf_{NSE}(k) = \frac{1}{k} \cdot \sum_{k=0}^t \left\| \underline{p}_{INS}(k) - \underline{p}_{True}(k) \right\| \quad (5.65)$$

Im Normalfall steht die tatsächliche Trajektorie für die Auswertung nicht zur Verfügung. Eine geeignete Ersatzgröße für relative Vergleiche innerhalb eines Datensatzes kann aus der gewichteten Innovation des KALMAN-Updates aus Gleichung (5.5) gewonnen werden. Zu diesem Zweck wird entsprechend Gleichung (5.66) der Positionsanteil der gewichteten Innovation verwendet, in Navigationskoordinaten transformiert und die Summe der Beträge der Positionsinnovationen in Meter gebildet.

$$Perf_{Inov}(k) = \sum_{k=0}^t \left\| \underline{K}_k \left(\underline{z}_k - \underline{H}_k \underline{x}_k^- \right) \right\|_{pos,n} \quad (5.66)$$

Die so gewonnene Größe hat die Eigenschaft, dass, wenn die Gewichtung der Stützgröße durch die KALMAN-Verstärkung zu gering ist, der Zustandsvektor zu gering korrigiert wird und damit die Innovation und ebenfalls der Leistungsindikator $Perf_{Inov}$ ansteigt. Ist die Gewichtung der Stützgröße durch die KALMAN-Verstärkung zu hoch, so folgt der Zustandsvektor der Stützgröße zu stark, und damit wird ebenfalls die Innovation und der Leistungsindikator $Perf_{Inov}$ ansteigen. Durch dieses Verhalten eignet sich der Leistungsindikator $Perf_{Inov}$ besonders zur empirischen Bestimmung des optimalen Verhältnisses zwischen \underline{R}_k und \underline{Q}_k .

Damit ist jedoch nicht nachgewiesen, dass durch den Filter die Fehler der Sensoren korrekt geschätzt werden können. Da bei einem realen System die tatsächlichen Fehler der Sensoren nicht genau bekannt sind, besteht eine Möglichkeit zur Untersuchung der Fähigkeit zur korrekten Fehler-schätzung darin, dass die Daten zuerst unverändert und anschließend mit einem bekannten rechnerisch aufgetragenen Sensorfehler verarbeitet werden. Anschließend können die Differenzen der geschätzten Sensorfehler aus veränderter und unveränderter Verarbeitung voneinander abgezogen werden. Entspricht die Differenz nach dem Einschwingen des Filters dem bekannten aufgetragenen Sensorfehler, konnte der Sensorfehler von dem Koppelfilter korrekt bestimmt werden.

5.5.5. Bereitstellung der Ergebnisse

Die berechneten und nachbearbeiteten Daten werden im letzten Schritt dem nachgelagerten Nutzer bereitgestellt. Die Ausgabe erfolgt entweder über eine Software- oder Hardwareschnittstelle. In beiden Fällen müssen die Daten für die Übertragung in ein definiertes Format codiert und die Einheiten angepasst werden.

Bei der Wahl des Formates ist die benötigte Bitbreite des verwendeten Datentyps zu beachten. Während für Geschwindigkeit, Lage und Höhe üblicherweise 4 Byte IEEE 754 Fließkommazahlen (Float) ausreichen, werden für die Länge und Breite 8 Byte IEEE 754 Fließkommazahlen (Double) benötigt. Bei der Codierung als Text-Symbole (z.B. ASCII) müssen entsprechend viele Stellen vorgesehen werden.

Die Einheiten der Zustandsgrößen entsprechen ebenfalls nicht in jedem Fall den erwarteten Einheiten, da z.B. die Winkel für die Navigationsrechnung in Radian und nicht in Grad dargestellt sind. Die Lagewinkel, die Drehraten, der Längen- und der Breitengrad müssen deshalb in Grad bzw. Grad/Sekunde ebenso wie die entsprechenden Kovarianzen umgerechnet werden. Für die Umrechnung finden die Fehlerfortpflanzungsgesetze Anwendung.

Zu einer vollständigen Ausgabe der Ergebnisse gehören, neben dem Zeitpunkt, für den der Zustandsvektors berechnet wurde, mindestens die Ausgabe der Standardabweichungen, die sich aus den jeweiligen Quadratwurzeln der Diagonalelemente der Kovarianzmatrix \underline{P}_k ergeben. Für die Weiterverarbeitung kann ebenfalls die Kenntnis der gesamten Kovarianzmatrix sowie der in den vorangegangenen Abschnitten erläuterten Werte zur Integrität und Leistung sowie Informationen über die Art der durchgeführten Korrekturschritte sinnvoll sein.

6 Beispiele für integrierte Navigationssysteme

Das folgende Kapitel stellt exemplarisch die Anforderungen an Navigationsanwendungen für unterschiedliche Domänen und Anwendungen vor. Es werden Beispiele für geeignete Architekturen und deren Einbindung in das jeweilige Gesamtsystem gegeben und auf Besonderheiten der jeweiligen Anwendung eingegangen.

6.1. Kommerzielle Luftfahrt

Die kommerzielle Luftfahrt dient der Beförderung von Fluggästen, Fracht oder Post durch gewerbliche Unternehmen wie Fluggesellschaften. Durch strikte Anforderungen an die Sicherheit in der kommerziellen Luftfahrt wird eine hohe Akzeptanz bei den Kunden erreicht. Die kommerzielle Luftfahrt gilt damit als eines der sichersten Fortbewegungsmittel mit weniger als einem Unfall pro 1 Million Flüge [152] überhaupt.

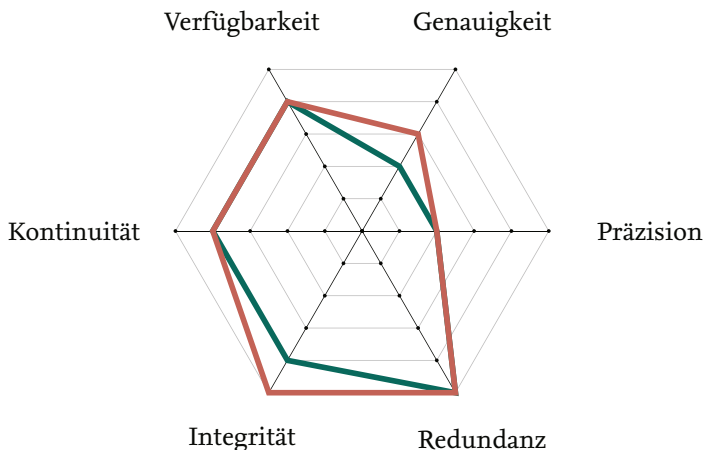


Abbildung 6.1.: Navigationsanforderungen in der kommerziellen Luftfahrt

Eine grobe Einordnung der Anforderungen an Navigationssysteme für die kommerzielle Luftfahrt entsprechend Kapitel 2 auf einer Skala von Eins bis Fünf ist in Abbildung 6.1 wiedergegeben. Als

Beispiel für anwendungsspezifische Anforderungen ist die Redundanz des Navigationssystems in die Liste der Anforderungen mit aufgenommen worden. Innerhalb von Abbildung 6.1 werden die Anforderungen für Start- und Landephase (rot) und Reiseflug (grün) unterschieden. Die konkreten Anforderungen werden in der Luftfahrt heutzutage nach dem Prinzip der „Performance Based Navigation“ (PBN) international festgelegt [11]. Im Gegensatz zur Zertifizierung einzelner Verfahren und Navigationsgeräte, wie es für ältere Verfahren z.B. die Flächennavigation mit VOR/DME der Fall war, definiert die „Performance Based Navigation“ das Konzept der „Required Navigation Performance“ (RNP) die für eine bestimmte Flugoperation benötigten Leistungsparameter, die das Flugzeug erreichen muss. Damit wird es besser möglich, die Zulassung von Navigationsequipment, Flugzeug und Flugmanöver voneinander zu trennen. In diesem Sinne werden für GNSS geführte Präzisionsanflüge und Flächennavigation (RNAV) in [12] die in Tabelle 6.1 zusammengefassten Anforderungen an die Parameter Genauigkeit, Integrität, Kontinuität und Verfügbarkeit der GNSS-Position gestellt. Können diese Anforderungen nicht mit GNSS allein erfüllt werden, sind ergänzende Systeme wie SBAS (Kapitel 3.3.5), GBAS (Kapitel 3.3.5) oder ABAS (Kapitel 3.4.5 und 5.2.4) zur Einhaltung der Anforderungen notwendig.

Flugphase	Genauigkeit		Integrität		Kontinuität	Verfügbarkeit	Alarmierungsgrenze	
	H (2σ)	V (2σ)	Risiko	TTA			H	V
En Route	2.0 nm	N/A	1 · 10 ⁻⁷ /h	300 s	10 ⁻⁵ /h	0.99999	2-4.0 nm	N/A
Terminal	0.4 nm	N/A	1 · 10 ⁻⁷ /h	15 s	10 ⁻⁵ /h	0.99999	1.0 nm	N/A
NPA	720 ft	N/A	1 · 10 ⁻⁷ /h	10 s	10 ⁻⁵ /h	0.99999	0.3 nm	N/A
APV I	720 ft	66 ft	2 · 10 ⁻⁷ /app.	10 s	8 · 10 ⁻⁶ /15 s	0.99999	130 ft	164 ft
APV II	52 ft	26 ft	2 · 10 ⁻⁷ /app.	6 s	8 · 10 ⁻⁶ /15 s	0.99999	130 ft	66 ft
CAT I	52 ft	13 ft	2 · 10 ⁻⁷ /app.	6 s	8 · 10 ⁻⁶ /15 s	0.99999	130 ft	33-50 ft

Tabelle 6.1.: Luftfahrt SiS Anforderungen für GNSS geführte Flugphasen

Durch den Einsatz von Inertialsystemen und ABAS-Verfahren wie in Kapitel 5.2.4 beschrieben, wird es möglich, auch langsam ansteigende Fehler zu detektieren, wie sie in [17] Appendix R definiert werden. Da das INS nicht nur die Position, sondern auch die weiteren für die Regelung des Flugzeugs nötigen Parameter wie Lagewinkel und Drehraten liefert und aus den Messungen der Luftdatensonden den Anströmungszustand berechnet, ist es zwingend erforderlich, nicht nur Fehler in den Messungen des GNSS zu erkennen und auszuschließen, sondern auch Fehlfunktionen der Hardware des INS und des GNSS-Empfängers zu detektieren und auszugleichen. Zu diesem Zweck werden in der kommerziellen Luftfahrt mehrfach redundante Systeme eingesetzt. Eine mögliche Architektur ist in Abbildung 6.2 dargestellt [153], wie sie in ähnlicher Form auch z.B. im Airbus A340 und anderen Verkehrsflugzeugen umgesetzt wird. Das System besteht aus drei INS, die parallel betrieben werden und zum Schutz gegen gleichartige Fehler an getrennten Stellen im Flugzeug und mit separaten Energieversorgungen installiert sind. Die Ergebnisse der INS werden kontinuierlich untereinander in einem Komparator (Voter) verglichen. Weicht ein INS signifikant von den Ergebnissen der anderen Systeme ab, so kann angenommen werden, dass dieses einen Fehler enthält und wird von der Regelung ausgeschlossen. Das System verliert damit seine Fähigkeit, weitere Systemfehler zu erkennen. Soll diese Fähigkeit erhalten bleiben, kann das System z.B. um ein viertes INS erweitert werden. Jedes INS verwendet wiederum ABAS-Verfahren, um Fehler in

den GNSS-Messungen zu detektieren. Für den Fall, dass die gekoppelte Navigationslösung (Airda-
ta Inertial Reference Unit, ADIRU) nicht mehr integer ist, wird parallel eine AHRS-Rechnung als
Rückfallebene für die Aufrechterhaltung der Stabilisierung des Luftfahrzeugs berechnet.

Für den Fall des Ausfalls eines GNSS-Empfängers sind diese doppelt vorhanden, so dass deren
Verwendung zwischen den Systemen umgeschaltet werden kann. Zusätzlich werden Luftdaten und
Magnetometer (ggf. in mehrfacher Ausführung) für die Fusion und Bereitstellung der benötigten
Größen verwendet.

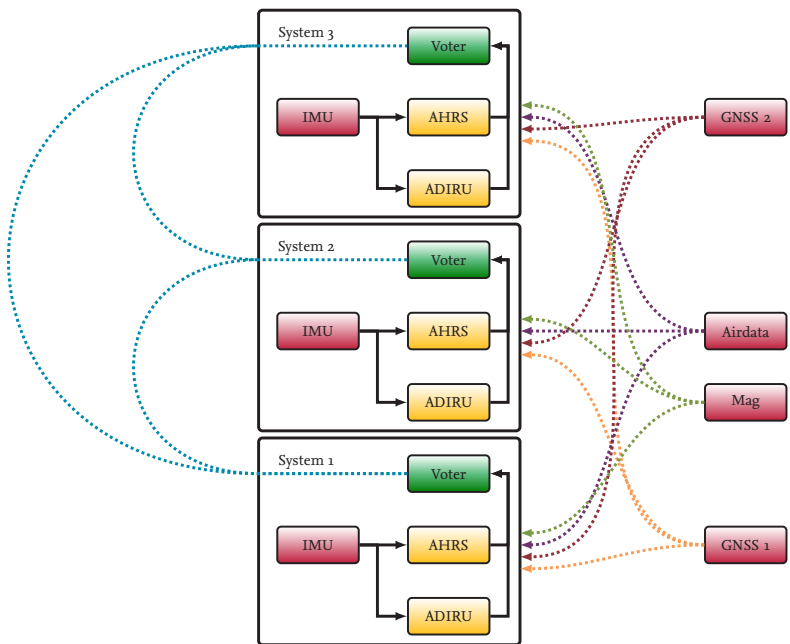


Abbildung 6.2.: Triplex-Architektur mit zwei GNSS, Luftdaten und Magnetometer

Da für das Erreichen der Anforderungen kein spezifisches Verfahren vorgeschrieben ist, sind eben-
falls andere Herangehensweisen möglich. Ein alternativer Ansatz wird z.B. in [154] und für den Ein-
satzzweck der automatischen Landung in [151] beschrieben. Die Navigation findet in dieser Anwen-
dung unter der Verwendung von SBAS statt. Da mit SBAS maximal Anflüge bis zu einer Entschei-
dungshöhe von 200 ft möglich sind, wird ein optisches System beschrieben, um die Integrität des
INS so weit zu steigern, dass unter Sichtbedingungen der Anflug bis zum Aufsetzen fortgesetzt wer-
den kann [155, 156].

Um ebenfalls den Ausfälle der Sensoren in der IMU detektieren zu können, können neben dem Ein-
satz mehrerer separater Systeme, wie in Abbildung 6.2 dargestellt, ebenfalls IMU eingesetzt werden,
die mehr als die benötigten Drehratensensoren und Beschleunigungsmesser in den drei Raum-

richtungen aufweisen. Dieses Verfahren wird bevorzugt angewendet wenn der verfügbare Bauraum gegen die Nutzung separater Systeme spricht, z.B. in Sonderflugzeugen und Kampfflugzeugen. In [99] wird eine mögliche Strategie zur Auswertung einer redundant ausgestatteten IMU vorgestellt.

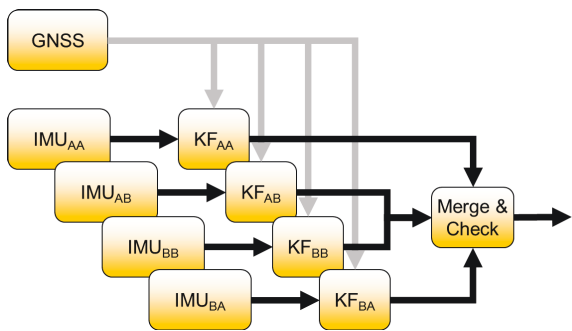


Abbildung 6.3.: Mögliches Verarbeitungsschema einer Redundant ausgestatteten IMU [99]

Das in Abbildung 6.3 wiedergegebene Schema, bildet aus den je zwei Sätzen Drehratensensoren und Beschleunigungsmesser, vier Kombinationen und berechnet mit diesen jeweils eine eigene hybride Navigationslösung in einem Fusionsfilter. Da die verwendeten Stützgrößen für alle vier Lösungen gleich sind, unterscheiden sich die Lösungen jeweils nur durch die verwendeten IMU Sensoren.

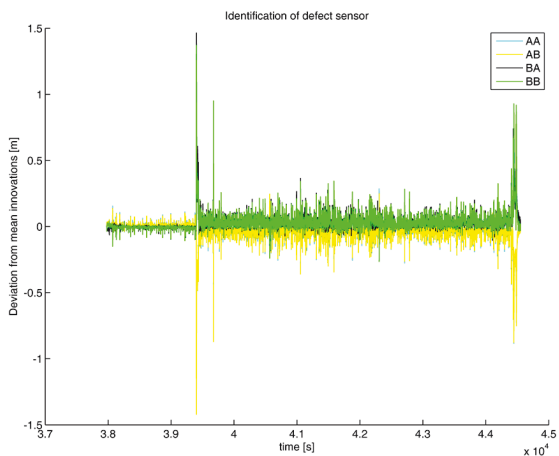


Abbildung 6.4.: Vergleich der Innovations der vier Subfilter der redundanten IMU [99]

Zum Vergleich der Lösungen werden in diesem Fall die Innovationen der Position herangezogen. In Abbildung 6.4 dargestellt ist die Abweichung der Innovation von der mittleren Innovation aller vier Lösungen für einen exemplarischen Flugversuch. Etwa zum Zeitpunkt 39300 tritt ein simulierter Fehler auf. Es ist deutlich zu erkennen, dass sich die Amplitude der Abweichungen der Innovationen zu diesem Zeitpunkt deutlich erhöht. Da die Amplitude jeweils in den Kombinationen AB und BB ansteigt, ist ersichtlich, dass der Fehler in den Sensoren *B vorliegt. Damit kann nicht nur der Fehler erkannt, sondern ebenfalls einem Sensorsatz zugeordnet und ausgeschlossen werden. Der fehlerfreie Teil des Systems kann für die Navigation weiter verwendet werden, bietet jedoch von diesem Zeitpunkt an keine vollständige Redundanz mehr.

Um ein solches System im Flugzeug zu erproben, kann wie in Kapitel 5.5.4 beschrieben, entweder ein Referenzsystem verwendet werden oder indirekte Kriterien für die Erprobung zu verwenden. Eine grundlegende Frage für die Filtererprobung ist ob dieser in der Lage ist verschiedene Fehler korrekt zu schätzen und einzelnen Zustandsgrößen zuzuordnen. Da die tatsächlichen Parameter trotz vorheriger Labor-Kalibrierung häufig nicht exakt bekannt sind, kann die zu schätzenden Störungen durchaus geringer als die zu Unsicherheit dieser Größen. In diesem Fall kann das in Kapitel 5.5.4 vorgestellte Verfahren angewendet werden und ein Vergleich zwischen der Rechnung mit den aufgezeichneten Werten und den gleichen Werten mit einem nachträglich aufgebracht bekannten Fehler gezogen werden. Die Differenz zwischen den geschätzten Sensorfehlergrößen beider Rechnungen muss nun mit den aufgetragenen Fehler übereinstimmen.

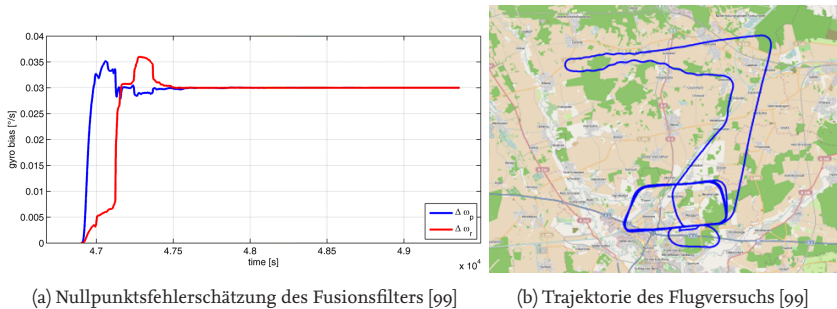


Abbildung 6.5.: Test der Nullpunktsfehlerschätzung eines Fusionsfilters

Abbildung 6.5a zeigt diese Differenz beispielhaft für zwei Nullpunktfehler von $0.03^\circ/\text{s}$ die gleichzeitig auf die Drehratensensoren der Längs- (p) und Hochachse (r). Aus dem Verlauf der Kurven ist ersichtlich, die Werte beider Fehler geschätzt und den Sensoren korrekt zugeordnet werden können. Ebenfalls ist ersichtlich, dass die Schätzung des Nullpunktfehlers des Drehratensensoren mit Ausrichtung entlang der Hochachse eine längere Zeit zur Schätzung des korrekten Wertes benötigt. Dies erklärt sich aus der geringeren Beobachtbarkeit der Zustandsgrößen in der Hochachse [99].

6.2. Kunstflug

Gänzlich anders als ein Navigationssystem für die kommerzielle Luftfahrt kann ein System für nicht sicherheitskritische Zwecke wie z.B. zum Training und der Erfassung von Kunstflugmanövern ausgeführt werden. Zum Vergleich ist die grobe Einordnung der Anforderungen in Abbildung 6.6 dargestellt.

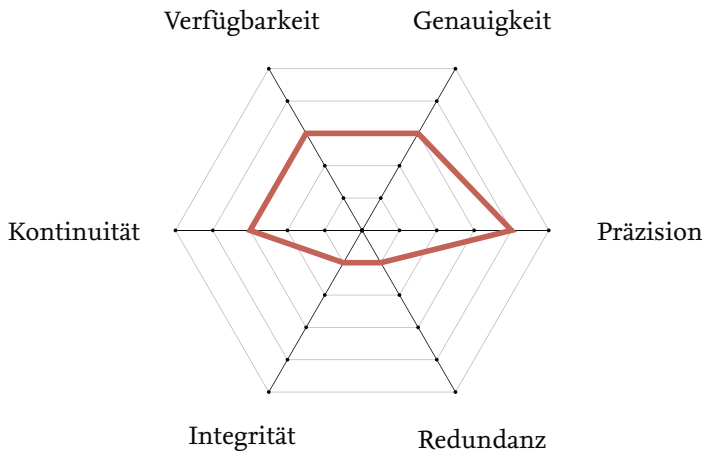


Abbildung 6.6.: Navigationsanforderungen für den Kunstflug

Die Integrität und Redundanz spielen für diese Anwendung keine wesentliche Rolle. Die Präzision ist für die Beurteilung hingegen von hohem Interesse, gefolgt von der Genauigkeit, der Verfügbarkeit und Kontinuität, die für den Piloten von praktischem Nutzen sind.

Da durch die hochdynamische Bewegung des Kunstflugzeugs der Empfang der GNSS-Stützgröße häufig unterbrochen wird, ist ein Empfänger, der die schnelle Reacquisition des GNSS-Signals beherrscht, notwendig. Hierfür ist die Stützung des Tracking mit dem INS durch tiefe Kopplung eine hilfreiche Technologie. Weitere Möglichkeiten sind die Verwendung mehrerer GNSS-Empfänger auf Ober- und Unterseite des Kunstflugzeugs. Moderne GNSS-Empfänger mit aggressivem Tracking sind häufig ebenfalls in der Lage, das Signal schnell genug zu reaquirieren, so dass eine ausreichende Stützung möglich ist. Als Stützgrößen können in diesem Fall alle Messgrößen des GNSS-Empfängers (Code-, Phasen- und Dopplermessung) verwendet werden.

Durch den häufigen Abriss des Trackings und meist nicht verfügbare Referenzstationsdaten ist die Verwendung der Phasenmessung für RTK überwiegend nicht erfolgversprechend. Die Trägerphase kann durch die Bildung von zeitlichen Differenzen nach Kapitel 5.3.3 zur Stützung herangezogen werden und zum Erreichen der geforderten Präzision beitragen.

Die Code- und Dopplermessung werden zweckmäßigerweise in enger Kopplung verwendet, um auch mit wenigen Satelliten stützen zu können. Durch die starken Beschleunigungen ist mit der Beeinflussung des GNSS-Empfängeroszillators zu rechnen. Für die enge Kopplung kann, wie in

[135] beschrieben, die Drift des Oszillators über die Messung der Dopplerverschiebung beobachtet und korrigiert werden.

Ein Integritätsmonitoring ist für diese Anwendung nicht erforderlich, stattdessen sollte eine intensive Prüfung auf der GNSS-Signalebene (Kapitel 3.3.4) erfolgen, um zu erwartende Fehlmessungen vor und nach den Abschaltungen, die durch die Bewegung des Flugzeugs entstehen, zu eliminieren.

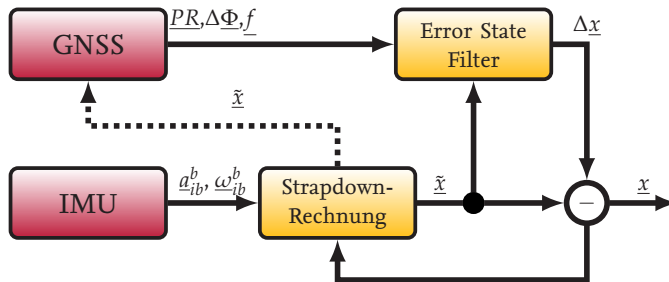


Abbildung 6.7: Fehlerzustandsfilter-Architektur für den Kunstflug

Als Filterarchitektur für den Kunstflugeinsatz kann z.B. der in Abbildung 6.7 gezeigte Fehlerzustandsfilter, der bereits in Kapitel 5.2.3 beschrieben wurde, eingesetzt werden. Besonderes Augenmerk ist bei der Mechanisierung und der Umsetzung auf die Behandlung der Lagewinkel zu legen, da diese durch die Kunstflugmanöver alle kritischen Punkte der EULER-Winkel durchlaufen können. Dies gilt nicht nur für den Filter und die Strapdown-Rechnung selbst, sondern ebenfalls für alle weiteren Schritte, die die Lagewinkel verarbeiten.

Da die Navigationsaufgabe auf einem Flughafenvorfeld beginnt, kann GNSS für das Alignment mitverwendet werden. Als IMU kommt für diese Anwendung aus Kosten- und Gewichtsgründen eine MEMS oder faseroptische IMU zum Einsatz. Eine Nordsuche durch Messung der Erddrehrate ist aufgrund der Genauigkeitsklasse der IMU und aus operationellen Gründen nicht angebracht¹. Ist kein Magnetometer vorhanden oder soll es aufgrund der Nähe zu Störquellen wie Metallhallen und anderen Flugzeugen nicht für die Bestimmung des Kurswinkels verwendet werden, kann die Messung der Bewegungsrichtung aus der GNSS-Geschwindigkeit beim Rollen des Flugzeugs zum Startpunkt verwendet werden. Da sich das Flugzeug in dieser Phase ohne nennenswerten Schiebewinkel bewegt, ist kein signifikanter Fehler durch dieses Verfahren zu erwarten.

Da keine Radsensoren verfügbar sind, kann eine Bewegungsdetektion für die ZUPT-Stützung nur auf GNSS und INS zurückgreifen. Die GNSS-Empfangsbedingungen auf dem Flughafenvorfeld können in der Regel als gut angenommen werden und somit die GNSS-Geschwindigkeit als primäre Größe für die Bewegungsdetektion genutzt werden.

¹Das Kunstflugzeug ist aufgrund seines geringen Eigengewichts sehr anfällig für Lageänderungen während des Alignments, und die benötigte Zeit für eine Nordsuche ist nicht akzeptabel.

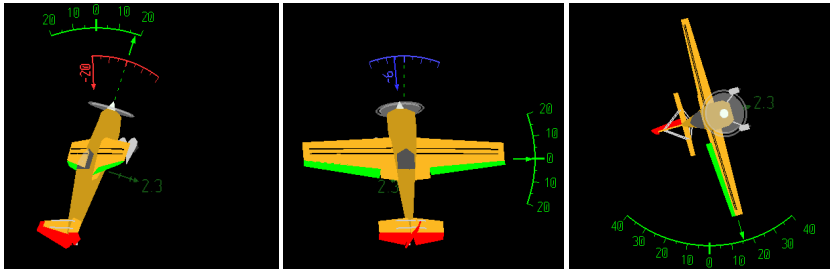


Abbildung 6.8.: Typische Lagewinkel während Kunstflugmaneuvers

Die extremen Lagewinkel beim Kunstflug erschweren deren Auswertung in Form von klassischen Graphen über der Zeit. Erfahrungen zeigen das bei Roll- und Nickwinkeln ab mehr als etwa 20° durch die nichtlineare Kopplung der Zustände das Verständnis für die tatsächliche Fluglage nachlässt. Dies betrifft nicht nur die Auswertung, sondern kann ebenfalls die Beobachtung des Piloten in extremen Lagen betreffen. Für die Qualitative Auswertung kann die Darstellung der Lagewinkel mit einem computergestützten Modell des Flugzeugs, z.B. wie in Abbildung 6.8 als drei Seitenansicht [157], Abhilfe schaffen. Diese Ansicht kann für das Verständnis der durchgeführten Bewegung wertvolle Hinweise liefern und mit weiteren Informationen kombiniert werden. In Abbildung 6.8 werden beispielsweise neben den Lagewinkeln, die Anströmungsrichtung des Flugzeugs als Skala (rot und blau) und die wirkende Beschleunigung als beschrifteter Pfeil mit variabler Länge dargestellt.

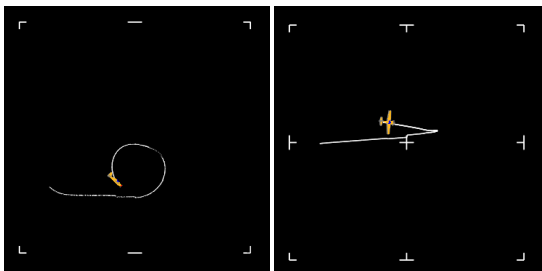


Abbildung 6.9.: Darstellung eines Kunstflugzeugs in der Wettbewerbsbox

Speziell für den Wettbewerbskunstflug wird gefordert, dass das Flugzeug seine Manöver innerhalb eines festgelegten Volumens durchführt. Die Überwachung erfolgt in der Regel auf optischen Weg, kann aber bei dem Einsatz von Ortungssensorik exakt erfasst werden und z.B. wie in Abbildung 6.9 gezeigt zur Anzeige gebracht werden.

6.3. Flugerprobung

Für die Erprobung neuer Flugzeuge oder Änderungen an bestehenden Flugzeugen existieren umfangreiche Regelwerke und Anforderungsdokumente, die die nachzuweisenden Parameter regeln. Die Art und Weise, wie der Nachweis erfolgt, wird ggf. im Einzelfall mit den Zulassungsbehörden festgelegt. Die Erfassung des Bewegungszustands des Flugzeugs ist dabei eine für nahezu alle Auswertungen relevante Größe. Da es sich um viele verschiedene Versuche handelt, deren Wiederholung zwar nicht wünschenswert, aber in der Regel möglich ist, sind die Anforderungen an Verfügbarkeit, Kontinuität, Integrität und Redundanz gering. Die Anforderungen an die Genauigkeit und Präzision schwanken je nach Versuch zwischen mittleren und sehr hohen Anforderungen. So stellt z.B. die Parameteridentifizierung eines flugmechanischen Modells (Abbildung 6.10, rot) sehr hohe Anforderungen an die Präzision und die zeitliche Genauigkeit, gerade auch im Zusammenspiel mit anderen Messgrößen, die am Flugzeug erfasst werden, während die Bestimmung der Reiseflugleistung (Abbildung 6.10, grün) keine besonderen Anforderungen stellt.

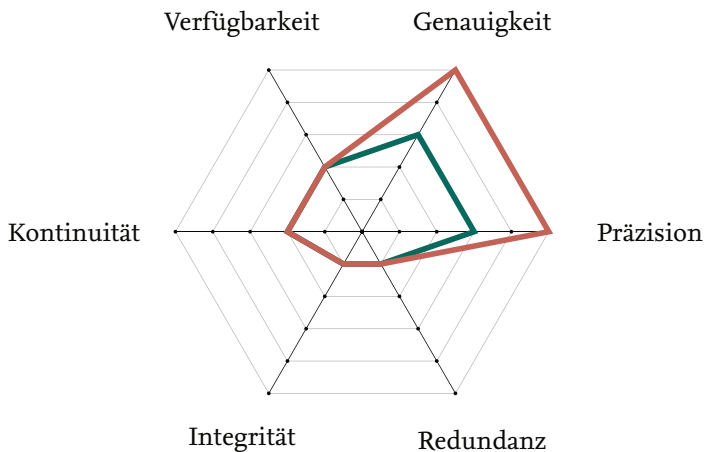


Abbildung 6.10.: Navigationsanforderungen für Flugerprobung

Als Filterarchitektur kommt wie in Abbildung 6.11 dargestellt ein ähnliches System wie für den Kunstflug in Frage, mit dem Unterschied, dass die hohen Anforderungen an das Tracking durch hohe Anforderungen an die Genauigkeit des GNSS-Empfänger ersetzt werden. Da der GNSS-Empfang wenig gestört wird, können die GNSS-Daten bei Bedarf mit Hilfe einer oder mehrerer Referenzstationen korrigiert und eine Phasenlösung (RTK) zur Stützung des INS berechnet werden. Eine endgültige Auswertung der Daten muss erst nach dem Flug stattfinden. Ein Telemetriesystem ist für diesen Zweck deshalb nicht zwangsläufig erforderlich. Die Daten können getrennt voneinander an Bord des Flugzeugs und am Boden aufgezeichnet und später gemeinsam verarbeitet werden. Die in den GNSS-Messungen vorhandenen Zeitinformationen erfordern keine zusätzlichen Maß-

nahmen zur Synchronisation. Durch den durchgängig zu erwartenden guten Empfang der GNSS-Signale wird eine enge Kopplung für die Flugerprobung nicht benötigt. Der Einsatz verschiedener Softwarepakete für die GNSS- und INS-Berechnung ist damit einfach möglich. Für die Auswertung im Postprocessing kann auf alle Daten des gesamten Versuchs zugegriffen werden. Es können für die Auswertung also auch nicht kausal arbeitende Algorithmen verwendet werden. So können die Mehrdeutigkeiten anhand der maximalen Zeitfenster des ungestörten Empfangs bestimmt werden und anschließend auf das gesamte Zeitfenster zur Berechnung der RTK-Lösung angewendet werden. Ebenfalls besteht die Möglichkeit, alle Daten zur Fehlerdetektion einzusetzen und die Ergebnisse z.B. durch Fixed-Lag Smoothing des KALMAN-Filters zu optimieren [70, 148].

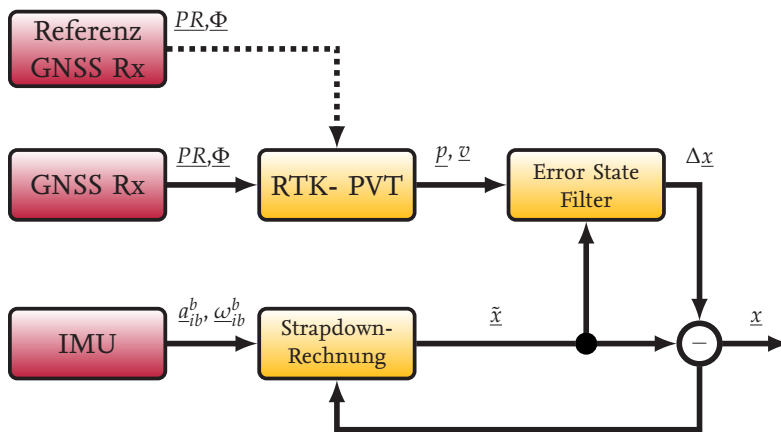


Abbildung 6.11.: Fehlerzustandsfilter-Architektur für die Flugerprobung

Der GNSS-Empfänger sollte für diese Anwendung Mehrfrequenzempfang unterstützen, um die Zuverlässigkeit und Verfügbarkeit der RTK-Lösung zu verbessern. Die IMU kann entsprechend der kurzzeitigen Anforderungen an die Präzision und Genauigkeit ausgewählt werden. Durch die durchgängige und präzise Stützung sowie die Möglichkeit der nicht kausalen Auswertung können mit hochwertigen MEMS oder faseroptischen IMU die Anforderungen meist erreicht werden. Für das Alignment kommt prinzipiell eine Ausrichtung über Nordsuche in Frage, wenn die verwendete IMU dies möglich macht. Da die Prozessierung nachträglich erfolgt, kann ebenfalls eine separat bestimmte Ausrichtung zu einem geeigneten Zeitpunkt und Ort für das Alignment verwendet werden.

Für die Bewegungsdetektion stehen in der Regel keine speziellen Sensoren zur Verfügung, da das Experimentalsystem nicht mit der Bordsensorik verbunden ist. Die Bewegungsdetektion kann entweder über das RTK/GNSS realisiert werden, oder durch manuelle Datenauswertung erfolgen. Bei der Verwendung der GNSS-Informationen muss darauf geachtet werden, dass für Drehflügler im Schwebeflug nicht zwangsläufig die Voraussetzungen für die ZUPT-Stützung gegeben sind. Ebenfalls kann die Geschwindigkeit eines Flugzeugs über Grund durch Gegenwind auf Null fallen.



Abbildung 6.12.: Sensoren und Messsystem zur Erprobung eines Kleinflugzeugs

Für die Erprobung von Flugzeugen, anderen Vehikeln und für wissenschaftliche Missionen sind neben den Messdaten des GNSS/INS Systems weiterer Messgrößen erforderlich. In Abbildung 6.12 sind verschiedene typische Sensoren abgebildet. Links oben ist ein Knüppelkraftmesser zu sehen, mit dem die Steuerkräfte die der Pilot aufbringen muss mithilfe von Dehnungsmessstreifen gemessen werden. In der Mitte ist eine Strömungs- und Staudrucksonde zur Messung der Anströmungswinkel zu sehen. Unten ist ein Winkelsensor zur Messung der Klappenausschläge abgebildet. Um diese Messdaten optimal auswerten zu können ist ein Messsystem erforderlich das die zeitliche Zuordnung zwischen dem Zustandsvektor des INS/GNSS System und den anderen Messgrößen herstellen kann [158]. Viele GNSS/INS Systeme bieten zu diesem Zweck Schnittstellen an, die zu definierten Zeitpunkten Pulssignale ausgeben und zur Synchronisation andere Systeme genutzt werden können. Einige Systeme bieten ebenfalls die Möglichkeit ein entsprechendes Pulssignal entgegenzunehmen und in Ihrem Datenstrom den Zeitpunkt ihrer Systemzeit auszugeben. Der Abstand zwischen den Pulsen muss so lang gewählt werden, das eine eindeutige Zuordnung zwischen Puls und Zeitinformation möglich ist.

6.4. Unbemannte und ferngelenkte Flugsysteme

Eine zunehmend an Bedeutung gewinnende Anwendung in der Luftfahrt ist die Stabilisierung und Führung von unbemannten oder ferngelenkten Flugsystemen (UAS/RPAS) [159]. In dieser Domäne existieren erhebliche Unterschiede zwischen den Luftfahrzeugen, deren Gewicht von wenigen Gramm bis zu dem Gewicht eines Passagierflugzeugs reicht. Das Einsatzgebiet erstreckt sich vom bodennahen Luftraum in wenigen Metern Höhe über Grund bis in und über den kontrollierten Luftraum, der von der kommerziellen Luftfahrt genutzt wird. Entsprechend vielfältig sind die Anforderungen an diese Luftfahrzeuge. Während für große UAS die Anforderungen der allgemeinen Luftfahrt gelten, benötigen die kleinsten Fluggeräte weder eine Zulassung im Sinne der Luftfahrt noch einen ausgebildeten Flugzeugführer. Die Anforderungen werden darüber hinaus anhand des Einsatzszenarios festgelegt. Ein UAS, das über einer Menschenansammlung oder bewohntem Gelände betrieben werden soll, muss höheren Anforderungen genügen als ein UAS, das über unbewohntem Gelände wie z.B. Ackerland fliegt.

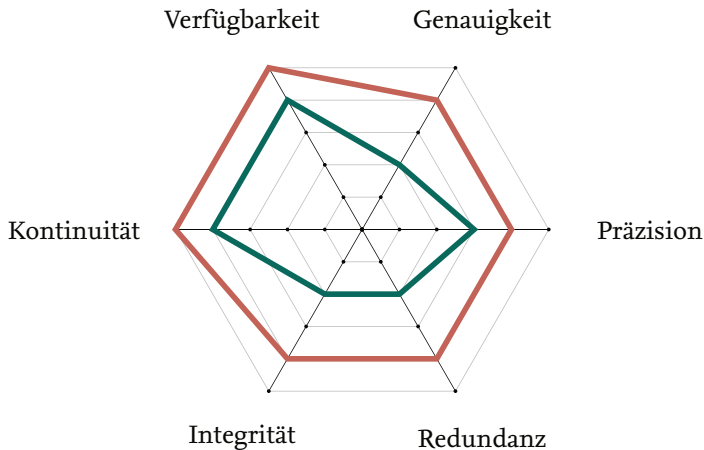


Abbildung 6.13: Navigationsanforderungen für UAS/RPAS

In Abbildung 6.13 sind die groben Anforderungen für ein Hochrisiko UAS (rot) und ein RPAS mittlerer Risikostufe (grün) exemplarisch dargestellt. Das Hochrisiko UAS stellt die höchsten Anforderungen an die Verfügbarkeit und Kontinuität des Navigationssystems, da es diese zum Betrieb benötigt und bei deren Versagen dieser Funktionalität verloren geht. Somit sind ebenfalls die Integrität und Redundanz wichtige Schlüsselfaktoren für das Hochrisiko UAS. Da der Verlust des UAS nicht zwangsläufig den Verlust von Menschenleben nach sich zieht, sind diese Anforderungen jedoch ggf. etwas geringer einzustufen als bei der Führung von bemannten Luftfahrzeugen. Die Genauigkeitsanforderungen werden durch die zu erfüllende Mission definiert, sind jedoch bei Flügen,

die nicht im niedrigsten Luftraum durchgeführt werden, moderat. Für Start und Landung des Luftfahrzeugs gelten höhere Anforderungen als in der kommerziellen Luftfahrt, da die Kontroll- und Navigationsfunktionen des Piloten von dem System mit übernommen werden müssen.

Mit Abnehmen der Größe, des Gewichts, sowie abhängig von dem Einsatzzweck und den damit verbundenen Risiken, sinken ebenfalls die Anforderungen an das UAS/RPAS. Bei dem Betrieb im niedrigen Luftraum ist für ein RPAS die Genauigkeit von geringerer Bedeutung, wenn der Führer des Luftfahrzeugs die Bahnregelung übernimmt. Eventuell vorhandene Umfellsensoren können zur Orientierung und Navigation im taktischen Umfeld verwendet werden, während die geodätischen Koordinaten überwiegend zur strategischen Planung und Missionsüberwachung genutzt werden.

Bei kleinen UAS/RPAS sind Anforderungen an die Redundanz und die Hardware-Integrität schwer zu erfüllen, da durch den verfügbaren Bauraum und die Gewichtsbeschränkungen die komplette Trennung der Systeme und die Eliminierung von gleichartigen Fehlern (engl. Common Mode Failures) oder Fehlern gleicher Ursache (engl. Common Cause Failures) häufig nicht sinnvoll möglich ist. Mehrfach redundante Systeme sind in Fällen, in denen die Ausfallwahrscheinlichkeit einer gemeinsamen Energiequelle erheblich größer ist, nur bedingt sinnvoll. Eine sinnvolle Alternative können Rettungssysteme bieten, die auch bei Versagen der Energieversorgung noch auslösen können.

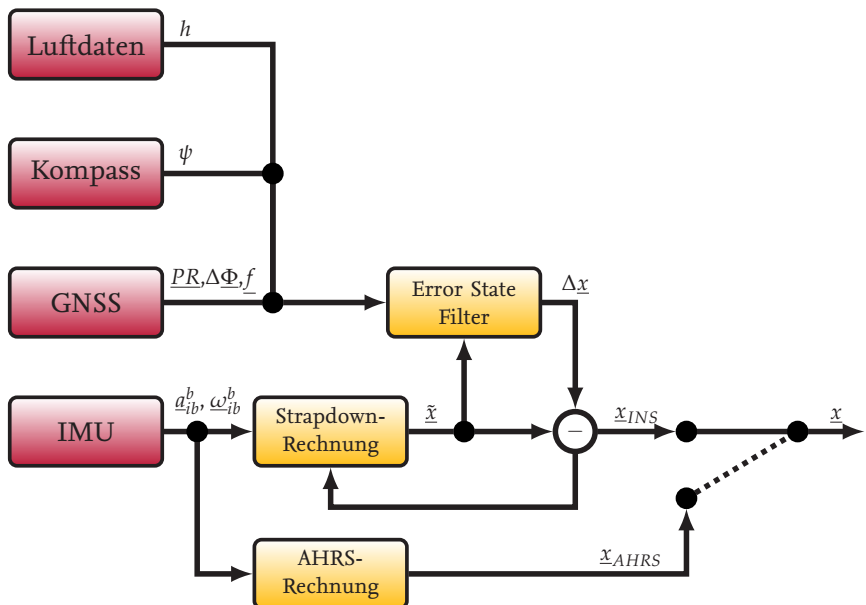


Abbildung 6.14.: Fehlerzustandsfilter-Architektur für ein einfaches Multi-Rotor-RPAS

Für ein einfaches Multi-Rotor-RPAS (z.B. einen Quadrocopter) ohne Redundanz [160] ist eine mögliche Filterarchitektur wie in Abbildung 6.14 möglich. Neben dem GNSS werden standardmäßig ein Magnetometer zur Messung des Gierwinkels und ein Statikdrucksensor zur relativen Höhenmessung verwendet.

Das Magnetometer kann zum Alignment und zur Stützung des Kurswinkels herangezogen werden. Da Multi-Rotor-RPAS fast ausschließlich in geringen Höhen operieren, kann die Störung des Magnetometers nicht ausgeschlossen werden. Eine intensive Überwachung der Messwerte des Magnetometers vor der Kopplung mit den inertialen Messdatendaten der IMU ist deshalb unerlässlich. Dies gilt besonders in der Nähe von großen metallischen Strukturen wie Schiffen und Industrieanlagen, elektrischen Anlagen wie Hochspannungsleitungen oder Gebieten mit hohen natürlichen Störungen wie z.B. Eisenerzabbaugebiete. Das System sollte deshalb in jedem Fall die Möglichkeit des Betriebs ohne Magnetometer unterstützen.

Der barometrische Sensor kann bei kurzen Unterbrechungen des GNSS-Empfangs die Stützung der Höhe übernehmen. Zu diesem Zweck wird meist während des Alignments der Druck am Abflugort gemessen und als Referenzdruck für die jeweilige GNSS-Höhe am Abflugort verwendet. Zusätzlich können in Bodennähe weitere Abstandssensoren wie Radar- oder Laserhöhenmesser für Start und Landung integriert werden [147, 161, 162].

Das GNSS wird idealerweise eng gekoppelt, um die Verfügbarkeit des Systems zu maximieren [163, 164]. Da die Anforderungen an die Integrität durch die direkte Überwachung seitens des Luftfahrzeugführers als gering eingestuft wurde, sind keine besonderen Maßnahmen zur Integritätsermittlung vorgesehen, können aber den Nutzwert des Systems steigern, wenn das System auch in kritischer bewerteten Szenarien eingesetzt werden soll.

Zur Erhöhung der Sicherheit und als Rückfallebene wird ein einfaches AHRS neben dem gekoppelten System mitgeführt, das möglichst wenig weitere Sensoren zum Betrieb benötigt. Kann die Stützung des gekoppelten Systems über einen längeren Zeitraum nicht sichergestellt werden oder weichen die beiden Zustandsvektoren zu stark voneinander ab, kann das Ergebnis der AHRS-Berechnung in Notfällen noch für die Stabilisierung des RPAS eingesetzt werden und für eine sichere Landung genutzt werden.

Für das Alignment wird meist eine Kombination aus Magnetometer für den Gierwinkel und einem statischen Alignment mit Hilfe der Beschleunigungsmesser eingesetzt. Da die IMU häufig aus einem niedrigen Preissegment gewählt wird und hohe Nullpunktfehler aufweist, müssen diese während der Initialisierung geschätzt werden. Dies geschieht häufig durch eine auf Mittelwertbildung basierende Nullpunktanpassung im Vorfeld des Alignments. Eine gute Alternative bietet die Möglichkeit einer ZUPT-Phase im Anschluss an das Alignment, die in der Lage ist, in kurzer Zeit signifikante Fehleranteile zu eliminieren, und zum Einschwingen der Filterzustände beiträgt. Für die Stillstandsdetektion können in diesem Fall die Motordaten verwendet werden. Sind die Motoren ausgeschaltet, ist ebenfalls die Störung der Messdaten der IMU durch Vibration geringer und die Bestimmung der magnetischen Nordrichtung weniger gestört. Um sicherzustellen, dass das RPAS nicht anderweitig bewegt wird, können zusätzlich die Messungen der IMU und des GNSS herangezogen werden.



Abbildung 6.15.: Laserscan und Kameraaufnahme innerhalb eines Gebäudes

Soll das Fluggerät innerhalb eines Gebäudes oder in Bereichen ohne GNSS Empfang betrieben werden, muss eine geeignete Quelle für Stützinformationen gefunden werden [146, 147]. Eine häufig angewendete Lösung ist in diesem Fall die, in Kapitel 5.3.8 beschriebene, Orientierung an den Strukturen des Umfelds. Abbildung 6.15 zeigt zwei Aufnahmen einer Szenerie mit zwei unterschiedlichen Sensoren. Sind die Positionen markanter Punkte z.B. aus einer digitalen Karte bekannt und in Sicht, können diese zur absoluten Stützung des INS verwendet werden [118, 143, 147, 155]. Sind keine markanten Punkte bekannt, so kann mit Hilfe von SLAM Verfahren eine Karte erstellt werden und die festgestellte Position zur Stützung des INS verwendet werden [161, 162]. Der Nachteil dieses Verfahrens ist wie in Kapitel 5.3.8 angemerkt, dass diese Umfeldrepräsentation ebenfalls eine Drift aufweist und somit keine vollständig stabile Lösung erreicht werden kann. Während die Drift des ungestützten INS vorrangig von der Zeit anhängt, ist die Drift der SLAM Verfahren vorrangig von der Positionsänderung abhängig. Diese Eigenschaft ist für die überwiegende Anzahl an Anwendungen vorteilhaft. Darüber hinaus liefern die Umfeldd Sensoren und die SLAM Verfahren wertvolle Informationen für die Wegplanung innerhalb des operativen Szenarios.

6.5. Hochautomatisiertes Fahren

Die Navigationsanforderungen für das hochautomatisierte Fahren können sehr unterschiedlich bewertet werden. Werden die Anforderungen für ein Navigationssystem so formuliert, dass das Fahrzeug in der Lage ist, weltweit die absolute erforderliche Leistung zu erbringen, um in einer globalen Umfeldrepräsentation aus bekannten Karten, eigenen und Umfelddaten dritter bewegt zu werden, ergeben sich die Anforderungen wie in Abbildung 6.16 durch die rote Linie beschrieben.

Dieses Vorgehen ist jedoch nur bedingt sinnvoll, da die Anforderungen kaum für jedes Szenario und bislang nicht mit begrenztem Ressourceneinsatz zu erfüllen sind. Vielmehr können die Anforderungen in einen Anteil für die taktische Navigation innerhalb der räumlich begrenzten lokalen Umgebungsrepräsentation und einen Anteil zur strategischen bzw. prätaktischen Planung aufgeteilt werden [165]. Die taktische Planung basiert überwiegend auf Umfeldsensoren, die gleichzeitig die Umgebung erfassen, relevante Informationen wie den Straßenverlauf und andere Verkehrsteilnehmer bewerten und die Navigation in dem so geschaffenen lokalen Szenario ermöglichen. Die Anforderungen an die strategische Planung, die in Abbildung 6.16 grün dargestellt sind, sind in Folge der Trennung der Fahrfunktionen wesentlich geringer und damit leichter zu erfüllen.

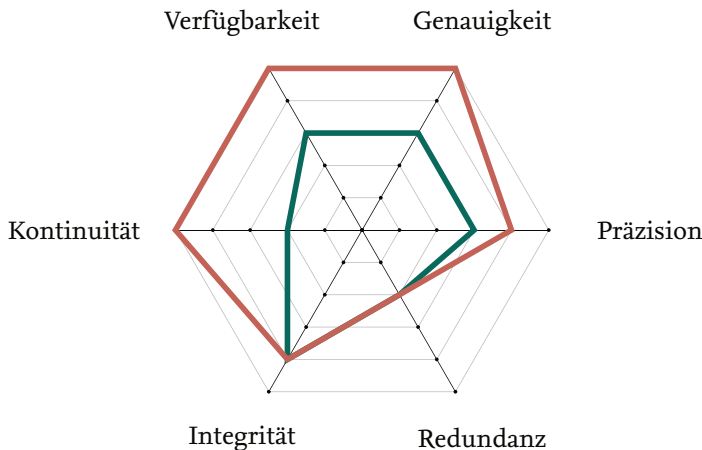


Abbildung 6.16: Navigationsanforderungen für hochautomatisiertes Fahren

Die Genauigkeitsanforderungen für die strategische und prätaktische Planung beschränken sich im Maximalfall auf eine fahrspurgenaue Positionsbestimmung [8, 165]. Die Präzision der Position und Lage ist für die Auswertung der Umfeldsensorik und zur Fahrzeugregelung von Interesse, wie z.B. in Kapitel 5.4.2 beschrieben. Da ein Fahrzeug im Fehlerfall durch einen Nothalt in einen regelungstechnisch sicheren Zustand überführt werden kann, beschränken sich die Anforderungen an die Redundanz der Systeme auf die sichere Durchführung eines Nothalts und auf die dem Fahrer zuzumutenden Komforteinbußen. Die Integrität der Navigationsinformationen muss dennoch hoch sein, so dass das Szenario mit hoher Sicherheit richtig erkannt und bewertet werden kann.

Geringe Lücken in der Kontinuität können, wenn sie nicht zu lange anhalten, durch die taktische Navigation mit Umfelddaten ausgeglichen werden. Die Anforderungen an die Verfügbarkeit liegen deshalb über denen der Kontinuität.

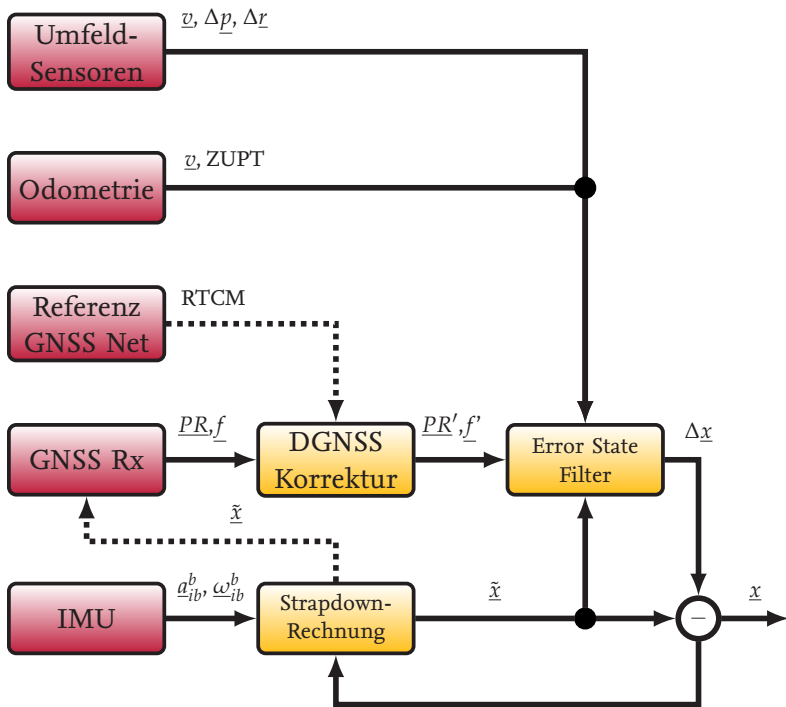


Abbildung 6.17: Fehlerzustandsfilter-Architektur für hochautomatisiertes Fahren

Die Kosten für ein Navigationssystem im hochautomatisierten Fahren sollten aufgrund der Wettbewerbssituation zwischen den Herstellern möglichst gering sein. Bauraum, Gewicht und Leistungsaufnahme für das System sind ebenfalls beschränkt. Das System muss robust und in großen Stückzahlen zu fertigen sein. Aufgrund dieser Randbedingungen kommen vor allen Dingen MEMS-Sensoren für die IMU in Frage, da diese effizient und kostengünstig gerade in großen Stückzahlen zu fertigen sind. Die IMU kann fest oder über Dämpfer mit der Karosserie verbunden werden. In jedem Fall ist darauf zu achten, dass die in Kapitel 4.6.2 beschriebenen Randbedingungen an die Abtastrate eingehalten werden [104].

Für das GNSS kommen Ein- oder Mehrfrequenzempfänger in Frage [166]. Durch die Verfügbarkeit von breitbandigen Datenverbindungen können in Fahrzeugen Korrekturinformationen von GNSS-Referenzstationsnetzwerken genutzt werden. Diese bieten aufgrund ihrer lokalen Informationen genaue Korrekturparameter für die meisten Fehler auf dem Signalpfad. Eine auf Mehrfrequenz-

messung basierende Korrektur ist damit nicht zwingend notwendig. Die dominierenden Fehler der so korrigierten GNSS-Signale werden durch Abschattung und Mehrwegeausbreitung hervorgerufen. Da es sich bei diesen Fehlern nicht um seltene und einzeln auftretende Effekte handelt, kommen die in Kapitel 5.2.4 und 3.4.5 vorgestellten Verfahren schnell an ihre Leistungsgrenze. Zur Detektion und zum Ausschluss dieser Messungen und der Berechnung einer integren Positionslösung müssen daher andere Verfahren gefunden werden.

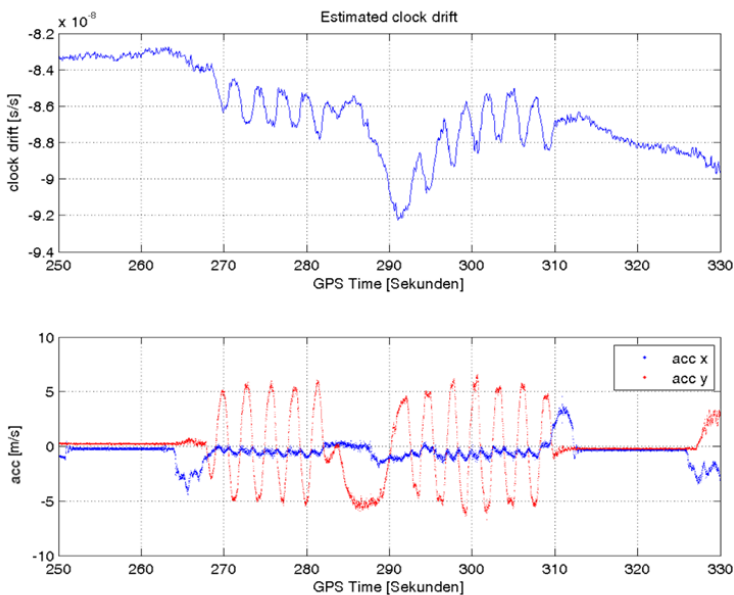


Abbildung 6.18.: Einfluss von Beschleunigungen auf eine GNSS Empfängeruhr

Um die häufig auftretenden Abschattungen in der Fahrzeugnavigation zu berücksichtigen, erfolgt die Kopplung, wie in Kapitel 5.3.3 beschrieben, als enge Kopplung auf Basis der GNSS-Messungen. In Abbildung 6.18 ist der in Kapitel 5.3.3 beschriebene Effekt von Beschleunigungen auf die GNSS-Empfängeruhr beispielhaft dargestellt. Es ist deutlich zu erkennen, dass sich die Drift der Empfängeruhr unter Beschleunigung ändert. Ist die Uhren-Drift in diesen Situationen nicht beobachtbar, weil zu wenig Satelliten sichtbar sind, führt dies zu nicht vernachlässigbaren Fehlern in den Stützinformationen, da auch zur Anwendung kommende Uhrenmodelle üblicherweise diesen Effekt nicht modellieren können. Abhilfe schafft z.B. das in [135] vorgestellte Verfahren.

Um die Leitungsfähigkeit des Systems weiter zu steigern, bietet sich in dieser Anwendung die tiefe Kopplung durch zusätzliche Stützung des GNSS-Empfangs mit dem Navigationsergebnis an. Gera-

de kurzfristige Störungen durch Bebauung und Vegetation können hierdurch effektiv vermindert werden [167]. Die Verwendung von RTK zum hochautomatisierten Fahren wird vielfach propagiert. Aufgrund der vorgeschlagenen Trennung von taktischer und strategischer Fahrfunktion ist die Genauigkeit eines RTK-Systems jedoch nicht notwendig. Ebenfalls kann das RTK-System die Anforderungen bzgl. Verfügbarkeit und Kontinuität systembedingt nicht erfüllen. Die Präzision, die für den Einsatz von RTK spräche, kann ebenfalls vom INS bereitgestellt werden, weshalb der Einsatz von RTK nicht erforderlich ist.

Von besonderem Nutzen für die Fahrzeugnavigation ist die Odometrie, die über die Messungen der Radsensoren realisiert werden kann. Diese Information kann im drift- und schlupffreien Fall zur Stützung des in Abbildung 6.17 skizzierten Koppelfilters verwendet werden. Da die Messungen der Odometrie weitestgehend unabhängig vom Umfeld und Umfeldbedingungen erfolgen, bieten diese eine gute Quelle für Geschwindigkeitsstützinformationen. Für die Detektion von Drift und Schlupfliegen durch die heute üblichen ESC/ESP-Systeme bereits Informationen aus einem unter sicherheitskritischen Gesichtspunkten entwickelten System vor. Neben der Stützung mit den auf Basis der Odometrie berechneten Geschwindigkeiten können die meisten Odometer als zuverlässige Quelle für die Bewegungsdetektion eingesetzt werden. Die damit verbundene ZUPT-Stützung kann, wie in Kapitel 5.3.4 beschrieben, sehr effektiv dazu beitragen, die Fehler erster Ordnung zu schätzen.

Die Umfellsensoren, die für die taktische Fahrfunktion verwendet werden, können ebenfalls für die Stützung des Navigationssystems verwendet werden. Besteht kein a priori Wissen über das Umfeld, kann wie in Kapitel 5.3.8 beschrieben die relative Bewegung in der Szenerie zur Stützung mit Positionsänderungen und Geschwindigkeiten genutzt werden. Besteht Vorwissen über die Position bestimmter Objekte, können ebenfalls absolute Stützinformationen bestimmt und zur Koppelung verwendet werden.

Ein besonderes Problem stellt für die Fahrzeugnavigation ein allgemeingültiges Alignment dar, da es viele unterschiedliche Situationen, wie z.B. das Alignment in Garagen, Autofahren oder Parkhäusern zu berücksichtigen gilt. In vielen dieser Situationen besteht kein GNSS-Empfang, der für das Alignment der Position oder des Kurswinkels genutzt werden könnte. Das Alignment unter Zuhilfenahme der letzten bestimmten Position und des Gierwinkels oder die Messung von magnetisch Nord, kann ebenfalls nicht alle Einzelfälle abdecken. Ein mit einer Kombination dieser Verfahren durchgeführtes Alignment muss alle Navigationsergebnisse so lange als nicht vertrauenswürdig kennzeichnen, bis diese z.B. durch GNSS-Empfang oder bekannte Umfelddaten validiert werden können.

6.6. Motorsport

Der Einsatz eines Navigationssystems für die Überwachung und Unterstützung im Motorsport stellt gänzlich andere Anforderungen als das hochautomatisierte Fahren. Für ein ergänzendes Assistenzsystem im Motorsport, das weder für den sicheren Betrieb noch für den Übergang in einen sicheren Zustand oder dessen Aufrechterhaltung zwingend notwendig ist, gelten keine besonderen Anforderungen an die Integrität oder die Redundanz des Systems. Zusätzlich zu dem Fahrzeugsystem erfüllen bestehende Systeme wie Streckenposten, Flaggen und Signaltafeln wichtige Aufgaben, die die Durchführung des Rennens absichern.

Um einen Mehrwert zu generieren, erfüllt das Navigationssystem damit den hauptsächlichen Zweck, genauere Informationen zu liefern als es die konventionellen Systeme ermöglichen. Die wesentlichen Anforderungen liegen folglich in den Bereichen Genauigkeit, Präzision, Verfügbarkeit und Kontinuität, wie in Abbildung 6.19 zusammengefasst ist.

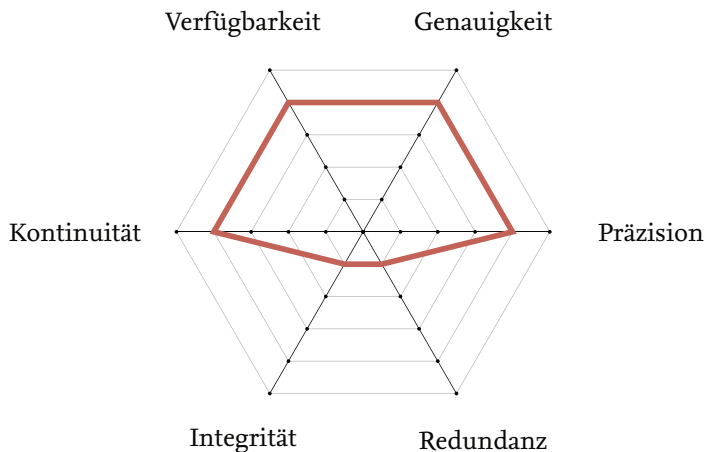


Abbildung 6.19.: Navigationsanforderungen für Motorsport

Der überwiegende Teil der Motorsportveranstaltungen findet in einem räumlich begrenzten Umfeld wie einer Rennstrecke oder einem entsprechend hergerichteten Straßenabschnitt in einem definierten Zeitraum und mit bestimmter Teilnehmerzahl statt. Für die Übertragung der Navigationsinformationen aus dem Rennfahrzeug und von Kommandos und Statusinformationen der Rennstrecke in das Fahrzeug ist ein entsprechendes Telemetriesystem erforderlich. Dies macht es möglich, eine eigene GNSS-Referenzstation effektiv in der in Abbildung 6.20 gezeigten Architektur des Navigationssystems einzubinden. Die Referenzstation kann dazu genutzt werden, die Messungen des im Fahrzeug verbauten GNSS-Empfängers zu korrigieren und die Berechnung einer PVT-Lösung zu unterstützen. Da die Empfangssituation erwartungsgemäß sehr schnell variiert, ist auch in dieser Anwendung die Stützung mit Empfängerrohdaten sinnvoll. Ein GNSS-Empfänger mit

aggressivem Trackingverhalten und der Möglichkeit der Stützung durch das INS sind wertvolle Eigenschaften für die Anwendung. Der GNSS-Empfang und die Verarbeitung der GNSS-Messungen sollte unterstützt werden, indem die Referenzstation die Ephemeriden dem Fahrzeugsystem bereitstellt, da durch die schnellen Wechsel der Beobachtungssituation diese nicht kontinuierlich und vollständig empfangen werden können. Die Ephemeriden, der Almanach und ein Zeittransfer zwischen GNSS-Referenzstation und Fahrzeugempfänger können weiter dazu genutzt werden, das Tracking zu unterstützen, und speziell bei der Ausfahrt aus Garagen für einen schnellen Empfang der Satelliten sorgen. Die Effekte der Beschleunigungen und Vibration auf den GNSS-Empfänger und dessen Messungen müssen z.B. wie in [135] beschrieben berücksichtigt werden.

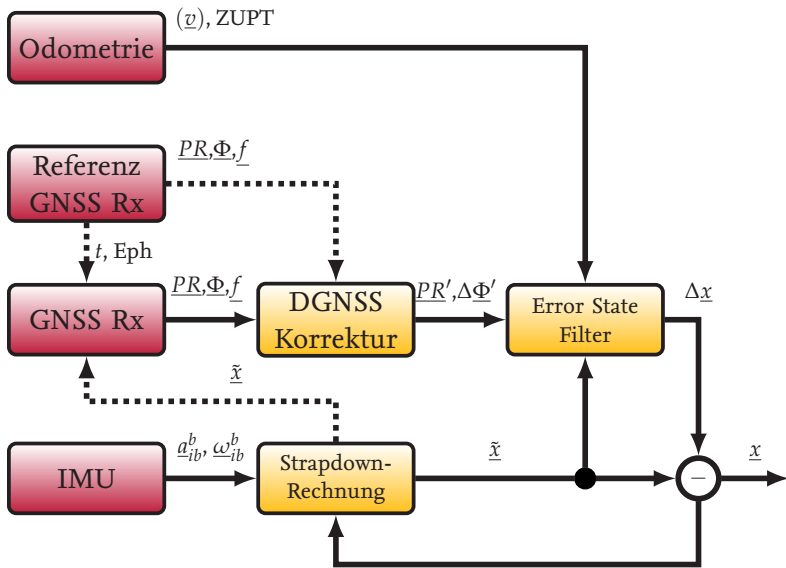


Abbildung 6.20.: Fehlerzustandsfilter-Architektur für hochautomatisiertes Fahren

Eine eventuell vorhandene Odometrie kann zur Durchführung einer ZUPT-Stützung verwendet werden. Soll darüber hinaus eine Stützung der Geschwindigkeit stattfinden, muss für den jeweiligen Fahrzeugtyp ein geeignetes kinematisches Modell vorliegen und die Möglichkeit bestehen, Drift und Schlupf zu detektieren.

Das Alignment des Navigationssystems kann anhand der Beschleunigungen durch eine Grobausrichtung im Roll- und Nickwinkel erfolgen. Der Kurswinkel kann anhand der GNSS-Bewegungsrichtung angenähert werden, da von der Sichtbarkeit des GNSS beim Start ausgegangen werden kann und vor dem Start die Fahrzeuge typischerweise in die Startaufstellung gefahren werden. Die Position und Geschwindigkeit können für das Alignment ebenfalls durch GNSS bestimmt werden.

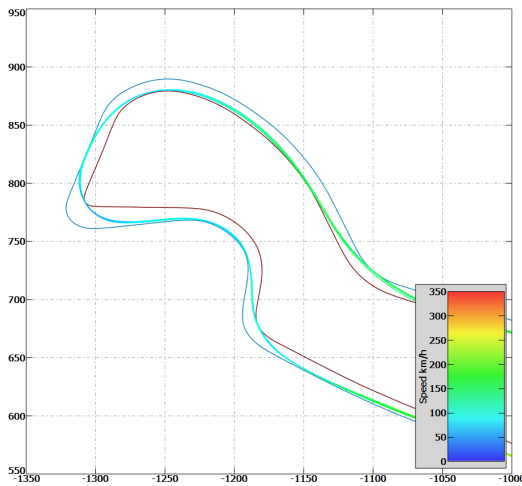


Abbildung 6.21.: Hochgenau vermessene Trajektorie aus dem Motorsport

Bei der Erprobung von Fahrzeugen kann in vielen Fällen ein erheblich einfacherer Aufbau gewählt werden, wenn die Daten nicht in Echtzeit im Fahrzeug benötigt werden. In diesem Fall kann auf eine Telemetrie verzichtet werden und die Daten in der GNSS-Referenzstation und dem Fahrzeug lediglich aufgezeichnet werden. Dieses Vorgehen eröffnet für die anschließende Auswertung der Daten vielfältige Möglichkeiten, wie z.B. die nicht-kausale Auswertung (Vorwärts-Rückwärts Rechnen, Glättung, Batch-Processing) aller Daten über den ganzen Fahrversuch. Auch die Synchronisation der Daten profitiert von diesem Vorgehen. Auch die Aufzeichnung der Odometrie ist nicht mehr zwingend erforderlich, da die Start-Stop Zustände zuverlässig aus den vorliegenden Daten des GNSS und INS Systems ermittelt werden können. Abbildung 6.21 zeigt einen Ausschnitt aus einer so vermessenen Fahrversuchstrajektorie mit einem hochwertigen System aus einer IMU (Ring-Laser-Gyroskope, Servo Beschleunigungsmesser) und einem Multi-Constellation-Multi-Frequency GNSS-Empfänger. Zur Auswertung wurden eine GNSS-Referenzstation und präzise Ephemeriden aus dem IGS-Netzwerk verwendet. Auf diesem Wege konnten Genauigkeiten im Bereich von wenigen Millimetern erreicht werden.

Eine Besonderheit bei der Auswertung von Fahrten auf Rennstrecken ist, dass sich die Trajektorien aufgrund des Rundkurses überlagern. Eine rundenweise Auswertung ist deshalb sinnvoll und vielfach von den Beteiligten gewünscht. Ein System zur automatischen Erfassung der Start/Ziel-Linie kann hierbei hilfreich sein. Eine manuelle oder automatische Start/Ziel-Ermittlung auf Basis der Positionsdaten können alternativ genutzt werden und benötigen keinen weiteren Installationsaufwand.

6.7. In-Eis-Navigation

Ein Beispiel für eine ungewöhnlichere Anwendung unter extremen Bedingungen ist die Navigation im Feststoff Eis. Um Proben von unter und im Eis eingeschlossenen Flüssigkeiten zu nehmen, wurden unterschiedliche Arten von Einschmelzsonden entwickelt. Die überwiegende Anzahl dieser Sonden schmilzt sich ohne Manövrierfähigkeit der Erdanziehungskraft folgend durch das Eis eines Gletschers oder der Polkappen. In [168] wird eine Einschmelzsonde vorgestellt, die sich im Eis gerichtet fortbewegen und Ihre Schmelzrichtung gezielt anpassen kann. Um ausgewählte Ziele im Eis anfahren zu können, ist unter anderem ein Navigationssystem notwendig, das die Orientierung im Eis erlaubt und durch die geringe Geschwindigkeit von etwa 1 m/h über lange Zeitspannen stabil arbeiten kann.

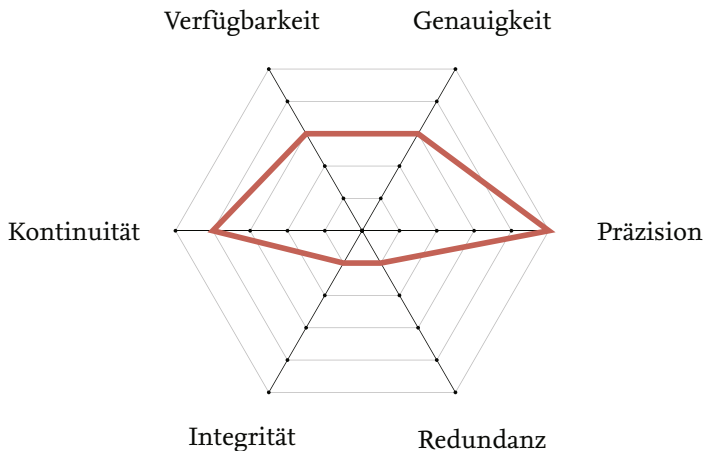


Abbildung 6.22.: Navigationsanforderungen für In-Eis-Navigation

Aufgrund der extrem langen Missionszeiten und wenigen Stützgrößen muss die Präzision sehr hoch sein, um über die gesamte Mission eine mittlere Genauigkeit einhalten zu können. Die Anforderungen an die Verfügbarkeit sind als moderat zu bewerten, da der Startzeitpunkt für die Einzelaufgabe und in Anbetracht der Missionszeit eine untergeordnete Rolle spielt. Ist die Mission einmal begonnen, ist ein Abbruch nur schwer möglich und mit hohem Aufwand verbunden. Die Kontinuitätsanforderungen sind folglich hoch. Da die Mission keine sicherheitskritischen Aspekte aufweist und neben dem Abbruch der Mission keine Folgen zu erwarten sind, gelten keine besonderen Integritäts- und Redundanzanforderungen.

Da selbst hochgenaue IMU bei Missionszeiten über 100 Stunden ohne Stützung zu hohe Driften aufweisen und die Integration eines solchen Systems weder vom Platz- als auch vom Energiebedarf möglich ist, muss eine Lösung gefunden werden, die mit einer kompakten IMU arbeiten kann. Die Berechnung der Lage mit einem AHRS-Algorithmus wie in Kapitel 4.7 beschrieben ist auch über lange Missionszeiten stabil und unterliegt in einer quasi statischen Umgebung keiner Drift. Durch

die geringe Dynamik kann der Erdschwerevektor durchgängig für die Stützung des Roll- und Nickwinkels herangezogen werden².

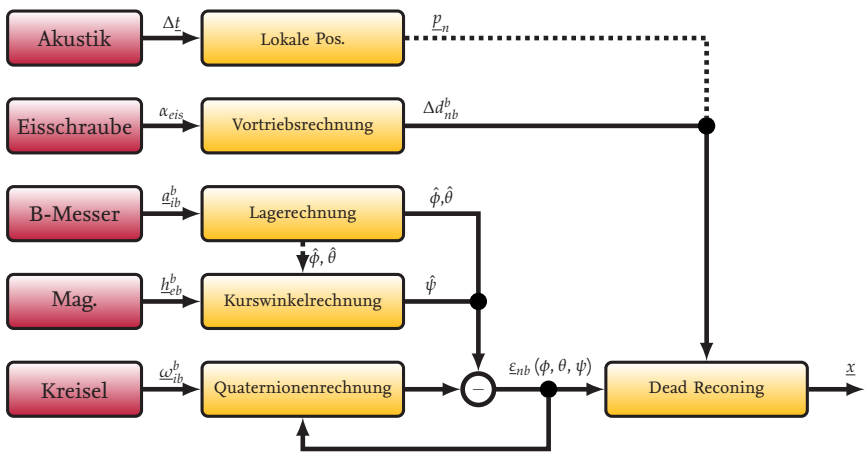


Abbildung 6.23.: Navigationsarchitektur für In-Eis-Navigation

Abbildung 6.23 zeigt eine auf diesen Überlegungen basierende Navigationsarchitektur für die In-Eis-Navigation. Drehratensensoren und Beschleunigungsmesser werden in einem AHRS-Algorithmus verarbeitet. Zur Stützung des Gierwinkels wird ein hochgenaues Vektor-Magnetometer verwendet, aus dem unter Verwendung der durch das Erdlot bestimmten Winkel der Gierwinkel berechnet werden kann. In dem konkreten Fall wurde zur Kompensation der in Abbildung 6.24 dargestellten großräumigen Störungen und tageszeitabhängigen Schwankungen im Erdmagnetfeld ein weiteres Magnetometer zur Kompensation auf der Eisoberfläche eingesetzt [169].

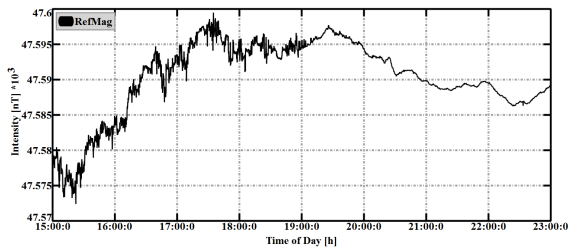
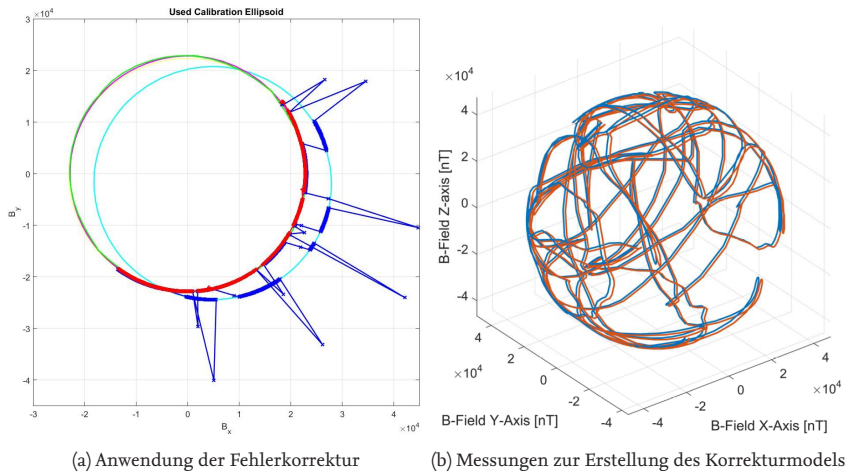


Abbildung 6.24.: Gemessene Variation des Erdmagnetfelds [168]

²Dies gilt für moderate Roll- und Nickwinkel. Wird nahe an den kritischen Punkten der EULER-Winkeln operiert ändern sich die beobachtbaren Winkelbeziehungen.

Gut zu erkennen ist ebenfalls der tageszeitliche Einfluss, der ab Sonnenuntergang um 19 : 00 Uhr zu stark reduziertem Rauschen führt.

Daneben ist es notwendig die durch die Einschmelzsonde selber hervorgerufenen Störungen möglichst gut zu eliminieren. Zu diesem Zweck wurden Versuche zur Kalibrierung der Sonde im Feld durchgeführt und ausgewertet. Dies war nötig, da einige Komponenten und Verbraucher erst vor Ort verfügbar waren. Wie aus Abbildung 6.25b zu entnehmen ist, wurde die Sonde dazu in allen Raumrichtungen gedreht und die Komponenten der magnetischen Feldstärke gemessen. Enthalten diese Messungen keine Störanteile liegen alle Messgrößen auf einer Kugeloberfläche mit dem Ursprung im Nullpunkt und dem Radius des Betrags des lokalen Erdmagnetfelds. Die Verschiebung, Skalierung und Verzerrung der gemessenen Oberfläche können nun bestmöglich, z.B. durch die Methode der kleinsten Fehlerquadrate [169] oder einen Kalman-Filter, angepasst werden.



(a) Anwendung der Fehlerkorrektur

(b) Messungen zur Erstellung des Korrekturmodells

Abbildung 6.25.: Kalibrierung und Fehlerkorrektur eines Präzisionsmagnetometers [169]

Die resultierenden Parameter können zur in Abbildung 6.25a abgebildeten Korrektur der Messungen angewendet werden. Im vorliegenden Fall konnten Störungen von 5° ausgeglichen werden. Daneben müssen während des Betriebs auftretende Störungen erkannt und eliminiert werden, um valide Winkelmessungen zur Stützung der IMU liefern zu können. Ein entsprechendes verfahren wird in [169] beschrieben und ist auch für alltägliche Szenarien sinnvoll. Beispielsweise erzeugen auch Laternenmasten und Schaltkästen signifikante Störungen, die auch bei einfachen Magnetometern zu fehlerhaften Kurswinkelmessungen führen.

Die durch die Fusion von IMU und Magnetometern gewonnene langzeitstabile Lageinformation kann im vorliegenden Fall zur Regelung der Eissonde verwendet werden. In einem weiteren Schritt wird anhand der Messung des Vortriebs, in diesem Fall gemessen durch den Drehwinkel einer Eisschraube, die zurückgelegte Trajektorie durch Koppelnavigation (engl. Dead Reconing) bestimmt. Durch die langen Messintervalle kann die berechnete Lage weitgehend von Rauschanteilen befreit

werden, so dass die Koppelnavigation auch über längere Zeiträume aufrecht erhalten werden kann. Im vorliegenden Fall wurde durch akustische Laufzeitmessung die Position im Eis eingegrenzt. Andere Lösungen sind die Verwendung von Bodenradar oder Seismik zur Fremdortung. Die so gewonnene Positionsinformation kann zur Korrektur der Koppelnavigation genutzt werden.

Das Alignment kann in diese Anwendung auf verschiedenen Weg erfolgen. Möglichkeiten sind ein Transferalignment mit bekannten Lagedaten, die Nordsuche beim Einsatz genauer Kreisel oder die verfügbaren hochgenauen Magnetfeldmessungen.

7 Zusammenfassung

In den vorangegangenen Kapiteln wird eine umfassende Darstellung des Themenfelds der Multi-Sensor-Navigationssysteme gegeben. Diese beginnt in Kapitel 2 mit den wesentlichen Anforderungsparametern, die an Navigationssysteme gestellt werden, um für die jeweilige Anwendung maßgeschneiderte Lösungen entwickeln zu können. Um diese Anforderungen erfüllen zu können, müssen alle Teilsysteme in der Lage sein zu diesen beizutragen, so dass das resultierende Multi-Sensor-Navigationssystem die gewünschten Eigenschaften aufweist.

In Kapitel 3 wird die Verarbeitungskette von GNSS-Informationen von der Antenne bis zur Ausgabe der Ergebnisse dargestellt. Die Darstellung legt besonderen Wert auf die durchgängige Beschreibung des gesamten Bearbeitungsprozesses, da nur, wenn alle Schritte der Verarbeitung korrekt durchgeführt werden, diese gemeinsam zu einem einwandfrei funktionierenden Gesamtsystem führen. Im Hinblick auf die Kopplung der GNSS-Daten mit inertialen Messdaten wird ein besonderes Augenmerk auf die Modellierung und Fehlerfortpflanzung der Messunsicherheiten gelegt. Das folgende Kapitel 4 beschreibt unter denselben Gesichtspunkten die Verarbeitungskette von inertialen Messdaten. Besonderes Augenmerk liegt hierbei ebenfalls auf der Aufbereitung der inertialen Messdaten für die spätere Verarbeitung in der Navigationsrechnung bzw. dem Koppelfilter. Die Kopplung der inertialen Messdaten mit Messdaten weiterer Sensoren wird in Kapitel 5 thematisiert. Es werden verschiedene Strategien und Lösungsansätze zur Koppelung von Multi-Sensor-Navigationsdaten vorgestellt und anhand eines zeitverzögert arbeitenden Fehlerzustandsfilter anschaulich alle wesentlichen Schritte zur Kopplung mit unterschiedlichen, häufig verwendeten Sensoren beschrieben. Im Folgenden werden Verfahren beschrieben, die besondere Relevanz bei der Verwendung eines zeitverzögert arbeitenden Koppelfilters besitzen und abschließend auf die Aufbereitung der berechneten Navigationsergebnisse eingegangen.

Kapitel 6 liefert verschiedene Beispiele für real implementierte integrierte Navigationssysteme. Anhand dieser Beispiele wird dargestellt, welchen Einfluss unterschiedliche Anforderungen auf die Auswahl der eingesetzten Sensoren, die Architektur und die Funktionsweise eines Multi-Sensor-Navigationssystems haben. Basierend auf diesen Beispielen und der detaillierten Beschreibung der Verarbeitungsketten für GNSS- und inertiale Navigationsdaten, können weitere Systeme für spezielle Anwendungsfälle abgeleitet werden.

Auf dieser Basis können Navigationslösungen für die stetig wachsende Anzahl an Anwendungen in den unterschiedlichsten Bereichen abgeleitet und entwickelt werden. Speziell in dem Bereich der hochautomatisierten Führung von bemannten und unbemannten Fahrzeugen zu Land, zu Wasser und in der Luft sind zukünftig vermehrt Navigationssysteme gefordert, die hohe Anforderungen an die Sicherheit der Nutzer und deren Umwelt stellen. Um diesen Anforderungen gerecht zu werden, müssen alle Bestandteile des Navigationssystems aufeinander abgestimmt und die korrekte Verarbeitung der Messdaten durchgängig sichergestellt sein. Nur so können Schwachstellen der Subsysteme ausgeglichen und die hohen Anforderungen zukünftiger Anwendungen erfüllt werden.

8 Literatur

- [1] P. Hecker, U. Bestmann, A. Schwithal, M. Stanisak. *Galileo Satellite Navigation System: Space applications on earth*. Techn. Ber. European Parliamentary Research Service, 2018, S. 60. DOI: 10.2861/684607.
- [2] S. J. Kapurch. *NASA systems engineering handbook*. rev. 1. Diane Publishing, 2010, S. 360. ISBN: 978-0-16-079747-7.
- [3] Redmine Website. <http://www.redmine.org/>. zuletzt abgerufen am 6.7.2018.
- [4] RTCA, Special Committee 159. *DO-208 Minimum Operational Performance Standards for Airborne supplemental Navigation Equipment using Global Positioning System (GPS)*. Washington, D.C., U.S.A., Juli 1991, S. 214.
- [5] Russian Institute of Space Device Engineering. *GLONASS Interface Control Document, Navigational radiosignal in bands L1, L2*. (Edition 5.1). 2008, S. 65.
- [6] NIMA. *Department of Defence World Geodetic System 1984, Its Definition and Relationships with Local Geodetic Systems*. (Third Edition). Bethesda, Maryland, U.S.A., 2000, S. 175.
- [7] RTCA, Special Committee 181. *DO-236B Minimum Aviation System Performance Standards: Required Navigation Performance for Area Navigation*. Washington, D.C., U.S.A., Okt. 2003, S. 180.
- [8] U. Haak, A. Sasse, P. Hecker. "On the Definition of Lane Accuracy for Vehicle Positioning Systems". In: *IFAC Proceedings*. Bd. 43. 7th IFAC Symposium on Intelligent Autonomous Vehicles. 2010, S. 372–376. DOI: 10.3182/20100906-3-IT-2019.00065.
- [9] Navstar GPS Joint Program Office, USA. *GPS Interface Specification IS-GPS-200 Revision H*. Sep. 2013, S. 226.
- [10] IEC BIPM u. a. *JCGM 200:2008 International vocabulary of metrology - Basic and general concepts and associated terms (VIM)*. Bd. 99. JCGM, 2008, S. 104.
- [11] ICAO. *Doc 9613: Performance-based Navigation (PBN) Manual*. (Third Edition). Montreal, Canada, 2008, S. 294. ISBN: 978-92-9231-198-8.
- [12] ICAO. *Annex 10 to the Convention on International Civil Aviation*. (Sixth Edition). Montreal, Canada, 2006, S. 560. ISBN: 92-9194-772-5.
- [13] EASA. *Certification Specifications and Acceptable Means of Compliance for Large Aeroplanes CS-25*. (Amendment 12). Juli 2012, S. 885.
- [14] FAA. *AC 25.1309-1A System Design and Analysis*. Juli 1988, S. 19.
- [15] RTCA, Special Committee 135. *DO-160E Environmental Conditions and Test Procedures for Airborne Equipment*. Washington, D.C., U.S.A., Dez. 2004, S. 418.
- [16] RTCA, Special Committee 167, EUROCAE Working Group 12. *DO-178B Software Considerations in Airborne Systems and Equipment Certification*. Washington, D.C., U.S.A., Dez. 1992, S. 112.

- [17] RTCA, Special Committee 159. *DO-229D Minimum Operational Performance Standards for Global Positioning System / Wide Area Augmentation System Airborne Equipment*. Washington, D.C., U.S.A., Dez. 2006, S. 564.
- [18] IEC. *IEC-61508 Funktionale Sicherheit sicherheitsbezogener elektrischer / elektronischer / programmierbarer elektronischer Systeme*. (Edition 2.0). Apr. 2010.
- [19] ISO, Technical Committee 22. *ISO-26262 Road vehicles - Functional safety*. Genf, Schweiz, Dez. 2009, S. 381.
- [20] Europäische Union. *European GNSS (Galileo) open Service Signal-in-Space Interface Control Document*. (Issue 1.3). Dez. 2016, S. 88.
- [21] China Satellite Navigation Office. *BeiDou Navigation Satellite System Signal In Space Interface Control Document - Open Service Signal*. (Version 2.1). Nov. 2016, S. 84.
- [22] F. Menge. "Zur Kalibrierung der Phasenzentrumsvariationen von GPS-Antennen für die hochpräzise Positionsbestimmung". Diss. Fachbereich Bauingenieur- und Vermessungswesen, Universität Hannover, 2003, S. 215.
- [23] B.R. Rao, W. Kunysz, R. Fante, K. McDonald. *GPS/GNSS Antennas*. GNSS Technology and Applications Series. Artech House, 2012, S. 404. ISBN: 978-1596931503.
- [24] X. Chen, C.G. Parini, B. Collins, M.U. Rehman, Y. Yao. *Antennas for Global Navigation Satellite Systems*. Wiley, 2012, S. 232. ISBN: 978-1-119-99367-4.
- [25] RTCA, Special Committee 159. *DO-301 Minimum Operational Performance Standards for Global Navigation Satellite System (GNSS) Airborne Active Antenna Equipment for the L1 Frequency Band*. Washington, D.C., U.S.A., Dez. 2006, S. 64.
- [26] Aeronautical Radio, INC. *ARINC Characteristic 743A-5 GNSS Sensor*. Annapolis, Maryland, U.S.A., Mai 2009, S. 195.
- [27] B. W. Parkinson, J. J. Spilker. *Global Positioning System Theory and Applications*. Bd. I und II. AIAA, 1996, S. 2068. ISBN: 1-56347-249-X.
- [28] W. Mansfeld. *Satellitenortung und Navigation: Grundlagen und Anwendung globaler Satellitennavigationssysteme*. Springer Vieweg, 1998, S. 346. ISBN: 978-3-322-92917-4.
- [29] B. Hofmann-Wellenhof, H. Lichtenegger, J. Collins. *GPS Theory and Practice*. Springer Verlag New York Inc., 1994, S. 326. ISBN: 978-3211825914.
- [30] J. K. Ray, M. E. Cannon, P. Fenton. "GPS Code and Carrier Multipath Mitigation Using a Multiantenna System". In: *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems* 37.1 (Jan. 2001), S. 183–195. ISSN: 0018-9251. DOI: 10.1109/7.913677.
- [31] J. Troelsen, et al. *UNITAS III, Abschlussbericht*. Techn. Ber. Institut für Flugführung der Technischen Universität Braunschweig / BMBF, 2007, S. 119.
- [32] M. Irsigler, B. Eissfeller. "Comparison of Multipath Mitigation Techniques with Consideration of Future Signal Structures". In: *Proceedings of the 16th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GPS/GNSS 2003)*. Sep. 2003, S. 2584–2592.

- [33] S. Rougerie, A. Konovaltsev, M. Cuntz, G. Carrie, L. Ries, F. Vincent, R. Pascaud. "Comparison of SAGE and classical multi-antenna algorithms for multipath mitigation in real-world environment". In: *2010 5th ESA Workshop on Satellite Navigation Technologies and European Workshop on GNSS Signals and Signal Processing (NAVITEC)*. Dez. 2010, S. 1–8. DOI: 10.1109/NAVITEC.2010.5708001.
- [34] N. Vagle, A. Broumandan, A. Jafarnia-Jahromi, G. Lachapelle. "Performance analysis of GNSS multipath mitigation using antenna arrays". In: *The Journal of Global Positioning Systems* 14.1 (2016), S. 4. DOI: 10.1186/s41445-016-0004-6.
- [35] N. O. Tippenhauer, C. Pöpper, K. B. Rasmussen, S. Capkun. "On the Requirements for Successful GPS Spoofing Attacks". In: *Proceedings of the 18th ACM Conference on Computer and Communications Security*. CCS '11. Chicago, Illinois, USA: ACM, 2011, S. 75–86. ISBN: 978-1-4503-0948-6. DOI: 10.1145/2046707.2046719.
- [36] M. L. Psiaki, T. E. Humphreys. "GNSS Spoofing and Detection". In: *Proceedings of the IEEE* 104.6 (2016), S. 1258–1270. ISSN: 0018-9219. DOI: 10.1109/JPROC.2016.2526658.
- [37] J. Bhatti, T. E. Humphreys. "Hostile Control of Ships via False GPS Signals: Demonstration and Detection". In: *Navigation* 64.1 (2017), S. 51–66. ISSN: 2161-4296. DOI: 10.1002/navi.183.
- [38] J. P. Costas. "Synchronous communications". In: *Proceedings of the IEEE* 90.8 (Aug. 2002), S. 1461–1466. ISSN: 0018-9219. DOI: 10.1109/JPROC.2002.800876.
- [39] T. Pany. *Navigation Signal Processing for GNSS Software Receivers*. GNSS Technology and Applications Series. Artech House, 2010, S. 330. ISBN: 978-1608070275.
- [40] N. I. Ziedan. *GNSS Receivers for Weak Signals*. GNSS Technology and Applications Series. Artech House, 2006, S. 234. ISBN: 978-1596930520.
- [41] J. B.-Y. Tsui. *Fundamentals of Global Positioning System Receivers: A Software Approach*. Wiley, 2004, S. 256. ISBN: 978-0-471-46391-7.
- [42] IEC BIPM u. a. *Evaluation of measurement data-guide for the expression of uncertainty in measurement*. JCGM 100: 2008. Bd. 167. JCGM, 2008, S. 134.
- [43] R. B. Langley. "GPS Receiver System Noise". In: *GPS World* 8.6 (1997), S. 40–45.
- [44] A. Kleusberg, P. J. G. Teunissen. *GPS for geodesy*. Environmental science. Springer, 1998, S. 650. ISBN: 978-3-642-72013-0. DOI: 10.1007/978-3-642-72011-6.
- [45] B. W. Remondi. "Computing satellite velocity using the broadcast ephemeris". In: *GPS solutions* 8.3 (2004), S. 181–183. DOI: 10.1007/s10291-004-0094-6.
- [46] NATO unclassified. *Standardization Agreement 4294, Subject: NAVSTAR Global Positioning System (GPS) System Characteristics*. 1991, S. 170.
- [47] G. Di Giovanni, S.M. Radicella. "An analytical model of the electron density profile in the ionosphere". In: *Advances in Space Research* 10.11 (1990), S. 27–30. ISSN: 0273-1177. DOI: 10.1016/0273-1177(90)90301-F.
- [48] European Commission. *European GNSS (Galileo) open Service Ionospheric Correction Algorithm for Galileo Single Frequency Users*. (Issue 1.2). Sep. 2016, S. 96.

- [49] J. A. Klobuchar. "Ionospheric Time-Delay Algorithm for Single-Frequency GPS Users". In: *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems* AES-23.3 (1987), S. 325–331. ISSN: 0018-9251. DOI: 10.1109/TAES.1987.310829.
- [50] J. A. Klobuchar. "First-order, worldwide, ionospheric, time-delay algorithm". In: *Air force surveys in geophysics* AFCRL-TR-75-0502 (1975), S. 26.
- [51] A. Angrisano, S. Gaglione, C. Gioia, M. Massaro, U. Robustelli. "Assessment of NeQuick ionospheric model for Galileo single-frequency users". In: *Acta Geophysica* 61.6 (2013), S. 1457–1476. ISSN: 1895-7455. DOI: 10.2478/s11600-013-0116-2.
- [52] H. S. Hopfield. "Two-quartic tropospheric refractivity profile for correcting satellite data". In: *Journal of Geophysical Research* 74.18 (1969), S. 4487–4499. ISSN: 2156-2202. DOI: 10.1029/JC074i018p04487.
- [53] J. Saastamoinen. "Atmospheric Correction for the Troposphere and Stratosphere in Radio Ranging Satellites". In: *The Use of Artificial Satellites for Geodesy*. American Geophysical Union, 2013, S. 247–251. ISBN: 9781118663646. DOI: 10.1029/GM015p0247.
- [54] A. E. Niell. "Global mapping functions for the atmosphere delay at radio wavelengths". In: *Journal of Geophysical Research: Solid Earth* 101.B2 (1996), S. 3227–3246. ISSN: 2156-2202. DOI: 10.1029/95JB03048. URL: <http://dx.doi.org/10.1029/95JB03048>.
- [55] J. P. Collins. *Assessment and Development of a Tropospheric Delay Model for Aircraft Users of the Global Positioning System*. Technical report (University of New Brunswick. Department of Geodesy and Geomatics Engineering). Thesis (M.Sc.E.)—University of New Brunswick, Sep. 1999, S. 188.
- [56] B. Wichayangkoon. "Elements of GPS precise point positioning". Diss. University of Maine, 2000, S. 286. DOI: 10.13140/RG.2.1.3282.6402.
- [57] RTCA, Special Committee 159. *DO-245A Minimum Aviation System Performance Standards for the Local Area Augmentation System (LAAS)*. Washington, D.C., U.S.A., Dez. 2004, S. 226.
- [58] RTCA, Special Committee 159. *DO-246D GNSS Based Precision Approach Local Area Augmentation System (LAAS) Signal In Space Control Document (ICD)*. Washington, D.C., U.S.A., Dez. 2008, S. 118.
- [59] RTCA, Special Committee 159. *DO-253C Minimum Operational Performance Standards for GPS Local Area Augmentation System Airborne Equipment*. Washington, D.C., U.S.A., Dez. 2008, S. 286.
- [60] EUROCAE. *ED-114 Minimum Operational Performance Specification for Global Navigation Satellite Ground based Augmentation System Ground Equipment to Support Category I Operations*. Paris, Frankreich, Sep. 2003, S. 239.
- [61] *RTCM 10402.3 Recommended Standards for Differential NAVSTAR GPS (Global Navigation Satellite Systems) Service Version 2.3*. RTCM Special Committee No. 104. Alexandria, Virginia, 2001, S. 192.
- [62] *RTCM 10403.2 Differential GNSS (Global Navigation Satellite Systems) Service - Version 3*. RTCM Special Committee No. 104. Arlington, Virginia, 2013, S. 279.
- [63] L. Wanninger. "Interpolation von GPS-Beobachtungen". In: *Allgemeine Vermessungs Nachrichten (AVN)* 10 (2000), S. 360–363.

- [64] R. R. HATCH. "The synergism of GPS code and carrier measurements". In: *Proc. 3rd Int. Symp. on Satellite Doppler Positioning*, New Mexico. Jan. 1982, S. 1213–1231.
- [65] L. L. Presti, M. Visintin, M. Petovello. "GNSS Solutions: Can you list all the properties of the carrier-smoothing filter?" In: *Inside GNSS* 10.4 (2015), S. 32–37.
- [66] G. Strang, K. Borre. *Linear Algebra, Geodesy, and GPS*. Wellesley-Cambridge Press, 1997, S. 640. ISBN: 0-9614088-6-3.
- [67] K. Meyberg, P. Vachenauer. *Höhere Mathematik 1 und 2*. Springer-Verlag, Berlin, 1990, S. 540. ISBN: 3-540-52334-0.
- [68] W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, B. P. Flannery. *Numerical Recipes in C, The Art of Scientific Computing, Second Edition*. Cambridge University Press, 1992, S. 1020. ISBN: 0-521-43108-5.
- [69] R. E. Kalman. "A New Approach to Linear Filtering And Prediction Problems". In: *ASME Journal of Basic Engineering* 82.1 (1960), S. 35–45.
- [70] R. G. Brown, P. C. Hwang. *Introduction to Random Signals and Applied Kalman Filtering, Second Edition*. John Wiley & Sons, New York, 2004, S. 502. ISBN: 0-4711-2839-2.
- [71] A. Sasse, M. Steen, U. Bestmann, M. Becker, P. Hecker. "Dynamic Model Independent Float Filter Architecture based on Triple Differences". In: *20th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation 2007 ION GNSS 2007*. Bd. 1. Sep. 2007, S. 324–330.
- [72] P. Collins. In: *University of New Brunswick* (1999), S. 1–15.
- [73] P. Henkel. "Reliable Carrier Phase Positioning". Diss. Technische Universität München, Jan. 2010, S. 177.
- [74] M. Cocard, S. Bourgon, O. Kamali, P. Collins. "A systematic investigation of optimal carrier-phase combinations for modernized triple-frequency GPS". In: *Journal of Geodesy* 82.9 (2008), S. 555–564. ISSN: 1432-1394. DOI: 10.1007/s00190-007-0201-x.
- [75] D. Chen. "Development of a Fast Ambiguity Search Filtering (FASF) Method for GPS Carrier Phase Ambiguity Resolution". Diss. University of Calgary, Jan. 1994, S. 116.
- [76] B. Forssell, R. A. Harris, M. Martin-Neira, et al. "Carrier phase ambiguity resolution in GNSS-2". In: *Proceedings of the ION GPS, Kansas City, U.S.A.* Bd. 10. Institute of Navigation. Sep. 1997, S. 1727–1736.
- [77] R. Hatch. "Instantaneous ambiguity resolution". In: *Kinematic Systems in Geodesy, Surveying, and Remote Sensing of International Association of Geodesy Symposia*. Bd. 107. Springer, Jan. 1991, S. 299–308. DOI: 10.1007/978-1-4612-3102-8_27.
- [78] P. J. G. Teunissen. "The least-square ambiguity decorrelation adjustment: a method for fast GPS integer ambiguity estimation". In: *Journal of geodesy* 70.1-2 (1995), S. 65–82.
- [79] O. Montenbruck, P. Steigenberger, L. Prange, Z. Deng, Q. Zhao, F. Perosanz, I. Romero, C. Noll, A. Stürze, G. Weber, R. Schmid, K. MacLeod, S. Schaer. "The Multi-GNSS Experiment (MG-EX) of the International GNSS Service (IGS) - Achievements, prospects and challenges". In: *Advances in Space Research* 59.7 (2017), S. 1671–1697. ISSN: 0273-1177. DOI: 10.1016/j.asr.2017.01.011.

- [80] T. Walter, P. Enge. "Weighted RAIM for precision approach". In: *Proceedings of ION GPS, Palm Springs, CA, U.S.A.* Bd. 8. Institute of Navigation. 1995, S. 1995–2004.
- [81] IEEE Std 528-2001. *IEEE Standard for Inertial Sensor Terminology*. New York, NY, U.S.A., Aug. 2007, S. 27. ISBN: 0-7381-3021-4. DOI: 10.1109/IEEESTD.2001.93360.
- [82] P. D. Groves. *Principles of GNSS, inertial, and multisensor integrated navigation systems*. (2nd edition). Artech House Publishers, 2013, S. 800. ISBN: 1-60807-005-0.
- [83] IEEE Std 952-1997. *IEEE Standard Specification Format Guide and Test Procedure for Single-Axis Interferometric Fiber Optic Gyros*. (R 2008). New York, NY, U.S.A., Dez. 2008, S. 83. ISBN: 1-55937-961-8. DOI: 10.1109/IEEESTD.1998.86153.
- [84] N. El-Sheimy, H. Hou, X. Niu. "Analysis and Modeling of Inertial Sensors Using Allan Variance". In: *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement* 57.1 (2008), S. 140–149. ISSN: 0018-9456. DOI: 10.1109/TIM.2007.908635.
- [85] J. M. Slater. *Inertial Guidance Sensors*. Reinhold, 1964, S. 221. ISBN: 978-0278915312.
- [86] H. G. Deppner. "Drehratenmessgeber, STN Atlas Elektronik Bremen". In: *Fachhochschule Hamburg: Technische Berichte* 39 (1999), S. 10–15.
- [87] B. Stieler, H. Winter. *Gyroscopic instruments and their application to flight testing*. Techn. Ber. NATO / AGARD, 1982, S. 220. DOI: 10.14339/AGARD-AG-160-VOL-15.
- [88] J. Wendel. *Integrierte Navigationssysteme: Sensordatenfusion, GPS und Inertiale Navigation*. Oldenbourg, 2007, S. 336. ISBN: 978-3-486-58160-7.
- [89] D. H. Titterton, J. L. Weston. *Strapdown Inertial Navigation Technology*. (Second Edition). Bd. 207. AIAA, 2004, S. 558. ISBN: 1-56347-693-2.
- [90] A. Lawrence. *Modern Inertial Technology: Navigation, Guidance, and Control*. Springer-Verlag, 1993, S. 268. ISBN: 3-540-97868-2.
- [91] A. B. Chatfield. *Fundamentals of High Accuracy Inertial Navigation*. Bd. 174. AIAA, 1997, S. 328. ISBN: 1-56347-243-0.
- [92] M. S. Grewal, L. R. Weill, A. P. Andrews. *Global Positioning Systems, Inertial Navigation, and Integration*. (2nd edition). Wiley, 2007, S. 552. ISBN: 978-0-470-09971-1.
- [93] R. M. Rogers. *Applied Mathematics in Inertial Navigation Systems*. AIAA, 2000, S. 300. ISBN: 1-56347-445-X.
- [94] P. Aggarwal, Z. Syed, A. Noureldin, N. El-Sheimy. *MEMS-based Integrated Navigation*. GNSS technology and applications series. Artech House, 2010, S. 197. ISBN: 978-1-60807-043-5.
- [95] Z. F. Syed, P. Aggarwal, C. Goodall, X. Niu, N. El-Sheimy. "A new multi-position calibration method for MEMS inertial navigation systems". In: *Measurement Science and Technology* 18.7 (2007), S. 1897. DOI: 10.1088/0957-0233/18/7/016.
- [96] IEEE Std 836-2009. *IEEE Recommended Practice for Precision Centrifuge Testing of Linear Accelerometers*. New York, NY, U.S.A., Sep. 2009, S. 122. ISBN: 978-0-7381-5995-9. DOI: 10.1109/IEEESTD.2009.5252583.
- [97] U. Bestmann. "Betrachtungen zu Kalibrier- und Schätzverfahren an einer kreiselfreien Inertialnavigationseinheit". Diss. Institut für Flugführung, Technische Universität Braunschweig, Juni 2010, S. 122. ISBN: 978-3-928628-55-6.

- [98] U. Bestmann, P. Hecker. "Turntable calibration of an optimal gyro-free-IMU and its application in a full state integrated INS-GNSS system". In: (Sep. 2009), S. 987–994.
- [99] M. Becker, U. Bestmann, A. Schwithal, P. Hecker, R. Bott, P. Kohl, S. Knedlik, H. Scheyer, E. v. Hinüber. "Evaluation of a double equipped MEMS IMU based on real flight trial scenarios". In: *IEEE/ION Position, Location and Navigation Symposium (PLANS)*, 2010 IEEE/ION. Mai 2010, S. 202–213. DOI: 10.1109/PLANS.2010.5507129.
- [100] D. Kayser. *Untersuchung verschiedener Filterstrukturen zur Ausrichtung von Strapdown-Trägheitsnavigationsanlagen*. Diplomarbeit Institut für Flugführung, Technische Universität Braunschweig, 1991, S. 151.
- [101] K. R. Britting, T. Palsson. "Self-Alignment Techniques for Strapdown Inertial Navigation Systems with Aircraft Application". In: *Journal of Aircraft* 7.4 (1970), S. 302–307. DOI: 10.2514/3.44168.
- [102] G. T. Schmidt, P. Savage, A. VanBronkhorst, J. R. Catford, E. Levinson. *Strap-Down Inertial Systems*. Techn. Ber. NATO / AGARD, 1978, S. 276.
- [103] C. Jekeli. *Inertial Navigation Systems with Geodetic Applications*. deGruyter, 2001, S. 352. ISBN: 3-11-015903-1.
- [104] A. Teltschik. "Entwurf und Realisierung eines Inertialnavigationssystems für hochdynamische und stark vibrierende Umgebungen". Diss. Institut für Theoretische Elektrotechnik und Systemoptimierung, Universität Karlsruhe, 2007, S. 183.
- [105] P. G. Savage. "Strapdown inertial navigation integration algorithm design part 1: Attitude algorithms". In: *Journal of guidance, control, and dynamics* 21.1 (1998), S. 19–28. DOI: 10.2514/2.4228.
- [106] P. G. Savage. "Strapdown inertial navigation integration algorithm design part 2: Velocity and position algorithms". In: *Journal of Guidance, Control, and Dynamics* 21.2 (1998), S. 208–221. DOI: 10.2514/2.4242.
- [107] J. E. Bortz. "A New Mathematical Formulation for Strapdown Inertial Navigation". In: *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems* AES-7.1 (Jan. 1971), S. 61–66. ISSN: 0018-9251. DOI: 10.1109/TAES.1971.310252.
- [108] K. M. Roscoe. "Equivalency between strapdown inertial navigation coning and sculling integrals/algorithms". In: *Journal of Guidance, Control, and Dynamics* 24.2 (2001), S. 201–205. DOI: 10.2514/2.4718.
- [109] M. B. Ignagni. "Efficient class of optimized coning compensation algorithms". In: *Journal of Guidance, Control, and Dynamics* 19.2 (1996), S. 424–429. DOI: 10.2514/3.21635.
- [110] M. B. Ignagni. "Optimal strapdown attitude integration algorithms". In: *Journal of Guidance, Control, and Dynamics* 13.2 (1990), S. 363–369. DOI: 10.2514/3.20558.
- [111] D. Gebre-Egziabher, R. C. Hayward, J. D. Powell. "Design of multi-sensor attitude determination systems". In: *IEEE Transactions on aerospace and electronic systems* 40.2 (Apr. 2004), S. 627–649. ISSN: 0018-9251. DOI: 10.1109/TAES.2004.1310010.

- [112] S. o. H. Madgwick, A. J. L. Harrison, R. Vaidyanathan. "Estimation of IMU and MARG orientation using a gradient descent algorithm". In: *2011 IEEE International Conference on Rehabilitation Robotics*. IEEE. Juni 2011, S. 1–7. DOI: 10.1109/ICORR.2011.5975346.
- [113] R. Mahony, T. Hamel, J.-M. Pflimlin. "Complementary filter design on the special orthogonal group $SO(3)$ ". In: *Proceedings of the 44th IEEE Conference on Decision and Control*. IEEE. Dez. 2005, S. 1477–1484. DOI: 10.1109/CDC.2005.1582367.
- [114] R. Mahony, S.-H. Cha, T. Hamel. "A coupled estimation and control analysis for attitude stabilisation of mini aerial vehicles". In: *Australasian Conference on Robotics and Automation, Auckland, New Zealand*. Nov. 2006, S. 1–10.
- [115] M. Euston, P. Coote, R. Mahony, J. Kim, T. Hamel. "A complementary filter for attitude estimation of a fixed-wing UAV". In: *2008 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*. IEEE. Sep. 2008, S. 340–345. DOI: 10.1109/IROS.2008.4650766.
- [116] T. D. Larsen, N. A. Andersen, O. Ravn, N. K. Poulsen. "Incorporation of time delayed measurements in a discrete-time Kalman filter". In: *Proceedings of the 37th IEEE Conference on Decision and Control (Cat. No.98CH36171)*. Bd. 4. Dez. 1998, S. 3972–3977. DOI: 10.1109/CDC.1998.761918.
- [117] C. Merfels, C. Stachniss. "Pose fusion with chain pose graphs for automated driving". In: *2016 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*. IEEE. Okt. 2016, S. 3116–3123. DOI: 10.1109/IROS.2016.7759482.
- [118] C. Merfels, C. Stachniss. "Sensor Fusion for Self-Localisation of Automated Vehicles". In: *PFG – Journal of Photogrammetry, Remote Sensing and Geoinformation Science* 85.2 (2017), S. 113–126. ISSN: 2512-2819. DOI: 10.1007/s41064-017-0008-1.
- [119] P. Zarchan, H. Musoff. *Fundamentals of Kalman Filtering: A Practical Approach*. Second Edition. Bd. 208. AIAA, 2005, S. 764. ISBN: 1-56347-694-0.
- [120] M. Steen, A. Sasse, U. Bestmann, M. Becker, P. Hecker. "Performance Evaluation of Extended and Unscented Kalman Filter in a high dynamic Environment on Flight Trials". In: *ION GNSS 20th International Technical Meeting of the Satellite Division, Dallas/Fort Worth*. Sep. 2007.
- [121] S. J. Julier, J. K. Uhlmann. "New extension of the Kalman filter to nonlinear systems". In: *Signal processing, sensor fusion, and target recognition VI*. Bd. 3068. International Society for Optics und Photonics. 1997, S. 182–194. DOI: 10.1117/12.280797.
- [122] R. v.d. Merwe, E. A. Wam, S. I. Julier. "Sigma-Point Kalman Filters for Nonlinear Estimation and Sensor-Fusion: Applications to Integrated Navigation". In: *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference*. Aug. 2004, S. 5120. DOI: 10.2514/6.2004-5120.
- [123] Z. Chen, et al. "Bayesian filtering: From Kalman filters to particle filters, and beyond". In: *Statistics* 182.1 (2003), S. 1–69.
- [124] M. Becker, U. Bestmann, A. Sasse, M. Steen, P. Hecker. "In flight estimation of gyro and accelerometer scale factors for tactical and MEMS IMUs". In: *ION GNSS 20th International Technical Meeting of the Satellite Division, Dallas/Fort Worth*. Sep. 2007, S. 2056–2065.

- [125] U. Bestmann, M. Steen, A. Sasse, M. Becker, P. Hecker. "Comparison of state and error state INS coupling filter based on real flight test data". In: *ION GNSS 20th International Technical Meeting of the Satellite Division, Dalas/Fort Worth*. Sep. 2007, S. 2611–2618.
- [126] J. Lückel, P. C. Müller. "Analyse von Steuerbarkeits-, Beobachtbarkeits- und Störbarkeitstrukturen linearer zeitvarianter Systeme". In: *at-Automatisierungstechnik* 23,1-12 (1975), S. 163–171.
- [127] S. Vieweg. "Modellierung zeitvarianter Fehler von Inertialsensoren mit Hilfe hochgenauer Ortungsreferenz". Diss. Institut für Flugführung, Technische Universität Braunschweig, 1996, S. 130.
- [128] M. Becker, U. Bestmann, A. Schwithal, P. Hecker. "Observability of integrated navigation system states under varying dynamic conditions and aiding techniques". In: *Position Location and Navigation Symposium (PLANS)*, 2010 IEEE/ION, Indian Wells, California, USA. IEEE. Mai 2010, S. 632–638. DOI: 10.1109/PLANS.2010.5507185.
- [129] Y. Bar-Shalom, X. R. Li, T. Kirubarajan. *Estimation with applications to tracking and navigation: theory algorithms and software*. John Wiley & Sons, Juni 2001, S. 584. ISBN: 978-0-471-41655-5. DOI: 10.1002/0471221279.
- [130] J. Diesel, S. Luu. "GPS/IRS AIME- Calculation of thresholds and protection radius using chi-square methods(Autonomous Integrity Monitored Extrapolation Software)". In: *Proceedings of the 8th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GPS 1995)*. 1995, S. 1959–1964.
- [131] J. Diesel, G. Dunn. "GPS/IRS AIME: Certification for Sole Means and Solution to RF Interference". In: *Proceedings of the 9th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GPS 1996)*. 1996, S. 1599–1606.
- [132] J. A. Young Jr. *Integration of aime augmentation into GNSS products*. US Patent 5,969,668. 1999.
- [133] M. A. Brenner. "Integrated GPS/inertial fault detection availability". In: *Navigation* 43,2 (1996), S. 111–130. DOI: 10.1002/j.2161-4296.1996.tb01920.x.
- [134] M. A. Brenner. *Systems and methods for solution separation for ground-augmented multi-constellation terminal area navigation and precision approach guidance*. US Patent 8,976,064. 2015.
- [135] J. Rieke, M. Escher, U. Bestmann. "Modular Tightly Coupled System with Clock Error Estimation for Multi-GNSS for Road Vehicle Applications in Urban Scenarios". In: *2018 IEEE/ION Position, Location and Navigation Symposium (PLANS)*. IEEE. Apr. 2018, S. 658–665. DOI: 10.1109/PLANS.2018.8373440.
- [136] J. Traugott. "Precise flight trajectory reconstruction based on time-differential GNSS carrier phase processing". Diss. Technische Universität München, 2011, S. 205. ISBN: 978-3-86853-926-4.
- [137] J. WendelG. F. Trommer. "Tightly coupled GPS/INS integration for missile applications". In: *Aerospace Science and Technology* 8,7 (Okt. 2004), S. 627–634. DOI: 10.1016/j.ast.2004.07.003.
- [138] ICAO. *Doc 7488/3: Manual of the ICAO Standard Atmosphere*. (Third Edition). Montreal, Canada, 1993, S. 305. ISBN: 92-9194-004-6.

- [139] W. Wuest. *AGARD flight test instrumentation series. Volume 11 on Pressure and Flow Measurement*. Techn. Ber. NATO / AGARD, 1980, S. 139.
- [140] A. Chulliat, S. Macmillan, P. Alken, C. Beggan, M. Nair, B. Hamilton, A. Woods, V. Ridley, S. Maus, A. Thomson. *The US/UK World Magnetic Model for 2015-2020*. Techn. Ber. NOAA National Geophysical Data Center, British Geological Survey Geomagnetism Team, 2015, S. 112. DOI: 10.7289/V5TB14V7.
- [141] T. Ozyagcilar. *AN4246 Calibrating an eCompass in the Presence of Hard- and Soft-Iron Interference*. Techn. Ber. NXP / Freescale Semiconductor, Nov. 2015, S. 18.
- [142] J. L. Crassidis, L. Kok-Lam. "Real-Time Attitude-Independent Three-Axis Magnetometer Calibration". In: *Journal of Guidance, Control, and Dynamics* 28.1 (2005), S. 115–120. DOI: 10.2514/1.6278.
- [143] J. Vezinet, C. Macabiau, A.-C. Escher, A. Guillet. "State of the Art of Image-aided Navigation Techniques for Aircraft Approach and Landing". In: Jan. 2013, S. 473–607.
- [144] A. Dekiert, S. Wolkow, M. Angermann, U. Bestmann, P. Hecker. "Advantages and Challenges of using Infrared Cameras for Relative Positioning during Landing". In: *Proceedings of the 2019 International Technical Meeting of The Institute of Navigation*. Feb. 2019, S. 896–908. DOI: 10.33012/2019.16733.
- [145] M. Angermann, S. Wolkow, A. Dekiert, U. Bestmann, P. Hecker. "Linear Blend: Data Fusion in the Image Domain for Image-based Aircraft Positioning during Landing Approach". In: *Proceedings of the ION 2019 Pacific PNT Meeting*. 024 2019, S. 752–766. DOI: 10.33012/2019.16836.
- [146] S. Nowak, T. Krüger, J. Matthaei, U. Bestmann. "Martian swarm exploration and mapping using laser SLAM". In: *International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences - ISPRS Archives* 40 (Aug. 2013), S. 299–303. DOI: 10.5194/isprsarchives-XL-1-W2-299-2013.
- [147] A. Franz J. Dittich, S. Batzdorfer, M. Becker, U. Bestmann, P. Hecker. "A Flight State Estimator that Couples Stereo-Vision, INS, and GNSS Pseudo-Ranges to Navigate with Three or Less Satellites". In: *CEAS Euro GNC 2013*. Apr. 2013, S. 277–296. ISBN: 978-3-642-38252-9.
- [148] J. B. Moore. "Discrete-time fixed-lag smoothing algorithms". In: *Automatica* 9.2 (1973), S. 163–173. DOI: 10.1016/0005-1098(73)90071-X.
- [149] R. Hanson, M. Pachter. "Optimal Gyro-Free IMU Geometry". In: *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference, San Francisco, California*. Juli 2005, S. 6151. DOI: 10.2514/6.2005-6151.
- [150] S. J. Ovaska, S. Valiviita. "Angular acceleration measurement: A review". In: *IMTC/98 Conference Proceedings. IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conference. Where Instrumentation is Going (Cat. No.98CH36222)*. Bd. 2. 5. IEEE, Mai 1998, S. 875–880. DOI: 10.1109/IMTC.1998.676850.
- [151] A. Schwithal, C. Tonhäuser, S. Wolkow, M. Angermann, P. Hecker, N. Mumm, F. Holzapfel. "Integrity monitoring in GNSS/INS systems by optical augmentation". In: *2017 DGON Inertial Sensors and Systems (ISS)*. Sep. 2017, S. 1–22. DOI: 10.1109/InertialSensors.2017.8171506.

- [152] AIRBUS. *A Statistical Analysis of Commercial Aviation Accidents 1958-2016*. Techn. Ber. <http://www.airbus.com/content/dam/corporate-topics/publications/safety-first/Airbus-Commercial-Aviation-Accidents-1958-2016-14Jun17.pdf> abgerufen am 30.05.2018. AIRBUS, 2017, S. 31.
- [153] E. v. Hinüber, S. Knedlik, U. Bestmann. "Low Weight COTS based Inertial Navigation Systems with EASA Certification Potential for UAVs, General Aviation and Military Aircraft". In: *1st International Aerospace Sensors*. 2012, S. 25.
- [154] U. Bestmann, M. Steen, B.v. Wulfen, P. Hecker, A. Konovaltsev, M.V.T. Heckler, F. Kneissl. "Aviation Applications: Hybrid Navigation Techniques and Safety-of-Life Requirements, Part 1 and 2". In: *INSIDE GNSS* (Juni 2010), S. 64–72.
- [155] S. Wolkow, A. Schwithal, C. Tonhäuser, M. Angermann, U. Bestmann, P. Hecker, "Benefits and Challenges of Optical Positioning during Landing Approach". In: *Proceedings of the ION 2017 Pacific PNT Meeting*. Mai 2017, S. 292–299. DOI: 10.33012/2017.15062.
- [156] S. Wolkow, A. Schwithal, M. Angermann, A. Dekiert, U. Bestmann, P. Hecker, "Accuracy and Availability of an Optical Positioning System for Aircraft Landing". In: *Proceedings of the 2019 International Technical Meeting of The Institute of Navigation*. Jan. 2019, S. 884–895. DOI: 10.33012/2019.16732.
- [157] U. Bestmann, et al. *UNITAS IV, Abschlussbericht*. Techn. Ber. Institut für Flugführung der Technischen Universität Braunschweig / BMBF, 2010, S. 134.
- [158] K. Bärfuss, F. Pätzold, B. Altstädter, E. Kathe, S. Nowak, L. Bretschneider, U. Bestmann, A. Lampert. "New Setup of the UAS ALADINA for Measuring Boundary Layer Properties, Atmospheric Particles and Solar Radiation". In: *Atmosphere* 9.1 (Sep. 2018). ISSN: 2073-4433. DOI: 10.3390/atmos9010028. URL: <http://www.mdpi.com/2073-4433/9/1/28>.
- [159] P. Hecker, L. Bretschneider, U. Bestmann, P. M. Schachtebeck. "Flugroboter. Ein Überblick über technologische und operationelle Entwicklungen und Trends". In: *Automatisierungstechnik* 61 (2013), S. 245–258.
- [160] S. Batzdorfer, M. Bobbe, M. Becker, H. Harms, U. Bestmann. "Multisensor equipped UAV/UGV for automated exploration". In: *ISPRS - International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences*. Bd. XLII-2/W6. Aug. 2017, S. 33–40. DOI: 10.5194/isprs-archives-XLII-2-W6-33-2017.
- [161] M. Gäbel, T. Krüger, S. Nowak, J. Meifarth, U. Bestmann. "Multisensor Concept for Autonomous Navigation of Unmanned Systems in GNSS-denied Environments". In: *30th International Technical Meeting of The Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GNSS+ 2017)*. Sep. 2017, S. 3340–3352. DOI: 10.33012/2017.15410.
- [162] M. Bobbe, T. Krüger, U. Bestmann. "6D SLAM MAV using a rotating LiDAR". In: *The International Micro Air Vehicle Conference* (Sep. 2015).
- [163] J. Schattenberg, T. Lang, S. Batzdorfer, M. Becker, U. Bestmann, P. Hecker. "Mobile ad-hoc communication in machine swarms for relative positioning based on GNSS-raw data exchange". In: *Proceedings of the 2012 IEEE/ION Position, Location and Navigation Symposium*. Apr. 2012, S. 1265–1273. DOI: 10.1109/PLANS.2012.6236983.

- [164] U. Bestmann, S. Batzdorfer, M. Becker, T. Scheide, P. Hecker. "SBAS in Urban Environment: Scenarios, Applicability and Challenges". In: *Proceedings of the 25th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GNSS 2012)*. Sep. 2012, S. 3481–3487.
- [165] R. Matthaei. *Wahrnehmungsgestützte Lokalisierung in fahrstreifengenauen Karten für Assistenzsysteme und automatisches Fahren in urbaner Umgebung*. Berichte aus der Fahrzeugtechnik. Shaker, 2015, S. 237. ISBN: 978-3-8440-3737-1.
- [166] M. Escher, M. Stanisak, U. Bestmann. "Future Automotive GNSS Positioning in Urban Scenarios". In: *Proceedings of the 2016 International Technical Meeting of The Institute of Navigation, Monterey, California*. Jan. 2016, S. 836–845. DOI: 10.33012/2016.13459.
- [167] H. G. Büsing. "Gestützte GNSS-Signalverarbeitung mittels Fahrdynamiksensoren". Diss. Institut für Flugführung, Technische Universität Braunschweig, 2014, S. 152. ISBN: 978-3-928628-64-8.
- [168] J. Kowalski, P. Linder, S. Zierke, B. von Wulfen, J. Clemens, K. Konstantinidis, G. Ameres, R. Hoffmann, J. Mikucki, S. Tulaczyk, O. Funke, D. Blandfort, C. Espe, M. Feldmann, G. Francke, S. Hiecker, E. Plescher, S. Schöngarth, K. Schüller, B. Dachwald, I. Digel, G. Artmann, D. Eliseev, D. Heinen, F. Scholz, C. Wiebusch, S. Macht, U. Bestmann, T. Reineking, C. Zetzsche, K. Schill, R. Förstner, H. Niedermeier, A. Szumski, B. Eissfeller, U. Naumann, K. Helbing. "Navigation technology for exploration of glacier ice with maneuverable melting probes". In: *Cold Regions Science and Technology* 123 (2016), S. 53–70. ISSN: 0165-232X. DOI: 10.1016/j.coldregions.2015.11.006.
- [169] S. Macht, M. Escher, M. Bobbe, B. Kohn, U. Bestmann. "Tightly coupled navigation system of a differential magnetometer system and a MEMS-IMU for Enceladus". In: *Position Location and Navigation Symposium (PLANS)*, 2018 IEEE/ION. Apr. 2018, S. 1088–1096. DOI: 10.1109/PLANS.2018.8373491.
- [170] DIN. LN9300 - Flugmechanik; Begriffe, Benennungen, Zeichen, Größen bei Messungen von Höhen, Geschwindigkeiten und Machzahlen. Beuth-Vertrieb GmbH, Berlin, 1976, S. 62.
- [171] DIN. DIN8855 - Straßenfahrzeuge - Fahrzeugdynamik und Fahrverhalten - Begriffe. Beuth-Vertrieb GmbH, Berlin, 2011, S. 42.
- [172] M. D. Shuster. "A survey of attitude representations". In: *Journal of The Astronautical Sciences* 8.9 (1993), S. 439–517.
- [173] J. B. Kuipers. *Quaternions and rotation sequences: A Primer with Applications to Orbits, Aerospace and Virtual Reality*. Princeton University Press, 2002, S. 394. ISBN: 0-691-10298-8.
- [174] S. W. Shepperd. "Quaternion from Rotation Matrix". In: *Journal of Guidance and Control* 3 (1978), S. 223–224.
- [175] M. Schuler. "Die Störung von Pendel- und Kreiselapparaten durch die Beschleunigung des Fahrzeugs." In: *Physikalische Zeitschrift* 24 (1923), S. 344.

Abbildungsverzeichnis

2.1. Anforderungen an Navigationssysteme	14
2.2. Genauigkeit und Präzision	16
2.3. Horizontale Alarmierungsgrenze (HAL) und horizontales Sicherheitsniveau (HPL) . .	18
2.4. Normiertes Stanford Diagramm	19
3.1. Grobstruktur der GNSS-Verarbeitung	25
3.2. GNSS-Frequenzbänder	27
3.3. GNSS-Antennendiagramm	28
3.4. Grobstruktur eines GNSS-Empfängers	29
3.5. C/A-Code-Verschiebung	30
3.6. Struktur einer Code-Regelschleife	31
3.7. Autokorrelation eines Rechtecksignals	32
3.8. Autokorrelation eines GNSS-Signals unter Einfluss von Mehrwegeausbreitung	32
3.9. Autokorrelation eines GNSS-Signals unter Spoofing Einfluss	33
3.10. Costas-Loop (Phasen-Regelschleife)	34
3.11. Mögliche Berechnung des Sendezeitpunktes	40
3.12. Die Ellipse der Satellitenbahn im Raum mit Kepler-Satellitenbahnelementen	41
3.13. GNSS-Signalweg	45
3.14. Charakteristischer Verlauf des Klobuchar-Modells	48
3.15. Formen des Mehrwegempfang	50
3.16. Cycle-Slips	51
3.17. Zusammenhang der SBAS-Nachrichten	56
3.18. Prinzipieller Aufbau von GBAS	59
3.19. Schematisches Verhalten von Uhren in GNSS-Empfängern	62
3.20. Einfrequenz-Glättungsfilter (1)	64
3.21. Einfrequenz-Glättungsfilter (2)	65
3.22. GNSS-Positionierung	66
3.23. Iterative Berechnung einer GNSS-Position	68
3.24. Differenzielle GNSS-Positionierung	72
3.25. Generelle Struktur einer Phasenlösung mit Doppeldifferenzen	75
4.1. Grobstruktur der INS-Verarbeitung	85
4.2. Prinzipieller Aufbau einer Strapdown-IMU	86
4.3. Allan-Varianz-Graph	88
4.4. Vorverarbeitung von IMU-Rohdaten	94
4.5. Puls-Synchronisation	95
4.6. Schematisches Darstellung ausgewählter Sensorfehler	96

4.7. Zeit- und Taktanpassung	100
4.8. Mechanisierung der Strapdown-Rechnung in Navigationskoordinaten	106
4.9. Mechanisierung der AHRS-Rechnung	110
5.1. Ablauf der Navigationsrechnung als Zustandsdiagramm	113
5.2. Strategien zur Verarbeitung verzögerter Stützinformationen	114
5.3. Ablaufdiagramm der INS-Kopplung in einem sequentiellen Fusionsfilter	116
5.4. Verbreitete Filter für Navigationsanwendungen	116
5.5. Ablaufdiagramm eines zeitdiskreten Kalman-Filters	117
5.6. Struktur eines Vollzustandsfilters	120
5.7. Struktur eines Fehlerzustandsfilters	121
5.8. Anwendung von Korrekturen in der Strapdown-Rechnung	122
5.9. Lose Kopplung	124
5.10. Enge Kopplung	125
5.11. Tiefe Kopplung	126
5.12. Ablaufdiagramm Autonomous Integrity Monitoring by Extrapolation (AIME)	127
5.13. Ablaufdiagramm Multiple Solution Separation (MSS)	128
5.14. Zeitverzögerte Verarbeitung	142
5.15. Fixed-Lag Smoothing	143
6.1. Navigationsanforderungen in der kommerziellen Luftfahrt	151
6.2. Triplex-Architektur mit zwei GNSS, Luftdaten und Magnetometer	153
6.3. Mögliches Verarbeitungsschema einer Redundant ausgestatteten IMU [99]	154
6.4. Vergleich der Innovationen der vier Subfilter der redundanten IMU [99]	154
6.5. Test der Nullpunktsfehlerschätzung eines Fusionsfilters	155
6.6. Navigationsanforderungen für den Kunstflug	156
6.7. Fehlerzustandsfilter-Architektur für den Kunstflug	157
6.8. Typische Lagewinkel während Kunstflugmaneuvers	158
6.9. Darstellung eines Kunstflugzeugs in der Wettbewerbsbox	158
6.10. Navigationsanforderungen für Flugerprobung	159
6.11. Fehlerzustandsfilter-Architektur für die Flugerprobung	160
6.12. Sensoren und Messsystem zur Erprobung eines Kleinflugzeugs	161
6.13. Navigationsanforderungen für UAS/RPAS	162
6.14. Fehlerzustandsfilter-Architektur für ein einfaches Multi-Rotor-RPAS	163
6.15. Laserscan und Kameraaufnahme innerhalb eines Gebäudes	165
6.16. Navigationsanforderungen für hochautomatisiertes Fahren	166
6.17. Fehlerzustandsfilter-Architektur für hochautomatisiertes Fahren	167
6.18. Einfluss von Beschleunigungen auf eine GNSS Empfängeruhr	168
6.19. Navigationsanforderungen für Motorsport	170
6.20. Fehlerzustandsfilter-Architektur für hochautomatisiertes Fahren	171
6.21. Hochgenau vermessene Trajektorie aus dem Motorsport	172
6.22. Navigationsanforderungen für In-Eis-Navigation	173
6.23. Navigationsarchitektur für In-Eis-Navigation	174
6.24. Gemessene Variation des Erdmagnetfelds [168]	174

6.25. Kalibrierung und Fehlerkorrektur eines Präzisionsmagnetometers [169]	175
A.1. Schematische Darstellung der verwendeten Koordinatensysteme	197
B.1. EULER-Winkel	201
D.1. Koordinaten und Winkel eines Beschleunigungsmessers im Nordkanal	207
D.2. Lagefehler für einen Nullpunktsfehler der unregelten und der SCHULER-Abgestimmten Plattform in Nordrichtung	209
D.3. Lagefehler für eine Drift der unregelten und der SCHULER-Abgestimmten Plattform in Nordrichtung	209
D.4. Geschwindigkeitsfehler für einen Nullpunktsfehler der unregelten und der SCHULER-Abgestimmten Plattform in Nordrichtung	210
D.5. Geschwindigkeitsfehler für eine Drift der unregelten und der SCHULER-Abgestimmten Plattform in Nordrichtung	210
D.6. Positionsfehler für einen Nullpunktsfehler der unregelten und der SCHULER-Abgestimmten Plattform in Nordrichtung	211
D.7. Positionsfehler für eine Drift der unregelten und der SCHULER-Abgestimmten Plattform in Nordrichtung	211
D.8. Höhenfehler im Vertikalrichtung	212
D.9. Vereinfachtes Fehlverhalten einer dreiachsigen Trägheitsplattform nach [87]	213

Tabellenverzeichnis

3.1. Verknüpfung der GNSS-Messgrößen (ohne Fehlereinflüsse)	52
6.1. Luftfahrt SiS Anforderungen für GNSS geführte Flugphasen	152

A Koordinatensysteme

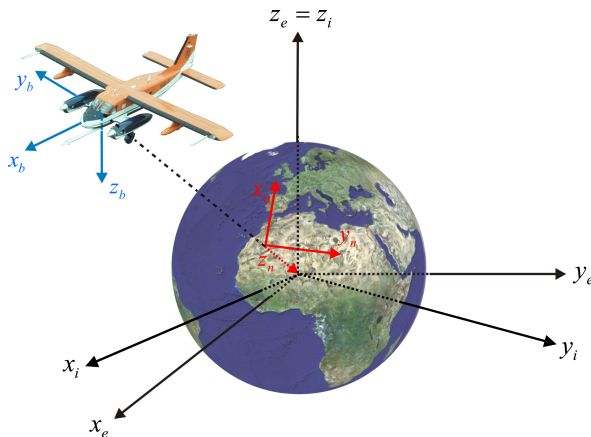


Abbildung A.1.: Schematische Darstellung der verwendeten Koordinatensysteme

Zur Navigation werden eine Vielzahl unterschiedlicher Koordinatensysteme benötigt. Die wichtigsten vier Koordinatensysteme sind die Folgenden:

- Das körperfeste Koordinatensystem (Bodyfixed, Index b),
- Das geozentrische oder erdfeste Koordinatensystem (ECEF – Earth Centered Earth Fixed, Index e (kartesisch), w (elliptisch, WGS84)),
- Das Navigationskoordinatensystem (NED – North East Down, Index n),
- Das inertielle Koordinatensystem (ECI – Earth Centered Inertial, Index i)

In Abbildung A.1 sind diese vier Koordinatensysteme schematisch dargestellt. Alle vier Koordinatensystemen sind rechtshändige orthogonale Koordinatensysteme. Für das geozentrische oder erdfeste Koordinatensystem ist zusätzlich eine ellipsoide bzw. geodätische Darstellung üblich. Genaue Beschreibungen der Koordinatensysteme können z.B. aus [27, 66, 91, 103, 170] entnommen werden.

A.1. Das körperfeste Koordinatensystem

Beim körperfesten (engl. bodyfixed) Koordinatensystem handelt es sich um ein Koordinatensystem, das seinen Ursprung in einem mit dem Fahrzeug mitbewegten Punkt hat. In der Regel wird die x-Achse in der Längsachse des Vehikels in positiver Bewegungsrichtung angeordnet [170, 171]. Die z-Achse spannt zusammen mit der x-Achse die Symmetrieebene auf und zeigt senkrecht zur x-Achse nach unten. Das körperfeste Koordinatensystem hat besondere Bedeutung für die Definition der Lagewinkel (siehe Kapitel B.1) und die Beschreibung der relativen Positionen z.B. von den Sensoren des Navigationssystems. Das körperfeste Koordinatensystem wird mit dem Index b für „Bodyfixed“ gekennzeichnet.

A.2. Das erdfeste Koordinatensystem

Das erdfeste Koordinatensystem, kurz ECEF (Earth Centered Earth Fixed), hat seinen Ursprung im Geozentrum der Erde. Die z-Achse verläuft in nördliche Richtung durch die Rotationsachse der Erde. Die x-Achse liegt in der Äquatorebene und verläuft durch den Nullmeridian und folgt damit der Rotation der Erde. Das erdfeste Koordinatensystem wird mit dem Index e gekennzeichnet. Neben der kartesischen ECEF Darstellung existieren verschiedene andere meist auf Rotationsellipsoiden basierende Darstellungen. Bei der ellipsoiden Darstellung geben die drei Parameter geodätische Breite (φ), geodätische Länge (λ) und die Höhe über dem Referenzellipsoiden (h) die Position an. In diesem Kontext wird, wenn nicht explizit anders angegeben, die Beschreibung des Referenzellipsoiden nach WGS84 (World Geodetic System 1984) verwendet [6] und durch den Index w gekennzeichnet.

A.3. Das Navigationskoordinatensystem

Das Navigationskoordinatensystem oder geodätisches Koordinatensystem, kurz NED (North East Down), ist ein lokales Koordinatensystem, das seinen Ursprung auf der Oberfläche des Referenzellipsoiden hat und sich mit dem fahrzeugfesten Koordinatensystem mitbewegt. Die x-Achse des Navigationskoordinatensystems zeigt immer nach Norden, die y-Achse nach Osten und die z-Achse orthogonal zur Ellipsoidoberfläche nach unten. Die Kennzeichnung erfolgt durch den Index n . Dieses Koordinatensystem wird u.a. dazu verwendet, die Geschwindigkeit des Fahrzeugs anschaulich darzustellen. Außerdem sind die Lagewinkel (Roll- φ , Nick- θ und Kurswinkel ψ) zwischen dem Navigationskoordinatensystem und dem körperfesten Koordinatensystem definiert.

A.4. Das inertielle Koordinatensystem

Als inertielle Koordinatensystem wird ein erdfestes inertielle Koordinatensystem, kurz ECI (Earth Centered Inertial), definiert, das seinen Ursprung wie das ECEF Koordinatensystem im Geozentrum der Erde hat. Es unterscheidet sich vom ECEF Koordinatensystem dadurch, dass es nicht erdfest ist, sondern eine feste Ausrichtung im Raum hat. Die z-Achse ist identisch mit der des ECEF Koordinatensystems, ebenso liegen die x- und y-Achse des ECI in der Äquatorebene. Da das inertielle Koordinatensystem nicht erdfest ist, drehen sich die x- und y-Achse des ECEF und des ECI

Koordinatensystems mit der Erddrehrate $\omega_{ie}^i = \Omega_e$ zueinander. Die Ausrichtung des inertialen Koordinatensystems kann z.B. durch Fixsterne festgelegt werden. Das inertielle Koordinatensystem wird mit dem Index i gekennzeichnet.

Die Verwendung des ECI Koordinatensystems als inertiales Koordinatensystem ist eine Vereinfachung, da auf es die Massenanziehung anderer Himmelskörper wirkt und es ein bewegtes Koordinatensystem ist und somit die Newton'schen Gesetze strenggenommen nicht gelten. Die Auswirkungen der Störungen sind jedoch so gering, dass sie für die Navigation in der Regel vernachlässigt werden können.

B Rotationen und Lagewinkel

Um die Umrechnung von Koordinaten und Vektoren zwischen verschiedenen gleichartigen Koordinatensystemen zu beschreiben, ist im allgemeinen Fall eine Rotation, eine Translation und eine Skalierung notwendig. Üblicherweise werden identische Einheiten für die Achsen verwendet, womit die Skalierung entfällt. Liegen weiter der Ursprung des Zielkoordinatensystems und des Startkoordinatensystems im selben Punkt oder beschreibt der Vektor lediglich eine Richtung oder Distanz, wird lediglich eine Rotation benötigt. Die Rotation kann unter Verwendung unterschiedlicher mathematischer Beschreibungen erfolgen [89, 103, 172, 173]. Die drei im Folgenden beschriebenen Möglichkeiten der Darstellung von Rotationen, EULER-Winkel, Drehmatrizen und Quaternionen, sind in Navigationsanwendungen übliche Mittel.

B.1. Euler-Winkel

EULER-Winkel sind eine anschauliche Form der Darstellung von Rotationen, die aus Drehungen um die drei Achsen eines orthogonalen Koordinatensystems bestehen. EULER-Winkel werden üblicherweise verwendet, um die Rotation zwischen Navigationskoordinaten und körperfesten Koordinaten zu beschreiben¹. Für die drei Rotationen sind nach DIN LN9300 [170] und DIN 8855 [171] die Namen Roll-, Nick- und Gierwinkel (engl. roll, pitch, yaw angle) mit den Formelzeichen ϕ , θ , ψ vorgeschrieben². Bei der Verwendung von EULER-Winkeln ist die Reihenfolge der Rotationen von entscheidender Bedeutung. Nach [170, 171] wird zuerst um den Gierwinkel, danach um den Nickwinkel und zuletzt um den Rollwinkel gedreht um von dem Navigationskoordinatensystem in das körperfeste Koordinatensystem zu transformieren (vergleiche Gleichung (B.4)). Ein Nachteil der EULER-Winkel ist, dass wie bei allen Realisierungen von Rotationen mit drei Parametern im \mathbb{R}^3 , kritische Punkte existieren. Bei der Drehfolge nach [170, 171] liegt dieser bei $\theta = \pm 90^\circ$.

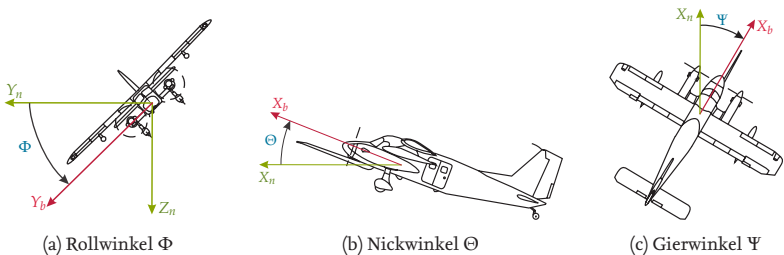


Abbildung B.1: EULER-Winkel

¹Drehungen zwischen anderen Koordinatensystemen können auf gleiche Weise dargestellt werden.

²Nach DIN LN9300 [170] sind auch die Bezeichnungen Hängewinkel, Längsneigung und Azimut zulässig.

B.2. Rotationsmatrizen

Rotationsmatrizen, auch Drehmatrix oder Richtungskosinusmatrix genannt, sind Matrizen zur mathematischen Beschreibung der Rotation eines Vektors durch Multiplikation. Verschiedene Rotationen lassen sich durch Multiplikation mehrerer Rotationsmatrizen kombinieren. Gleichung (B.1) bis (B.3) beschreiben die Rotationen um die drei EULER-Winkel ϕ , θ , ψ .

$$\underline{\underline{C}}_{\phi} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\phi) & \sin(\phi) \\ 0 & -\sin(\phi) & \cos(\phi) \end{bmatrix} \quad (\text{B.1})$$

$$\underline{\underline{C}}_{\theta} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & 0 & -\sin(\theta) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(\theta) & 0 & \cos(\theta) \end{bmatrix} \quad (\text{B.2})$$

$$\underline{\underline{C}}_{\psi} = \begin{bmatrix} \cos(\psi) & \sin(\psi) & 0 \\ -\sin(\psi) & \cos(\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{B.3})$$

Entsprechend der Vorgabe aus [170, 171] berechnet sich die Rotationsmatrix $\underline{\underline{C}}_n^b$ vom Navigationskoordinatensystem in das körperfeste Koordinatensystem durch Gleichung (B.4).

$$\underline{\underline{C}}_n^b = \underline{\underline{C}}_{\psi} \cdot \underline{\underline{C}}_{\theta} \cdot \underline{\underline{C}}_{\phi} \quad (\text{B.4})$$

$$= \begin{bmatrix} \cos(\psi) \cos(\theta) & \cos(\theta) \sin(\psi) & -\sin(\theta) \\ \cos(\psi) \sin(\phi) \sin(\theta) - \cos(\phi) \sin(\psi) & \cos(\phi) \cos(\psi) + \sin(\phi) \sin(\psi) \sin(\theta) & \cos(\theta) \sin(\phi) \\ \sin(\phi) \sin(\psi) + \cos(\phi) \cos(\psi) \sin(\theta) & \cos(\phi) \sin(\psi) \sin(\theta) - \cos(\psi) \sin(\phi) & \cos(\phi) \cos(\theta) \end{bmatrix} \quad (\text{B.5})$$

Die gegenseitige Rotationsmatrix $\underline{\underline{C}}_b^n$ vom körperfesten Koordinatensystem in das Navigationskoordinatensystem lässt sich durch Inversion, oder, da Drehmatrizen orthogonal sind, durch die Transponierte $\underline{\underline{C}}_n^b$ von bestimmen.

$$\underline{\underline{C}}_b^n = \underline{\underline{C}}_n^{b^{-1}} = \underline{\underline{C}}_n^{b^T} \quad (\text{B.6})$$

$$= \begin{bmatrix} \cos(\theta) \cos(\psi) & \cos(\psi) \sin(\phi) \sin(\theta) - \cos(\phi) \sin(\psi) & \cos(\phi) \cos(\psi) \sin(\theta) + \sin(\phi) \sin(\psi) \\ \cos(\theta) \sin(\psi) & \sin(\phi) \sin(\psi) \sin(\theta) + \cos(\phi) \cos(\psi) & \cos(\phi) \sin(\psi) \sin(\theta) - \cos(\psi) \sin(\phi) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \sin(\phi) & \cos(\theta) \cos(\phi) \end{bmatrix} \quad (\text{B.7})$$

Um die EULER-Winkel aus der Rotationsmatrix $\underline{\underline{C}}_b^n$ zu bestimmen, können Gleichung (B.8) bis (B.10) verwendet werden.

$$\phi = \arctan \left(\frac{\underline{\underline{C}}_b^n(3, 2)}{\underline{\underline{C}}_b^n(3, 3)} \right) \quad (\text{B.8})$$

$$\theta = \arcsin \left(-\underline{\underline{C}}_b^n(3, 1) \right) \quad (\text{B.9})$$

$$\psi = \arctan \left(\frac{\underline{\underline{C}}_b^n(2, 1)}{\underline{\underline{C}}_b^n(1, 1)} \right) \quad (\text{B.10})$$

B.3. Quaternionen

Quaternionen sind eine von dem Mathematiker Sir William Rowan Hamilton systematisch beschriebene Form der komplexen Darstellung von Rotationen. Nach [174] kann ein Quaternion z.B. durch die drei in Gleichung (B.11) beschriebenen Formen dargestellt werden.

$$q = \begin{bmatrix} s \\ \underline{v} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \left(\frac{\alpha}{2} \right) \\ -\underline{u} \sin \left(\frac{\alpha}{2} \right) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_0 \\ q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix} \quad (\text{B.11})$$

Die erste Darstellung beschreibt das Quaternion als einen Vektor \underline{v} und ein Skalar s . Die zweite Darstellung beschreibt dasselbe Quaternion durch den Winkel α , mit dem um den Vektor \underline{u} gedreht wird. Die dritte Darstellung zeigt die einheitliche Behandlung aller Elemente des Quaternion in mathematischen Operationen [174].

Es gilt weiter die Nebenbedingung, dass der Betrag des Quaternion eins ist.

$$q_0^2 + q_1^2 + q_2^2 + q_3^2 = 1 \quad (\text{B.12})$$

Das Quaternion lässt sich nach [174] durch Gleichung (B.13) einfach und recheneffizient in eine Rotationsmatrix überführen.

$$\underline{\underline{C}}_b^n = \begin{bmatrix} q_0^2 + q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 & 2(q_1q_2 - q_0q_3) & 2(q_1q_3 + q_0q_2) \\ 2(q_1q_2 + q_0q_3) & q_0^2 - q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 & 2(q_2q_3 - q_0q_1) \\ 2(q_1q_3 - q_0q_2) & 2(q_2q_3 + q_0q_1) & q_0^2 - q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 \end{bmatrix} \quad (\text{B.13})$$

Die Umrechnung einer Rotationsmatrix in Quaternion kann nach [88, 89, 174] ähnlich effizient erfolgen. Die Umrechnung von Quaternion in und aus EULER-Winkeln ist ebenfalls möglich. Für die Lösung der Lagedifferentialgleichung (4.31) existieren verschiedene Lösungsvorschläge [89, 91, 93, 103, 105, 107]. Die Lösung aus [91, 105] hat sich als ausreichend genau bewährt und lässt sich numerisch sehr effizient umsetzen.

C IMU-Sensormodelle

C.1. Skalenfaktoren und Achsenfehlausrichtung

Bei der Kalibrierung der IMU wird neben den Skalenfaktoren ebenfalls die Fehlausrichtung der Sensitivitätsachsen der Drehratensensoren und Beschleunigungsmesser bestimmt. Beide Korrekturen lassen sich in Matrix-Schreibweise darstellen und wie in Gleichung (C.1) gezeigt zusammenfassen.

$$\underline{\underline{M}} = \begin{bmatrix} s_x & 0 & 0 \\ 0 & s_y & 0 \\ 0 & 0 & s_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \delta_{M_{xy}} & -\delta_{M_{xz}} \\ -\delta_{M_{xy}} & 0 & \delta_{M_{yz}} \\ \delta_{M_{xz}} & -\delta_{M_{yz}} & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_x & \delta_{M_{xy}} & -\delta_{M_{xz}} \\ -\delta_{M_{xy}} & s_y & \delta_{M_{yz}} \\ \delta_{M_{xz}} & -\delta_{M_{yz}} & s_z \end{bmatrix} \quad (\text{C.1})$$

Die Diagonalelemente der Matrix $\underline{\underline{M}}$ aus Gleichung (C.1) sind die Skalenfaktoren der Sensoren, und die Nebendiagonalelemente korrigieren die Fehlausrichtung der Sensitivitätsachsen.

C.2. Beschleunigungssensoren Displacement

Haben die Beschleunigungsmesser keinen gemeinsamen Schnittpunkt im Ursprung des IMU Koordinatensystems, müssen die Messungen der Beschleunigungsmesser um den Term der Zentripetalbeschleunigung relativ zu diesem Punkt in der Messachse des jeweiligen Sensors $\underline{a}_{\omega \times}$ korrigiert werden. Zu diesem Zweck lässt sich Gleichung (C.2) aufstellen [88].

$$\underline{a}_{\omega \times} = \begin{bmatrix} \left(\underline{\omega}_{ib}^b \times \left(\underline{\omega}_{ib}^b \times \underline{r}_{sx}^{IMU} \right) \right) \cdot \underline{e}_{sx}^{IMU} \\ \left(\underline{\omega}_{ib}^b \times \left(\underline{\omega}_{ib}^b \times \underline{r}_{sy}^{IMU} \right) \right) \cdot \underline{e}_{sy}^{IMU} \\ \left(\underline{\omega}_{ib}^b \times \left(\underline{\omega}_{ib}^b \times \underline{r}_{sz}^{IMU} \right) \right) \cdot \underline{e}_{sz}^{IMU} \end{bmatrix} \quad (\text{C.2})$$

Zur Berechnung der Zentripetalbeschleunigung wird neben der gemessenen Drehrate $\underline{\omega}_{ib}^b$ die Position des Beschleunigungsmessers im IMU-Koordinatensystem $\underline{r}_{sxyz}^{IMU}$ benötigt. Der Einfluss der Zentripetalbeschleunigung wird in Richtung der jeweiligen Sensitivitätsachse des Beschleunigungsmessers $\underline{e}_{sxyz}^{IMU}$ berechnet¹.

¹Weisen die Elemente von $\underline{e}_{sxyz}^{IMU}$ jeweils nur in einer Dimension einen Wert von 1 auf, so kann Gleichung (C.2) durch Ausmultiplizieren signifikant vereinfacht werden.

D Fehlerverhalten von inertialen Messeinheiten

D.1. Einachsiges Fehlerverhalten

Zur Unterscheidung und Quantifizierung der verschiedenen Effekte die durch Messfehler der IMU in der Navigationsrechnung hervorgerufen werden, wird das Verhalten in Nord-, Ost- und Vertikalrichtung beschrieben. Die Interaktion der einzelnen Effekte wird in Kapitel D.2 diskutiert.

D.1.1. Fehlerverhalten im Nordrichtung

Für die Betrachtung des Fehlerverhaltens in Nordrichtung wird angenommen, dass sich die IMU nur in Nord-Süd-Richtung bewegen kann (Abbildung D.1).

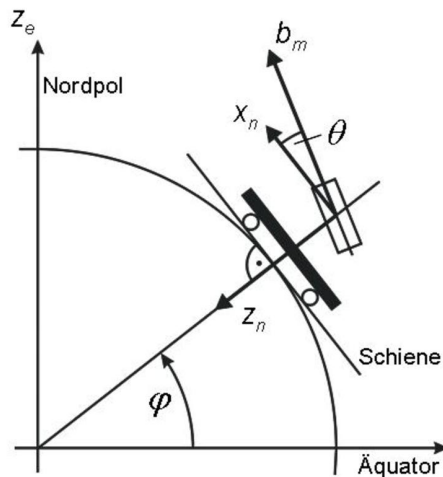


Abbildung D.1.: Koordinaten und Winkel eines Beschleunigungsmessers im Nordkanal

Die Plattform ist zunächst horizontal ausgerichtet ($\Theta = 0$), so das für die Beschleunigungskompo-

nenten b_x, b_z gilt¹:

$$a_x = a_n + R \cdot \Omega_E^2 \cdot \cos(\varphi) \cdot \sin(\varphi) \quad (\text{D.1})$$

$$a_z = \frac{v_n^2}{R} - g + R \cdot \Omega_E^2 \cdot \cos(\varphi)^2 \quad (\text{D.2})$$

Wird weiter vereinfachend angenommen, dass

$$|\cos \varphi \cdot \sin \varphi| \leq 1 \quad (\text{D.3})$$

$$|\cos^2 \varphi| \leq 1 \quad (\text{D.4})$$

$$|v_n| \leq 100 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (\text{D.5})$$

kann abgeschätzt werden, dass die Terme maximal die folgenden Beträge:

$$R \cdot \Omega_E^2 \approx 3.37 \cdot 10^{-2} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad (\text{D.6})$$

$$\frac{v_n^2}{R} \approx 1.5 \cdot 10^{-3} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad (\text{D.7})$$

erreichen und für die weitere Betrachtung ebenfalls vernachlässigt werden können. Gleichung (D.1) und (D.2) vereinfachen sich damit zu:

$$a_x = a_n \quad (\text{D.8})$$

$$a_z = -g \quad (\text{D.9})$$

Eine Fehlausrichtung $\Delta\Theta$ des Beschleunigungsmessers in Abbildung D.1 führt zu fehlerhaften Messungen, da der Beschleunigungsmesser fälschlicherweise auch einen Anteil der Erdanziehungskraft misst. Unter der Annahme von kleinen Winkeln ergibt sich für die gemessene Beschleunigung b_m :

$$b_m = a_n + g \cdot \Delta\Theta + B \quad (\text{D.10})$$

Dabei ist B ein zusätzlicher Nullpunktsfehler des Beschleunigungsmessers. Um den Fehler der Ausrichtung $\Delta\Theta$ beschleunigungsunabhängige auszuregeln, wird die in [175] vorgestellte SCHULER-Abstimmung verwendet². Die sich für den Fall der SCHULER-Abstimmung ergebenden Lagefehler in Nordrichtung aufgrund des Nullpunktsfehlers B des Beschleunigungsmessers und der Drift D des Drehratensensors zur Messung von Θ , sind in Abbildung D.2 und Abbildung D.3 aufgetragen.

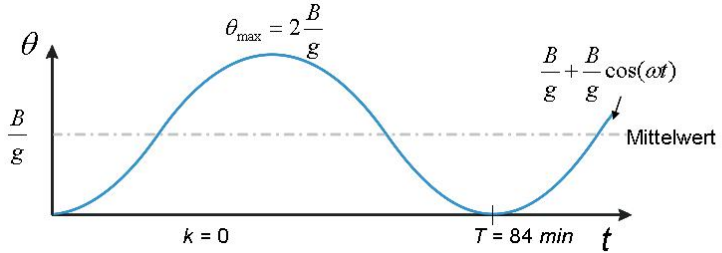


Abbildung D.2.: Lagefehler für einen Nullpunktsfehler der unregelten und der SCHULER-Abgestimmten Plattform in Nordrichtung

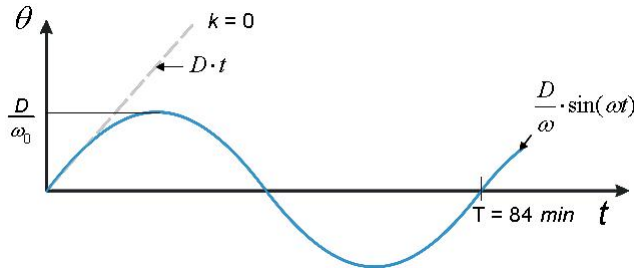


Abbildung D.3.: Lagefehler für eine Drift der unregelten und der SCHULER-Abgestimmten Plattform in Nordrichtung

In Abbildung D.2 ist der Einfluss eines Nullpunktsfehlers auf die Lage in Nordrichtung dargestellt. Ohne die SCHULER-Abstimmung ergibt sich kein Lagefehler. Bei einer SCHULER-abgestimmten Plattform existiert ein Fehler, der mit der SCHULER-Periode um einen Mittelwert schwingt, der eine Funktion des Bias B ist.

Für Beschleunigungsmesser mittlerer Qualität mit einem Nullpunktsfehler von $B \approx 10^{-4}g$ beträgt der Winkelfehler:

$$\frac{B}{g} = 10^{-4} \implies \Theta_{\infty} \approx 0.006^{\circ}. \quad (\text{D.11})$$

Für die Drift D ergibt sich wie in Abbildung D.3 dargestellt ohne SCHULER-Abstimmung ein linear mit der Zeit anwachsender Lagefehler. Mit SCHULER-Abstimmung hingegen schwingt der Lagefehler mit der SCHULER-Periode um den Mittelwert Null.

¹Weiter wird die Erde für diese Betrachtung als Kugel mit dem Radius R und die Coriolis-Beschleunigungen als vernachlässigbar angenommen. Die IMU kann die Oberfläche nicht verlassen.

²SCHULER beschreibt in [175], dass jedes schwingungsfähige physikalische System auf der Erde in seiner Lage unabhängig von Beschleunigungen wird, wenn es eine Eigenfrequenz $\omega = \sqrt{\frac{g}{R}}$ hat (SCHULER-Frequenz).

Der Geschwindigkeitsfehler ergibt sich aus der Differenz von gemessenem bzw. daraus berechneten Wert v_m und wahren Wert v_n :

$$\text{Meßwert: } v_m = \int (a_n + B + \Theta \cdot g) \cdot dt \quad (\text{D.12})$$

$$\text{Fehler: } \delta v_n = v_m - v_n = \int (B + \Theta \cdot g) \cdot dt \quad (\text{D.13})$$

Für den Geschwindigkeitsfehler ergibt sich damit das in Abbildung D.4 und D.5 gezeigte Verhalten. Ohne SCHULER-Abstimmung steigt der Geschwindigkeitsfehler infolge eines Bias und der Integration über die Zeit linear an. Mit SCHULER-Abstimmung tritt für die Geschwindigkeit eine SCHULER-Schwingung um den Mittelwert Null auf.

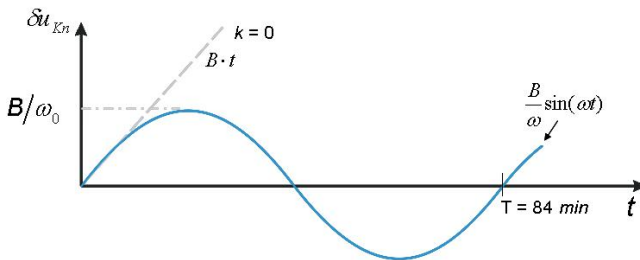


Abbildung D.4.: Geschwindigkeitsfehler für einen Nullpunktsfehler der unregulierten und der SCHULER-Abgestimmten Plattform in Nordrichtung

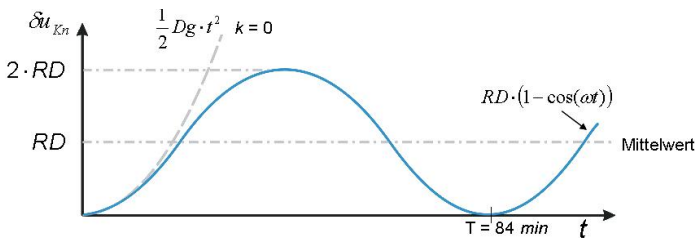


Abbildung D.5.: Geschwindigkeitsfehler für eine Drift der unregulierten und der SCHULER-Abgestimmten Plattform in Nordrichtung

Der Fehler infolge der Drift hat ohne SCHULER-Abstimmung einen parabelförmigen Verlauf. Mit SCHULER-Abstimmung ergibt sich eine SCHULER-Schwingung um einen vom Wert der Drift abhängigen Mittelwert.

Die Position ergibt sich durch Integration der Geschwindigkeit. Folglich ergibt sich die Entwicklung der Positionsfehler analog aus den Geschwindigkeitsfehlern. Die Positionsfehler verhalten

sich damit entsprechend dem in Abbildung D.6 und D.7 gezeigten Verlauf.

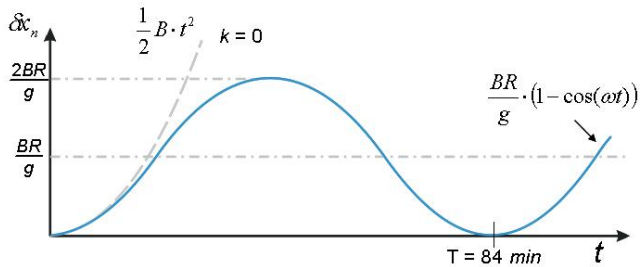


Abbildung D.6.: Positionsfehler für einen Nullpunktsfehler der unregelten und der SCHULER-Abgestimmten Plattform in Nordrichtung

Die zweite Integrationsstufe resultiert in einem quadratischen Anstieg des Positionsfehlers basierend auf dem aus dem Nullpunktsfehler herrührenden linearen Anstieg des Geschwindigkeitsfehlers ohne SCHULER-Abstimmung. Im SCHULER-Abgestimmten Fall Abstimmung schwingt der Positionsfehler infolge des Bias um einen korrespondierenden Mittelwert.

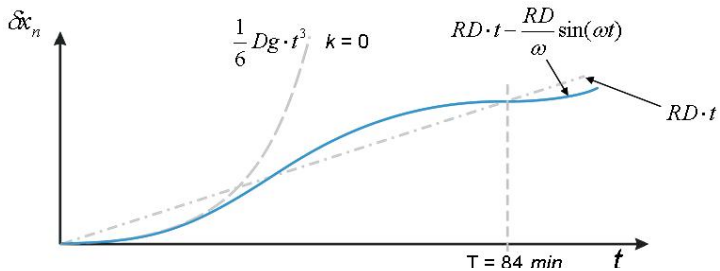


Abbildung D.7.: Positionsfehler für eine Drift der unregelten und der SCHULER-Abgestimmten Plattform in Nordrichtung

Die Drift führt ohne SCHULER-Abstimmung zu einer Parabel 3. Ordnung und mit SCHULER-Abstimmung zu einem linearen Anstieg der von einer SCHULER-Schwingung überlagert wird. Damit lässt sich für die Nordrichtung festhalten, dass im SCHULER-Abgestimmten System die Fehler in erster Linie aus der Drift der Drehratensensoren resultieren und der Nullpunktsfehler der Beschleunigungsmesser nur einen kleinen Anteil am Fehlerbudget hat. Ist das System nicht SCHULER-Abgestimmt, so treten durch den Nullpunktsfehler der Beschleunigungssensoren im Nordkanal erhebliche Fehler auf. Eine SCHULER-Abstimmung sollte deshalb in jedem Fall erfolgen.

D.1.2. Verhalten in Ostrichtung

Das Verhalten im Ostkanal entspricht im wesentlichen dem in Nordkanal, mit dem zusätzlich zu berücksichtigenden Einfluss der Erddrehrate. Die Drift wirkt sich entsprechend gleich aus, und es muss auch hier eine SCHULER-Abstimmung erfolgen.

D.1.3. Verhalten in Vertikalrichtung

Für die Betrachtung in Vertikalrichtung ist die IMU an die Bewegung in Richtung des Radiusvektors gefesselt. Für die Höhe gilt:

$$-\ddot{h} = \dot{v}_z = a_z - R \cdot \Omega_E^2 \cdot \cos(\varphi)^2 + g \tag{D.14}$$

Durch Analyse des Terms der Erdbeschleunigung lässt sich feststellen, dass ein Nullpunktsfehler in Vertikalrichtung zu einem selbstverstärkenden Effekt im Höhenfehler führt.

Die Instabilität in Vertikalrichtung ist in Abbildung D.8 für einen Nullpunktsfehler von $10^{-4}g$ dar-

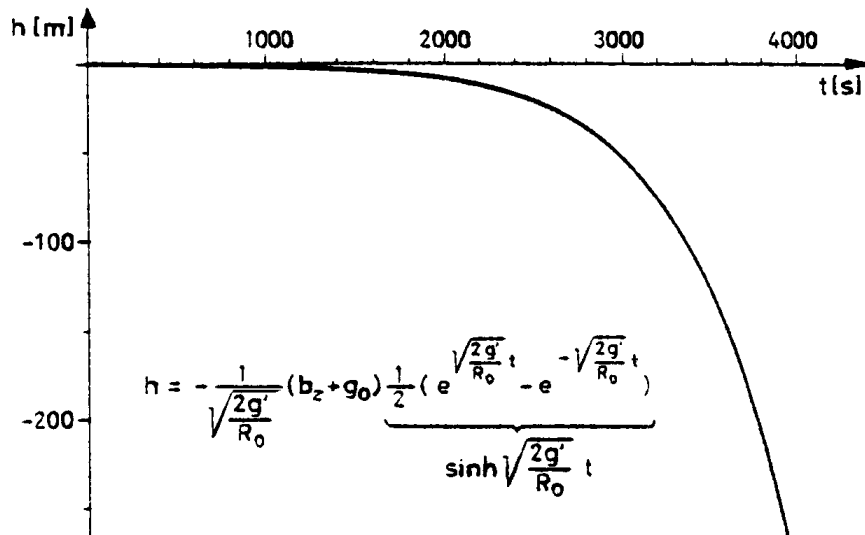


Abbildung D.8.: Höhenfehler im Vertikalrichtung

gestellt. Aus diesem Fehler resultiert nach einer Stunde ein Fehler von ≈ 300 m, der mit steigender Geschwindigkeit anwächst. Eine Stützung zur Stabilisierung des Höhenkanals, z.B. mit Barometrischer Höhenstützung oder GNSS-Höheninformationen ist deshalb zwingend erforderlich.

D.2. Fehlerverhalten von dreiachsigen Trägheitsplattformen

Aus den vorangegangenen Betrachtungen ist das Verhalten in den einzelnen Raumrichtungen bekannt. Die wesentlichen Fehlerfaktoren sind:

- die Nullpunktsfehler (B_x, B_y, B_z) der Beschleunigungsmesser
- die Drift (D_x, D_y, D_z) der Drehratensensoren
- die Fehler der Höhenstützung (z.B. Abweichungen der Standardatmosphäre)

Die Koppelung der einzelnen Faktoren und Raumrichtungen in der Mechanisierung sind vielfältig. Eine vereinfachte Darstellung findet sich in [87] und ist in Abbildung D.9 wiedergegeben. Die Nullpunktsfehler der Beschleunigungsmesser führen zu Fehlern in den zugehörigen Komponenten der Geschwindigkeit und Position. Die stärksten Fehler verursachen die Driften der Kreisel und die daraus resultierenden Fehlausrichtungen des Systems gegenüber der Horizontalen, die die Einkopplung der Erdbeschleunigung in Nord- und Ostrichtung nach sich zieht. Die SCHULER-Abstimmung kann diese Fehler begrenzen.

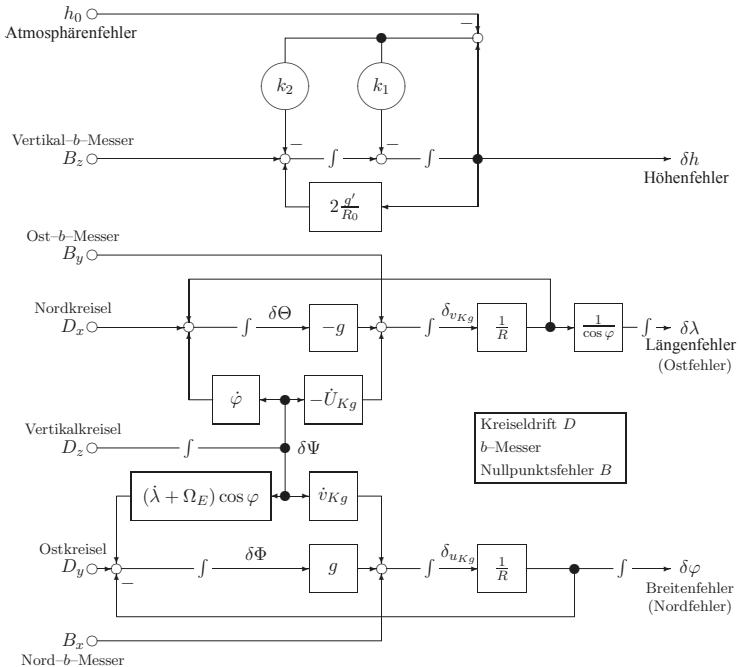


Abbildung D.9.: Vereinfachtes Fehlerverhalten einer dreiachsigen Trägheitsplattform nach [87]

Die Drift des Vertikalkreisels verursacht eine Fehlausrichtung $\Delta\Psi$ der Beschleunigungsmesser in Ost- und Nordrichtung. Die daraus resultieren Beschleunigungsfehler

$$\delta a_x = \delta\Psi \cdot a_y \quad (\text{D.15})$$

$$\delta a_y = -\delta\Psi \cdot a_x \quad (\text{D.16})$$

Integrieren sich zu entsprechenden Geschwindigkeitsfehlern

$$\delta v_x = \int \delta\Psi \cdot a_y \, dt \quad (\text{D.17})$$

$$\delta v_y = -\int \delta\Psi \cdot a_x \, dt \quad (\text{D.18})$$

Ein Azimutfehler führt ebenfalls zu Fehlern in Hänge- und Lagewinkel. Die Transport- und Erddrehrate koppeln in den jeweils anderen Raumrichtung ein und verursachen eine dort scheinbare Drift:

$$\delta\Phi = -\delta\Psi \cdot \dot{\varphi} \quad (\text{D.19})$$

$$\delta\Theta = \delta\Psi \cdot (\dot{\lambda} + \Omega_E) \cdot \cos(\varphi) \quad (\text{D.20})$$

Im Nordkanal wird die Erddrehrate in die Nickbewegung eingekoppelt. Bei Bewegungen nach Osten ist dieser Einfluss stärker ($\Omega_E + |\dot{\lambda}|$) als bei Bewegungen nach Westen ($\Omega_E - |\dot{\lambda}|$).

E Analytisches Alignment

Für die grobe Ausrichtung der IMU im Alignment-Prozess können nach [91, 93] drei Zusammenhänge genutzt werden, die für die IMU in Ruhe gelten.

$$\underline{a}_{ib}^b = \underline{\underline{C}}_n^b \cdot -\underline{\underline{\delta}}^n \quad (\text{E.1})$$

$$\underline{\omega}_{ib}^b = \underline{\underline{C}}_n^b \cdot \underline{\omega}_{ie}^n \quad (\text{E.2})$$

$$\underline{a}_{ib}^b \times \underline{\omega}_{ib}^b = \underline{\underline{C}}_n^b \cdot \left(-\underline{\underline{\delta}}^n \times \underline{\omega}_{ie}^n \right) \quad (\text{E.3})$$

Gleichung (E.1) besagt, dass die im körperfesten Koordinatensystem der IMU gemessenen Beschleunigungen \underline{a}_{ib}^b der Erdanziehungskraft $\underline{\underline{\delta}}^n$, dargestellt im lokalen NED Koordinaten, entsprechen, wenn diese durch die Rotationsmatrix $\underline{\underline{C}}_n^b$ vom NED ins körperfeste Koordinatensystem transformiert werden. Die Rotationsmatrix $\underline{\underline{C}}_n^b$ enthält die gesuchten Lagewinkel ϕ , θ und ψ . Gleichung (E.2) stellt die äquivalente Beziehung zwischen den im körperfesten Koordinatensystem der IMU gemessenen Drehraten $\underline{\omega}_{ib}^b$ und der Erddrehrate $\underline{\omega}_{ie}^n$ in NED-Koordinaten her. Gleichung (E.3) besagt, dass das Kreuzprodukt der gemessenen Beschleunigungen und Drehraten gleich dem Kreuzprodukt aus Erdanziehungskraft und Erddrehrate ist.

Diese drei Gleichungen können als Gleichungssystem (E.4) zusammengefasst werden und zu Gleichung (E.5) umgestellt werden.

$$\left[\begin{array}{c|c|c} \underline{a}_{ib}^b & \underline{\omega}_{ib}^b & \underline{a}_{ib}^b \times \underline{\omega}_{ib}^b \end{array} \right] = \underline{\underline{C}}_n^b \cdot \left[\begin{array}{c|c|c} -\underline{\underline{\delta}}^n & \underline{\omega}_{ie}^n & -\underline{\underline{\delta}}^n \times \underline{\omega}_{ie}^n \end{array} \right] \quad (\text{E.4})$$

$$\left[\begin{array}{c|c|c} \underline{a}_{ib}^b & \underline{\omega}_{ib}^b & \underline{a}_{ib}^b \times \underline{\omega}_{ib}^b \end{array} \right]^T = \left[\begin{array}{c|c|c} -\underline{\underline{\delta}}^n & \underline{\omega}_{ie}^n & -\underline{\underline{\delta}}^n \times \underline{\omega}_{ie}^n \end{array} \right]^T \cdot \underline{\underline{C}}_n^T \quad (\text{E.5})$$

Durch beidseitige Multiplikation mit der Inversen der Matrix aus Erdanziehungskraft und Erddrehrate ergibt sich Gleichung (E.6).

$$\underline{\underline{C}}_n^T = \left[\begin{array}{c|c|c} -\underline{\underline{\delta}}^n & \underline{\omega}_{ie}^n & -\underline{\underline{\delta}}^n \times \underline{\omega}_{ie}^n \end{array} \right]^{-T} \cdot \left[\begin{array}{c|c|c} \underline{a}_{ib}^b & \underline{\omega}_{ib}^b & \underline{a}_{ib}^b \times \underline{\omega}_{ib}^b \end{array} \right]^T \quad (\text{E.6})$$

Werden in Gleichung (E.6) alle Elemente der Vektoren eingesetzt, lässt sich diese Gleichung analytisch lösen.

$$\underline{\underline{C}}_b^n = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -g \\ \Omega_{ie} \cos(\phi) & 0 & -\Omega_{ie} \sin(\phi) \\ 0 & -\Omega_{ie} \cos(\phi)g & 0 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} a_x & a_y & a_z \\ p & q & r \\ a_y r - a_z q & a_z p - a_x r & a_x q - a_y p \end{bmatrix} \quad (\text{E.7})$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{-\tan(\phi)}{g} & \frac{1}{\Omega_{ie} \cos(\phi)} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-1}{\Omega_{ie} \cos(\phi)g} \\ \frac{-1}{g} & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_x & a_y & a_z \\ p & q & r \\ a_y r - a_z q & a_z p - a_x r & a_x q - a_y p \end{bmatrix} \quad (\text{E.8})$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{g p - a_x \Omega_{ie} \sin(\phi)}{g \Omega_{ie} \cos(\phi)} & \frac{g q - a_y \Omega_{ie} \sin(\phi)}{g \Omega_{ie} \cos(\phi)} & \frac{g r - a_z \Omega_{ie} \sin(\phi)}{g \Omega_{ie} \cos(\phi)} \\ \frac{a_z q - a_y r}{g \Omega_{ie} \cos(\phi)} & \frac{a_z p - a_x r}{g \Omega_{ie} \cos(\phi)} & \frac{a_y p - a_x q}{g \Omega_{ie} \cos(\phi)} \\ -\frac{a_x}{g} & -\frac{a_y}{g} & -\frac{a_z}{g} \end{bmatrix} \quad (\text{E.9})$$

Unter Verwendung von Gleichung (B.8) bis (B.10) ergeben sich hieraus Gleichung (E.10) bis (E.12) zur Berechnung der EULER-Winkel.

$$\phi = \arctan \left(\frac{a_y}{a_z} \right) = \arcsin \left(\frac{-a_y}{g \cdot \cos(\theta)} \right) \quad (\text{E.10})$$

$$\theta = \arcsin \left(\frac{a_x}{g} \right) \quad (\text{E.11})$$

$$\psi = \arctan \left(\frac{a_z q - a_y r}{g p - a_x \Omega_{ie} \sin(\phi)} \right) \quad (\text{E.12})$$

Zur Bestimmung des Gierwinkels ψ lässt sich alternativ Gleichung (E.2) in Navigationskoordinaten verwenden.

$$\begin{bmatrix} \Omega_{ie} \cos(\phi) \\ 0 \\ -\Omega_{ie} \sin(\phi) \end{bmatrix} = \underline{\underline{C}}_b^n \cdot \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \quad (\text{E.13})$$

Gleichung (E.13) lässt sich ausmultiplizieren, und durch Umstellen der mittleren Zeile der resultierenden Gleichung ergibt sich Gleichung (E.14) zur Berechnung von ψ .

$$\psi = \arctan \left(\frac{r \sin(\phi) - q \cos(\phi)}{q \sin(\phi) \sin(\theta) + r \cos(\phi) \sin(\theta) + p \cos(\theta)} \right) \quad (\text{E.14})$$

F Strapdown-Rechnung

F.1. Die Geschwindigkeitsdifferentialgleichung

Die folgende Herleitung der Geschwindigkeitsdifferentialgleichung kann in ausführlicher Form u.a. [87–89, 91–93, 102–106] entnommen werden.

Für die Beschleunigung im inertialen Koordinatensystem gilt:

$$\frac{\partial^2 p_i}{\partial t^2} = \frac{\partial v_{ib}^i}{\partial t} = \underline{a}_{ib}^i + \underline{g}_{eb}^i = \underline{\underline{C}}_b^n \cdot \underline{a}_{ib}^b + \underline{g}_{eb}^n \quad (\text{F.1})$$

Ausgedrückt im Navigationskoordinatensystem gilt unter Berücksichtigung des CORIOLIS- Theorems:

$$\frac{\partial^2 p_i}{\partial t^2} = \frac{\partial v_{en}^i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial t} (\omega_{ie}^n \times r_{eb}^n) \Big|_i \quad (\text{F.2})$$

Die Erddrehrate ω_{ie}^n kann als konstant angesehen werden. Für die Ableitung des Ortsvektors r_{eb}^n gilt abermals das CORIOLIS- Theorem. Es folgt:

$$\frac{\partial^2 p_i}{\partial t^2} = \frac{\partial v_{en}^i}{\partial t} + \underline{\omega}_{in}^n \times \underline{v}_{eb}^n + \underline{\omega}_{ie}^n \times (\omega_{ie}^n \times r_{eb}^n) \quad (\text{F.3})$$

Wird die Geschwindigkeit anstatt in inertialen Koordinaten in Navigationskoordinaten ausgedrückt, ergibt sich:

$$\frac{\partial^2 p_i}{\partial t^2} = \frac{\partial v_{en}^n}{\partial t} + \underline{\omega}_{in}^n \times \underline{v}_{eb}^n + \underline{\omega}_{ie}^n \times \underline{v}_{eb}^n + \underline{\omega}_{ie}^n \times (\omega_{ie}^n \times r_{eb}^n) \quad (\text{F.4})$$

mit

$$\underline{\omega}_{in}^n = \underline{\omega}_{ie}^n + \underline{\omega}_{en}^n \quad (\text{F.5})$$

folgt:

$$\frac{\partial^2 p_i}{\partial t^2} = \frac{\partial v_{en}^n}{\partial t} + (2\underline{\omega}_{ie}^n + \underline{\omega}_{en}^n) \times \underline{v}_{eb}^n + \underline{\omega}_{ie}^n \times (\omega_{ie}^n \times r_{eb}^n) \quad (\text{F.6})$$

Wird Gleichung (F.1) eingesetzt und die Terme zusammengefasst ergibt sich:

$$\frac{\partial v_{en}^n}{\partial t} = \underline{\underline{C}}_b^n \cdot \underline{a}_{ib}^b + \underline{g}_{eb}^n - (2\underline{\omega}_{ie}^n + \underline{\omega}_{en}^n) \times \underline{v}_{eb}^n - \underline{\omega}_{ie}^n \times (\omega_{ie}^n \times r_{eb}^n) \quad (\text{F.7})$$

Gleichung (F.7) entspricht Gleichung 4.28 in Matrixschreibweise der Kreuzprodukte.

F.2. Elemente der Strapdown-Rechnung im Navigationskoordinatensystem

Im folgenden sind die Komponenten der Matrizen und Vektoren aus der Strapdown-Rechnung in Navigationskoordinaten beschrieben. Die Geschwindigkeit relativ zu den körperfesten Koordinatensystem ist definiert als:

$$\underline{v}_{eb}^n = \begin{bmatrix} v_{eb_x}^n \\ v_{eb_y}^n \\ v_{eb_z}^n \end{bmatrix} \quad (\text{F.8})$$

Die Position in Navigationskoordinaten ist:

$$\underline{l}_{eb}^n = \begin{bmatrix} -e_{WGS}^2 R_{east} \sin \varphi \cos \varphi \\ 0 \\ -(R_{east} + h) + e_{WGS}^2 \sin \varphi \end{bmatrix} \quad (\text{F.9})$$

Der Vektor der Massenanziehung ist gleich:

$$\underline{g}_{eb}^n = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g(\varphi, h) \end{bmatrix} \quad (\text{F.10})$$

Das Gravitationsmodell nach WGS84 [9] ist definiert durch:

$$\begin{aligned} g(\varphi, h)_{WGS84} = & \underbrace{\gamma_E \frac{1 + k \sin(\varphi)^2}{\sqrt{1 - e_{WGS}^2 \sin(\varphi)^2}}}_{\text{Gravitation auf der Ellipsoidoberfläche}} \\ & - \underbrace{3.087 \cdot 10^{-6} (1 - 0.00142 \sin(\varphi)^2) \cdot h + 0.75 \cdot 10^{-12} \cdot h^2}_{\text{höhenabhängiger Anteil der Gravitation}} \end{aligned}$$

mit

$$\begin{aligned} k &= 0.001931851353 \\ \gamma_E &= 9.780326771 \frac{m}{s^2} \end{aligned} \quad (\text{F.11})$$

Dieses Gravitationsmodell enthält bereits den Anteil der Zentripetalkraft in Richtung des Massenschwerpunktes. Der Zentripetalanteil, der in Gleichung (4.28) bzw. (F.7) bereits berücksichtigt wird, muss bei Verwendung dieses Modells wieder addiert werden, um zu erreichen, dass $g(\varphi, h)$ lediglich die Massenanziehung enthält.

Die Matrix $\underline{\underline{\Omega}}_{ie}^n$ der Erddrehrate in North-East-Down Koordinaten berechnet sich:

$$\underline{\underline{\Omega}}_{ie}^n = \begin{bmatrix} 0 & \Omega_e \sin \varphi & 0 \\ -\Omega_e \sin \varphi & 0 & -\Omega_e \cos \varphi \\ 0 & \Omega_e \cos \varphi & 0 \end{bmatrix}_{ie}^n \quad (\text{F.12})$$

Die Matrix der Transportrate $\underline{\underline{\Omega}}_{en}^n$ in North-East-Down Koordinaten wird berechnet durch:

$$\underline{\underline{\Omega}}_{en}^n = \begin{bmatrix} 0 & \dot{\lambda} \sin \varphi & -\dot{\varphi} \\ -\dot{\lambda} \sin \varphi & 0 & -\dot{\lambda} \cos \varphi \\ \dot{\varphi} & \dot{\lambda} \cos \varphi & 0 \end{bmatrix}_{ie}^n \quad (\text{F.13})$$

Die Komponente der Transportrate in der Länge ist:

$$\dot{\lambda} = \frac{v_{eb_y}^n}{(R_{east} + h) \cdot \cos(\varphi)} \quad (\text{F.14})$$

Die Komponente der Transportrate in der Breite ist:

$$\dot{\varphi} = \frac{v_{eb_x}^n}{R_{north} + h} \quad (\text{F.15})$$

Die Radien des WGS84-Ellipsoids [9] abhängig von der Breite φ sind:

$$R_{north} = \frac{A_{WGS}(1 - e_{WGS}^2)}{\sqrt{(1 - e_{WGS}^2 \cdot \sin(\varphi)^2)^3}} \quad (\text{F.16})$$

$$R_{east} = \frac{A_{WGS}}{\sqrt{1 - e_{WGS}^2 \cdot \sin(\varphi)^2}} \quad (\text{F.17})$$

$$R = \sqrt{(A_{WGS} \cdot \cos(\varphi))^2 + (B_{WGS} \cdot \sin(\varphi))^2} \quad (\text{F.18})$$

Die Transformationsmatrix $\underline{\underline{D}}_{en}^w$ aus Navigationskoordinaten in das elliptische geodätische Koordinatensystem ist [93]:

$$\underline{\underline{D}}_{en}^w = \begin{bmatrix} \frac{1}{R_{north} + h} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{(R_{east} + h) \cos \varphi} & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}_p \quad (\text{F.19})$$

Die Transformationsmatrix $\underline{\underline{J}}$ zur Kompensation der Drehung des Koordinatensystems während der Integration der Drehraten aus Gleichung (4.30) ist nach [93, 103] definiert als:

$$\underline{\underline{J}}(\underline{\underline{\varepsilon}}_n^b) = \begin{bmatrix} 1 & \sin(\phi) \tan(\theta) & \cos(\phi) \tan(\theta) \\ 0 & \cos(\phi) & -\sin(\phi) \\ 0 & \frac{\sin(\phi)}{\cos(\theta)} & \frac{\cos(\phi)}{\cos(\theta)} \end{bmatrix} \quad (\text{F.20})$$

Die Matrix $\underline{\underline{W}}(\underline{\underline{\varepsilon}}_n^b)$ zur Integration in Quaternionenschreibweise aus Gleichung (4.31) ist definiert als [93, 103]:

$$\underline{\underline{W}}(q) = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_{nb_x}^b & -\omega_{nb_y}^b & -\omega_{nb_z}^b \\ \omega_{nb_x}^b & 0 & \omega_{nb_z}^b & -\omega_{nb_y}^b \\ \omega_{nb_y}^b & -\omega_{nb_z}^b & 0 & \omega_{nb_x}^b \\ \omega_{nb_z}^b & \omega_{nb_y}^b & -\omega_{nb_x}^b & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{F.21})$$

Die Komponenten ω_{nb}^b zur Bildung der Transformationsmatrix $\underline{\underline{W}}(q)$ ergeben sich, mit den Drehraten ω_{ib}^b im Koordinatensystem der IMU gemessen, zum inertialen Koordinatensystem und unter Berücksichtigung der Transportraten ω_{in}^b zu:

$$\omega_{nb}^b = \omega_{ib}^b - \underline{\underline{C}}_n^b \omega_{in}^n \quad (\text{F.22})$$

mit den Erd- und Transportraten definiert als:

$$\omega_{in}^n = \underbrace{\begin{bmatrix} \Omega_e \cos \varphi \\ 0 \\ -\Omega_e \sin \varphi \end{bmatrix}}_{\text{Erddrehrate}}^n + \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{v_{eb_y}^n}{R_{\text{cost}} + h} \\ -\frac{v_{eb_x}^n}{R_{\text{ngnth}} + h} \\ -\frac{v_{eb_y}^n \tan \varphi}{R_{\text{cost}} + h} \end{bmatrix}}_{\text{Transportrate}}^n \quad (\text{F.23})$$

G Fehlerzustandsmodell

G.1. Ableitung des Fehlerzustandsmodells

Die Strapdown-Gleichungen (4.28), (4.29) und (4.30) in Navigationskoordinaten aus Kapitel 4.6.1 bilden die Grundlage für die folgende Ableitung eines INS-Fehlermodells. Allen Termen aus Gleichung (4.28) wird ein Fehleranteil zugeordnet.

$$\begin{aligned}\dot{\underline{v}}_{en}^n + \Delta \dot{\underline{v}}_{en}^n &= \left(\underline{C}_{\underline{n}}^b + \Delta \underline{C}_{\underline{n}}^b \right) \left(\underline{a}_{ib}^b + \Delta \underline{a}_{ib}^b \right) \\ &+ \left(\underline{g}_{eb}^n + \Delta \underline{g}_{eb}^n \right) \\ &- \left(2 \left(\underline{\Omega}_{ie}^n + \Delta \underline{\Omega}_{ie}^n \right) + \left(\underline{\Omega}_{en}^n + \Delta \underline{\Omega}_{en}^n \right) \right) \left(\underline{v}_{eb}^n + \Delta \underline{v}_{eb}^n \right) \\ &- \left(\underline{\Omega}_{ie}^n + \Delta \underline{\Omega}_{ie}^n \right) \left(\underline{\Omega}_{ie}^n + \Delta \underline{\Omega}_{ie}^n \right) \left(\underline{r}_{eb}^n + \Delta \underline{r}_{eb}^n \right)\end{aligned}\quad (\text{G.1})$$

Gleichung G.1 wird ausmultipliziert und Gleichung 4.28 subtrahiert:

$$\begin{aligned}\Delta \dot{\underline{v}}_{en}^n &= \Delta \underline{C}_{\underline{n}}^b \underline{a}_{ib}^b + \underline{C}_{\underline{n}}^b \Delta \underline{a}_{ib}^b + \Delta \underline{C}_{\underline{n}}^b \Delta \underline{a}_{ib}^b + \Delta \underline{g}_{eb}^n \\ &- 2 \Delta \underline{\Omega}_{ie}^n \underline{v}_{eb}^n - 2 \underline{\Omega}_{ie}^n \Delta \underline{v}_{eb}^n - 2 \Delta \underline{\Omega}_{ie}^n \Delta \underline{v}_{eb}^n \\ &- \Delta \underline{\Omega}_{en}^n \underline{v}_{eb}^n - \underline{\Omega}_{en}^n \Delta \underline{v}_{eb}^n - \Delta \underline{\Omega}_{en}^n \Delta \underline{v}_{eb}^n \\ &- \underline{\Omega}_{ie}^n \underline{\Omega}_{ie}^n \Delta \underline{r}_{eb}^n - \underline{\Omega}_{ie}^n \Delta \underline{\Omega}_{ie}^n \underline{r}_{eb}^n - \underline{\Omega}_{ie}^n \Delta \underline{\Omega}_{ie}^n \Delta \underline{r}_{eb}^n - \Delta \underline{\Omega}_{ie}^n \underline{\Omega}_{ie}^n \underline{r}_{eb}^n \\ &- \Delta \underline{\Omega}_{ie}^n \underline{\Omega}_{ie}^n \Delta \underline{r}_{eb}^n - \Delta \underline{\Omega}_{ie}^n \Delta \underline{\Omega}_{ie}^n \underline{r}_{eb}^n - \Delta \underline{\Omega}_{ie}^n \Delta \underline{\Omega}_{ie}^n \Delta \underline{r}_{eb}^n\end{aligned}\quad (\text{G.2})$$

Wir die Erddrehrate als bekannt und fehlerfrei angenommen, entfallen die Terme, die den Fehler der Erddrehrate $\Delta \underline{\Omega}_{ie}^n$ enthalten, und es ergibt sich die gesuchte Gleichung zur Beschreibung des Geschwindigkeitsfehlers $\Delta \dot{\underline{v}}_{en}^n$:

$$\begin{aligned}\Delta \dot{\underline{v}}_{en}^n &= \Delta \underline{C}_{\underline{n}}^b \underline{a}_{ib}^b + \underline{C}_{\underline{n}}^b \Delta \underline{a}_{ib}^b + \Delta \underline{C}_{\underline{n}}^b \Delta \underline{a}_{ib}^b + \Delta \underline{g}_{eb}^n \\ &- 2 \underline{\Omega}_{ie}^n \Delta \underline{v}_{eb}^n - \Delta \underline{\Omega}_{en}^n \underline{v}_{eb}^n - \underline{\Omega}_{en}^n \Delta \underline{v}_{eb}^n \\ &- \Delta \underline{\Omega}_{en}^n \Delta \underline{v}_{eb}^n - \underline{\Omega}_{ie}^n \Delta \underline{r}_{eb}^n\end{aligned}\quad (\text{G.3})$$

Mit dem selben Vorgehen können die Gleichungen für den Fehler der Position (G.5) und der Lage (G.7) abgeleitet werden.

$$\underline{\dot{p}}^n + \Delta \underline{\dot{p}}^n = \underline{D}_{\underline{n}}^w \underline{v}_{eb}^n + \underline{D}_{\underline{n}}^w \Delta \underline{v}_{eb}^n + \Delta \underline{D}_{\underline{n}}^w \underline{v}_{eb}^n + \Delta \underline{D}_{\underline{n}}^w \Delta \underline{v}_{eb}^n \quad (\text{G.4})$$

$$\Delta \underline{\dot{p}}^n = \underline{D}_{\underline{n}}^w \Delta \underline{v}_{eb}^n + \Delta \underline{D}_{\underline{n}}^w \underline{v}_{eb}^n + \Delta \underline{D}_{\underline{n}}^w \Delta \underline{v}_{eb}^n \quad (\text{G.5})$$

$$\begin{aligned}
\dot{\underline{\epsilon}}_{ib}^b + \Delta \dot{\underline{\epsilon}}_{ib}^b &= \underline{J} \underline{\omega}_{ib}^b + \underline{J} \Delta \underline{\omega}_{ib}^b - \underline{J} \underline{C}_{in}^b \underline{\omega}_{in}^n - \underline{J} \underline{C}_{in}^b \Delta \underline{\omega}_{in}^n - \underline{J} \Delta \underline{C}_{in}^b \underline{\omega}_{in}^n \\
&\quad - \underline{J} \Delta \underline{C}_{in}^b \Delta \underline{\omega}_{in}^n + \Delta \underline{J} \underline{\omega}_{ib}^b + \Delta \underline{J} \Delta \underline{\omega}_{ib}^b - \Delta \underline{J} \underline{C}_{in}^b \underline{\omega}_{in}^n \\
&\quad - \Delta \underline{J} \underline{C}_{in}^b \Delta \underline{\omega}_{in}^n - \Delta \underline{J} \Delta \underline{C}_{in}^b \underline{\omega}_{in}^n - \Delta \underline{J} \Delta \underline{C}_{in}^b \Delta \underline{\omega}_{in}^n
\end{aligned} \tag{G.6}$$

$$\begin{aligned}
\Delta \dot{\underline{\epsilon}}_{ib}^b &= \underline{J} \Delta \underline{\omega}_{ib}^b - \underline{J} \underline{C}_{in}^b \Delta \underline{\omega}_{in}^n - \underline{J} \Delta \underline{C}_{in}^b \underline{\omega}_{in}^n \\
&\quad - \underline{J} \Delta \underline{C}_{in}^b \Delta \underline{\omega}_{in}^n + \Delta \underline{J} \underline{\omega}_{ib}^b + \Delta \underline{J} \Delta \underline{\omega}_{ib}^b - \Delta \underline{J} \underline{C}_{in}^b \underline{\omega}_{in}^n \\
&\quad - \Delta \underline{J} \underline{C}_{in}^b \Delta \underline{\omega}_{in}^n - \Delta \underline{J} \Delta \underline{C}_{in}^b \underline{\omega}_{in}^n - \Delta \underline{J} \Delta \underline{C}_{in}^b \Delta \underline{\omega}_{in}^n
\end{aligned} \tag{G.7}$$

Die drei Gleichungen (G.3), (G.5) und (G.7) werden zur Berechnung des linearisierten Fehlerzustandsmodells partiell nach den zu beobachtenden Fehlergrößen abgeleitet. Die resultierenden Derivate sind in Gleichung (G.8) in Matrizenschreibweise zusammengefasst¹. Die Submatrix \underline{M}_{ib}^a enthält die partiellen Ableitungen der Differentialgleichung für den Zustandssubvektor a nach dem Zustandssubvektor b .

$$\begin{bmatrix} \dot{\underline{p}} \\ \dot{\underline{v}} \\ \dot{\underline{a}} \\ \dot{\underline{\epsilon}} \\ \dot{\underline{\omega}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{M}_{ip}^p & \underline{M}_{iv}^p & 0 & 0 & 0 \\ \underline{M}_{ip}^v & \underline{M}_{iv}^v & \underline{M}_{ia}^v & \underline{M}_{i\epsilon}^v & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \underline{M}_{ip}^\epsilon & \underline{M}_{iv}^\epsilon & 0 & \underline{M}_{i\epsilon}^\epsilon & \underline{M}_{i\omega}^\epsilon \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{p} \\ \underline{v} \\ \underline{a} \\ \underline{\epsilon} \\ \underline{\omega} \end{bmatrix} \tag{G.8}$$

G.2. Derivate des Fehlerzustandsmodells

Im folgenden sind die Terme des Fehlermodells aus Gleichung (G.8) abgebildet. Die folgenden wiederkehrenden Terme werden in den Derivaten verwendet:

$$A = A_{WGS} \tag{G.9}$$

$$B = B_{WGS} \tag{G.10}$$

$$E^2 = E_{WGS}^2 \tag{G.11}$$

$$f1 = 1 - E^2 \sin(\phi)^2 \tag{G.12}$$

$$\hat{R}_n = \frac{A}{\sqrt{f1}} \tag{G.13}$$

$$\hat{R}_e = \frac{A \cdot f1}{\sqrt{f1^3}} \tag{G.14}$$

$$\hat{R}_n^{h\Delta h} = R_n^* + h + \Delta h \tag{G.15}$$

$$\hat{R}_e^{h\Delta h} = R_e^* + h + \Delta h \tag{G.16}$$

¹Die Indizes zur Beschreibung der Koordinatensysteme wurden für diese Darstellung zur Übersicht vernachlässigt.

Die Summe aus einem Wert und seinem Fehler mit einem Dach abgekürzt ($\hat{x} = x + \Delta x$). Alle nicht aufgelisteten Terme haben den Wert 0.

$$\underline{\underline{M}}_p^p(1,1) = -\frac{3 \cdot A \cdot (1 - ee) \cdot f1^2 \cdot E^2 \cdot \sin(\hat{\varphi}) \cos(\hat{\varphi}) \hat{v}_x}{\hat{R}_e^{h\Delta h^2} \sqrt{f1^9}} \quad (G.17)$$

$$\underline{\underline{M}}_p^p(2,1) = -\left(\frac{A \cdot E^2 \cdot \sin(\hat{\varphi})}{\hat{R}_n^{h\Delta h^2} \sqrt{f1^3}} + \frac{\sin(\hat{\varphi})}{\hat{R}_n^{h\Delta h} \cos(\hat{\varphi})^2} \right) \hat{v}_y \quad (G.18)$$

$$\underline{\underline{M}}_p^p(1,3) = -\frac{\hat{v}_x}{\hat{R}_e^{h\Delta h^2}} \quad (G.19)$$

$$\underline{\underline{M}}_p^p(2,3) = -\frac{\hat{v}_y}{\hat{R}_n^{h\Delta h^2} \cos(\hat{\varphi})} \quad (G.20)$$

$$\underline{\underline{M}}_v^p(1,1) = \frac{1}{\hat{R}_e^{h\Delta h}} \quad (G.21)$$

$$\underline{\underline{M}}_v^p(2,2) = \frac{1}{\hat{R}_n^{h\Delta h} \cdot \cos(\hat{\varphi})} \quad (G.22)$$

$$\underline{\underline{M}}_v^p(3,3) = -1 \quad (G.23)$$

$$\begin{aligned} \underline{\underline{M}}_p^v(1,1) = & \frac{3 \cdot (-v_y + \Delta v_y) \cdot \tan(\hat{\varphi}) \cdot A \cdot (1 - E^2) \cdot f1^2 \cdot E^2 \cdot \sin(\hat{\varphi}) \cos(\hat{\varphi})}{\hat{R}_e^{h\Delta h^2} \sqrt{f1^9}} \hat{v}_y \\ & - \frac{(-v_y + \Delta v_y)(1 + \tan(\hat{\varphi})^2)}{\hat{R}_e^{h\Delta h}} \hat{v}_y + \frac{\hat{v}_x \cdot A \cdot E^2 \cdot \sin(\hat{\varphi}) \cos(\hat{\varphi})}{\hat{R}_n^{h\Delta h^2} \sqrt{f1^3}} \hat{v}_z \\ & + \frac{\Omega_e^2 \sin(\varphi) \cos(\varphi) (2B^2 \cos(\varphi) \sin(\hat{\varphi}) - 2A^2 \sin(\varphi) \cos(\hat{\varphi}))}{2\sqrt{(A \cos(\hat{\varphi}))^2 + (B \sin(\hat{\varphi}))^2}} \end{aligned} \quad (G.24)$$

$$\begin{aligned} \underline{\underline{M}}_p^v(2,1) = & \frac{3 \cdot (v_y - \Delta v_y) \cdot \tan(\hat{\varphi}) \cdot A \cdot (1 - E^2) \cdot f1^2 \cdot E^2 \cdot \sin(\hat{\varphi}) \cos(\hat{\varphi})}{\hat{R}_e^{h\Delta h^2} \cdot \sqrt{f1^9}} \hat{v}_x \\ & - \frac{(v_y - \Delta v_y)(1 + \tan(\hat{\varphi})^2)}{\hat{R}_e^{h\Delta h}} \hat{v}_x + \frac{3\hat{v}_y \cdot A(1 - E^2) \cdot f1^2 \cdot E^2 \cdot \sin(\hat{\varphi}) \cos(\hat{\varphi})}{\hat{R}_e^{h\Delta h^2} \cdot \sqrt{f1^9}} \hat{v}_z \end{aligned} \quad (G.25)$$

$$\begin{aligned} \underline{\underline{M}}_p^v(3,1) = & \frac{\partial g(\Delta\varphi, \Delta h)}{\partial \Delta\varphi} \\ & - \frac{\hat{v}_x \cdot A \cdot E^2 \cdot \sin(\hat{\varphi}) \cos(\hat{\varphi})}{\hat{R}_n^{h\Delta h^2} \sqrt{f1^3}} \hat{v}_x \\ & - \frac{3\hat{v}_y \cdot A \cdot (1 - E^2) \cdot f1^2 \cdot E^2 \cdot \sin(\hat{\varphi}) \cos(\hat{\varphi})}{\hat{R}_e^{h\Delta h^2} \sqrt{f1^9}} \hat{v}_y \\ & + \frac{\Omega_e^2 \cos(\varphi) (2B^2 \cos(\varphi) \sin(\hat{\varphi}) - 2A^2 \sin(\varphi) \cos(\hat{\varphi}))}{2\sqrt{(A \cos(\hat{\varphi}))^2 + (B \sin(\hat{\varphi}))^2}} \end{aligned} \quad (G.26)$$

$$\underline{\underline{M}}_p^v(1,3) = \frac{(-v_y + \Delta v_y) \tan(\hat{\varphi})}{\hat{R}_e^{h\Delta h^2}} \hat{v}_y + \frac{\hat{v}_x}{\hat{R}_n^{h\Delta h^2}} \hat{v}_z + \Omega_e^2 \sin(\varphi) \cos(\varphi) \quad (\text{G.27})$$

$$\underline{\underline{M}}_p^v(2,3) = \frac{(v_y - \Delta v_y) \tan(\hat{\varphi})}{\hat{R}_e^{h\Delta h^2}} \hat{v}_x + \frac{\hat{v}_x}{\hat{R}_e^{h\Delta h^2}} \hat{v}_z \quad (\text{G.28})$$

$$\begin{aligned} \underline{\underline{M}}_p^v(3,3) &= \frac{\partial g(\Delta\varphi, \Delta h)}{\partial \Delta h} \\ &\quad - \frac{\hat{v}_x \tan(\hat{\varphi})}{\hat{R}_n^{h\Delta h^2}} \hat{v}_x - \frac{\hat{v}_x}{\hat{R}_e^{h\Delta h^2}} \hat{v}_y + \Omega_e^2 \cos(\varphi) \end{aligned} \quad (\text{G.29})$$

$$\underline{\underline{M}}_v^v(1,1) = -\frac{\hat{v}_z}{\hat{R}_n^{h\Delta h}} - \frac{v_y \tan(\varphi)}{R_e + h} + \frac{v_x}{R_n + h} \quad (\text{G.30})$$

$$\underline{\underline{M}}_v^v(2,1) = 2\Omega_e \sin(\varphi) - \frac{\hat{v}_y \tan(\varphi)}{\hat{R}_e^{h\Delta h}} \quad (\text{G.31})$$

$$\underline{\underline{M}}_v^v(3,1) = -\frac{2\Delta v_x}{\hat{R}_n^{h\Delta h}} \quad (\text{G.32})$$

$$\underline{\underline{M}}_v^v(1,2) = -2\Omega_e \sin(\varphi) - \frac{2\Delta v_y \tan(\hat{\varphi})}{\hat{R}_e^{h\Delta h}} \quad (\text{G.33})$$

$$\underline{\underline{M}}_v^v(2,2) = \frac{\tan(\varphi) \hat{v}_x}{\hat{R}_e^{h\Delta h}} - \frac{\hat{v}_z}{\hat{R}_e^{h\Delta h}} \quad (\text{G.34})$$

$$\underline{\underline{M}}_v^v(3,2) = -2\Omega_e \cos(\varphi) + \frac{2\Delta v_y}{\hat{R}_e^{h\Delta h}} \quad (\text{G.35})$$

$$\underline{\underline{M}}_v^v(1,3) = -\frac{\hat{v}_x}{\hat{R}_n^{h\Delta h}} \quad (\text{G.36})$$

$$\underline{\underline{M}}_v^v(2,3) = 2\Omega_e \cos(\varphi) - \frac{\hat{v}_y}{\hat{R}_e^{h\Delta h}} \quad (\text{G.37})$$

$$\underline{\underline{M}}_a^v(1,1) = \cos(\hat{\theta}) \cos(\hat{\psi}) \quad (\text{G.38})$$

$$\underline{\underline{M}}_a^v(2,1) = \cos(\hat{\theta}) \sin(\hat{\psi}) \quad (\text{G.39})$$

$$\underline{\underline{M}}_a^v(3,1) = -\sin(\hat{\theta}) \quad (\text{G.40})$$

$$\underline{\underline{M}}_a^v(1,2) = \sin(\hat{\phi}) \sin(\hat{\theta}) \cos(\hat{\psi}) - \cos(\hat{\phi}) \sin(\hat{\psi}) \quad (\text{G.41})$$

$$\underline{\underline{M}}_a^v(2,2) = \sin(\hat{\phi}) \sin(\hat{\theta}) \sin(\hat{\psi}) + \cos(\hat{\phi}) \cos(\hat{\psi}) \quad (\text{G.42})$$

$$\underline{\underline{M}}_a^v(3,2) = \sin(\hat{\phi}) \cos(\hat{\theta}) \quad (\text{G.43})$$

$$\underline{\underline{M}}_a^v(1,3) = \cos(\hat{\phi}) \sin(\hat{\theta}) \cos(\hat{\psi}) + \sin(\hat{\phi}) \sin(\hat{\psi}) \quad (\text{G.44})$$

$$\underline{\underline{M}}_a^v(2,3) = \cos(\hat{\phi}) \sin(\hat{\theta}) \sin(\hat{\psi}) - \sin(\hat{\phi}) \cos(\hat{\psi}) \quad (\text{G.45})$$

$$\underline{\underline{M}}_a^v(3,3) = \cos(\hat{\phi}) \cos(\hat{\theta}) \quad (\text{G.46})$$

$$\begin{aligned}\underline{\underline{M}}_e^v(1,1) &= (\cos(\hat{\phi}) \sin(\hat{\theta}) \cos(\hat{\psi}) + \sin(\hat{\phi}) \sin(\hat{\psi}))\hat{a}_y \\ &\quad + (-\sin(\hat{\phi}) \sin(\hat{\theta}) \cos(\hat{\psi}) + \cos(\hat{\phi}) \cos(\hat{\psi}))\hat{a}_z\end{aligned}\quad (\text{G.47})$$

$$\begin{aligned}\underline{\underline{M}}_e^v(2,1) &= (\cos(\hat{\phi}) \sin(\hat{\theta}) \sin(\hat{\psi}) - \sin(\hat{\phi}) \cos(\hat{\psi}))\hat{a}_y \\ &\quad + (-\sin(\hat{\phi}) \sin(\hat{\theta}) \sin(\hat{\psi}) - \cos(\hat{\phi}) \cos(\hat{\psi}))\hat{a}_z\end{aligned}\quad (\text{G.48})$$

$$\underline{\underline{M}}_e^v(3,1) = \cos(\hat{\phi}) \cos(\hat{\theta})\hat{a}_y - \sin(\hat{\phi}) \cos(\hat{\theta})\hat{a}_z \quad (\text{G.49})$$

$$\underline{\underline{M}}_e^v(1,2) = -\sin(\theta) \cos(\psi)\hat{a}_x + \sin(\phi) \cos(\theta) \cos(\psi)\hat{a}_y + \cos(\phi) \cos(\theta) \cos(\psi)\hat{a}_z \quad (\text{G.50})$$

$$\underline{\underline{M}}_e^v(2,2) = -\sin(\theta) \sin(\psi)\hat{a}_x + \sin(\phi) \cos(\theta) \sin(\psi)\hat{a}_y + \cos(\phi) \cos(\theta) \sin(\psi)\hat{a}_z \quad (\text{G.51})$$

$$\underline{\underline{M}}_e^v(3,2) = -\cos(\theta)\hat{a}_x - \sin(\phi) \sin(\theta)\hat{a}_y - \cos(\phi) \sin(\theta)\hat{a}_z \quad (\text{G.52})$$

$$\begin{aligned}\underline{\underline{M}}_e^v(1,3) &= -\cos(\theta) \sin(\psi)\hat{a}_x + (-\sin(\phi) \sin(\theta) \sin(\psi) - \cos(\phi) \cos(\psi))\hat{a}_y \\ &\quad + (-\cos(\phi) \sin(\theta) \sin(\psi) + \sin(\phi) \cos(\psi))\hat{a}_z\end{aligned}\quad (\text{G.53})$$

$$\begin{aligned}\underline{\underline{M}}_e^v(2,3) &= (\cos(\theta) \cos(\psi))\hat{a}_x + (\sin(\phi) \sin(\theta) \cos(\psi) - \cos(\phi) \sin(\psi))\hat{a}_y \\ &\quad + (\cos(\phi) \sin(\theta) \cos(\psi) + \sin(\phi) \sin(\psi))\hat{a}_z\end{aligned}\quad (\text{G.55})$$

$$f_{\varepsilon 1} = -\Omega_e \sin(\hat{\phi}) - \frac{3\hat{v}_y A(1-E^2)f1^2 \cdot E^2 \cdot \sin(\hat{\phi}) \cos(\hat{\phi})}{\hat{R}_e^{h\Delta h^2} \sqrt{f1^9}} \quad (\text{G.57})$$

$$f_{\varepsilon 2} = -\Omega_e \cos(\hat{\phi}) - \frac{\hat{v}_y(1+\tan(\hat{\phi})^2)}{\hat{R}_e^{h\Delta h}} + \frac{\hat{v}_y \tan(\hat{\phi}) A(1-E^2)f1^2 \cdot E^2 \cdot \sin(\hat{\phi}) \cos(\hat{\phi})}{\hat{R}_e^{h\Delta h^2} \sqrt{f1^9}} \quad (\text{G.58})$$

$$\begin{aligned}f_{\varepsilon 3} &= -(\cos(\hat{\phi}) \sin(\hat{\theta}) \sin(\hat{\psi}) - \sin(\hat{\phi}) \cos(\hat{\psi}))f_{\varepsilon 2} - \cos(\hat{\theta}) \sin(\hat{\psi})f_{\varepsilon 1} \\ &\quad - \frac{(\sin(\hat{\phi}) \sin(\hat{\theta}) \sin(\hat{\psi}) + \cos(\hat{\phi}) \cos(\hat{\psi}))\hat{v}_x A \cdot E^2 \cdot \sin(\hat{\phi}) \cos(\hat{\phi})}{\hat{R}_n^{h\Delta h^2} \sqrt{f1^3}}\end{aligned}\quad (\text{G.59})$$

$$f_{\varepsilon 4} = \sin(\hat{\theta})f_{\varepsilon 1} - \cos(\hat{\phi}) \cos(\hat{\theta})f_{\varepsilon 2} - \frac{\sin(\hat{\phi}) \cos(\hat{\theta})\hat{v}_x A \cdot E^2 \cdot \sin(\hat{\phi}) \cos(\hat{\phi})}{\hat{R}_n^{h\Delta h^2} \sqrt{f1^3}} \quad (\text{G.60})$$

$$f_{\varepsilon 5} = -\frac{\sin(\hat{\theta})\hat{v}_y + \cos(\hat{\phi}) \cos(\hat{\theta})\hat{v}_y \tan(\hat{\phi})}{\hat{R}_e^{h\Delta h^2}} - \frac{\sin(\hat{\phi}) \cos(\hat{\theta})\hat{v}_x}{\hat{R}_n^{h\Delta h^2}} - \frac{\cos(\hat{\phi}) \cos(\hat{\theta})}{\hat{R}_n^{h\Delta h^2}} \tan(\hat{\phi}) \quad (\text{G.61})$$

$$\begin{aligned}f_{\varepsilon 6} &= \frac{\cos(\hat{\theta}) \sin(\hat{\psi}) - (\cos(\hat{\phi}) \sin(\hat{\theta}) \sin(\hat{\psi}) - \sin(\hat{\phi}) \cos(\hat{\psi})) \tan(\hat{\phi})}{\hat{R}_e^{h\Delta h^2}} \hat{v}_y \\ &\quad - \frac{\sin(\hat{\phi}) \sin(\hat{\theta}) \sin(\hat{\psi}) + \cos(\hat{\phi}) \cos(\hat{\psi})}{\hat{R}_n^{h\Delta h^2}} \hat{v}_x\end{aligned}\quad (\text{G.62})$$

$$\begin{aligned}\underline{\underline{M}}_p^e(1,1) &= -\cos(\hat{\theta}) \cos(\hat{\psi})f_{\varepsilon 1} - \frac{(\sin(\hat{\phi}) \sin(\hat{\theta}) \cos(\hat{\psi}) - \cos(\hat{\phi}) \sin(\hat{\psi}))\hat{v}_x A E^2 \sin(\hat{\phi}) \cos(\hat{\phi})}{\hat{R}_n^{h\Delta h^2} \sqrt{f1^3}} \\ &\quad - (\cos(\hat{\phi}) \sin(\hat{\theta}) \cos(\hat{\psi}) + \sin(\hat{\phi}) \sin(\hat{\psi}))f_{\varepsilon 2} + \sin(\hat{\phi}) \tan(\hat{\theta})f_{\varepsilon 3} + \cos(\hat{\phi}) \tan(\hat{\theta})f_{\varepsilon 4}\end{aligned}\quad (\text{G.63})$$

$$\underline{\underline{M}}_p^e(2,1) = \cos(\hat{\phi})f_{\varepsilon 3} - \sin(\hat{\phi})f_{\varepsilon 4} \quad (\text{G.64})$$

$$\underline{\underline{M}}_p^\varepsilon(3,1) = \frac{\sin(\hat{\phi})}{\cos(\hat{\theta})} f_{\varepsilon 3} + \frac{\cos(\hat{\phi})}{\hat{\theta}} f_{\varepsilon 4} \quad (\text{G.65})$$

$$\begin{aligned} \underline{\underline{M}}_p^\varepsilon(1,3) = & \frac{\cos(\hat{\theta}) \cos(\hat{\psi}) - (\cos(\hat{\phi}) \sin(\hat{\theta}) \cos(\hat{\psi}) + \sin(\hat{\phi}) \sin(\hat{\psi})) \tan(\hat{\phi})}{\hat{R}_e^{h\Delta h^2}} \hat{v}_y \\ & - \frac{\sin(\hat{\phi}) \sin(\hat{\theta}) \cos(\hat{\psi}) - \cos(\hat{\phi}) \sin(\hat{\psi})}{\hat{R}_n^{h\Delta h^2}} \hat{v}_x + \sin(\hat{\phi}) \tan(\hat{\theta}) f_{\varepsilon 6} + \cos(\hat{\phi}) \tan(\hat{\theta}) f_{\varepsilon 5} \end{aligned} \quad (\text{G.66})$$

$$\underline{\underline{M}}_p^\varepsilon(2,3) = \cos(\hat{\phi}) f_{\varepsilon 6} - \sin(\hat{\phi}) f_{\varepsilon 5} \quad (\text{G.67})$$

$$\underline{\underline{M}}_p^\varepsilon(3,3) = \frac{\sin(\hat{\phi})}{\cos(\hat{\theta})} f_{\varepsilon 6} + \frac{\cos(\hat{\phi})}{\cos(\hat{\theta})} f_{\varepsilon 5} \quad (\text{G.68})$$

$$\begin{aligned} \underline{\underline{M}}_v^\varepsilon(1,1) = & \frac{\sin(\hat{\phi}) \sin(\hat{\theta}) \cos(\hat{\psi}) - \cos(\hat{\phi}) \sin(\hat{\psi})}{\hat{R}_n^{h\Delta h}} + \frac{\cos(\hat{\phi}) \tan(\hat{\theta}) \sin(\hat{\phi}) \cos(\hat{\theta})}{\hat{R}_n^{h\Delta h}} \\ & + \sin(\hat{\phi}) \tan(\hat{\psi}) \frac{\sin(\hat{\phi}) \sin(\hat{\theta}) \sin(\hat{\psi}) + \cos(\hat{\phi}) \cos(\hat{\psi})}{\hat{R}_n^{h\Delta h}} \end{aligned} \quad (\text{G.69})$$

$$\underline{\underline{M}}_v^\varepsilon(2,1) = \cos(\hat{\phi}) \frac{\sin(\hat{\phi}) \sin(\hat{\theta}) \sin(\hat{\psi}) + \cos(\hat{\phi}) \cos(\hat{\psi})}{\hat{R}_n^{h\Delta h}} - \frac{\sin(\hat{\phi})^2 \cos(\hat{\theta})}{\hat{R}_n^{h\Delta h}} \quad (\text{G.70})$$

$$\underline{\underline{M}}_v^\varepsilon(3,1) = \sin(\hat{\phi}) \frac{\sin(\hat{\phi}) \sin(\hat{\theta}) \sin(\hat{\psi}) + \cos(\hat{\phi}) \cos(\hat{\psi})}{\hat{R}_n^{h\Delta h} \cos(\hat{\theta})} + \frac{\cos(\hat{\phi}) \sin(\hat{\phi})}{\hat{R}_n^{h\Delta h}} \quad (\text{G.71})$$

$$\begin{aligned} \underline{\underline{M}}_v^\varepsilon(1,2) = & -\frac{\cos(\hat{\theta}) \cos(\hat{\psi})}{\hat{R}_e^{h\Delta h}} + \frac{\cos(\hat{\phi}) \sin(\hat{\theta}) \cos(\hat{\psi}) + \sin(\hat{\phi}) \sin(\hat{\psi})}{\hat{R}_e^{h\Delta h}} \tan(\hat{\phi}) \\ & + \sin(\hat{\phi}) \tan(\hat{\theta}) \left(\frac{\cos(\hat{\theta}) \sin(\hat{\psi})}{\hat{R}_e^{h\Delta h}} + \frac{\cos(\hat{\phi}) \sin(\hat{\theta}) \sin(\hat{\psi}) - \sin(\hat{\phi}) \cos(\hat{\psi})}{\hat{R}_e^{h\Delta h}} \tan(\hat{\phi}) \right) \\ & + \cos(\hat{\phi}) \tan(\hat{\theta}) \left(\frac{\sin(\hat{\theta})}{\hat{R}_e^{h\Delta h}} + \frac{\cos(\hat{\phi}) \cos(\hat{\theta})}{\hat{R}_e^{h\Delta h}} \tan(\hat{\phi}) \right) \end{aligned} \quad (\text{G.72})$$

$$\begin{aligned} \underline{\underline{M}}_v^\varepsilon(2,2) = & \cos(\hat{\phi}) \left(\frac{\cos(\hat{\theta}) \sin(\hat{\psi})}{\hat{R}_e^{h\Delta h}} + \frac{\cos(\hat{\phi}) \sin(\hat{\theta}) \sin(\hat{\psi}) - \sin(\hat{\phi}) \cos(\hat{\psi})}{\hat{R}_e^{h\Delta h}} \tan(\hat{\phi}) \right) \\ & - \sin(\hat{\phi}) \left(\frac{\sin(\hat{\theta})}{\hat{R}_e^{h\Delta h}} + \frac{\cos(\hat{\phi}) \cos(\hat{\theta})}{\hat{R}_e^{h\Delta h}} \tan(\hat{\phi}) \right) \end{aligned} \quad (\text{G.73})$$

$$\begin{aligned} \underline{\underline{M}}_v^\varepsilon(3,2) = & \frac{\sin(\hat{\phi})}{\cos(\hat{\theta})} \left(\frac{\cos(\hat{\theta}) \sin(\hat{\psi})}{\hat{R}_e^{h\Delta h}} + \frac{\cos(\hat{\phi}) \sin(\hat{\theta}) \sin(\hat{\psi}) - \sin(\hat{\phi}) \cos(\hat{\psi})}{\hat{R}_e^{h\Delta h}} \tan(\hat{\phi}) \right) \\ & + \frac{\cos(\hat{\phi})}{\cos(\hat{\theta})} \left(\frac{\sin(\hat{\theta})}{\hat{R}_e^{h\Delta h}} + \frac{\cos(\hat{\phi}) \cos(\hat{\theta})}{\hat{R}_e^{h\Delta h}} \tan(\hat{\phi}) \right) \end{aligned} \quad (\text{G.74})$$

$$f_{\varepsilon\epsilon 1} = -\Omega_0 \sin(\hat{\phi}) - \frac{\tan(\hat{\phi})}{\hat{R}_e^{h\Delta h}} \hat{v}_y \quad (\text{G.75})$$

$$f_{\varepsilon\epsilon 2} = \frac{\cos(\hat{\phi}) \cos(\hat{\theta})}{\hat{R}_n^{h\Delta h}} \hat{v}_x + \sin(\hat{\phi}) \cos(\hat{\theta}) f_{\varepsilon\epsilon 1} \quad (\text{G.76})$$

$$f_{\varepsilon\epsilon 3} = \Omega_e \cos(\hat{\phi}) + \frac{\hat{v}_y}{\hat{R}_e^{h\Delta h}} \quad (\text{G.77})$$

$$f_{\varepsilon\epsilon 4} = \hat{r} - \cos(\hat{\phi}) \cos(\hat{\theta}) f_{\varepsilon\epsilon 1} + \sin(\hat{\theta}) f_{\varepsilon\epsilon 3} + \frac{\sin(\hat{\phi}) \cos(\hat{\theta})}{\hat{R}_n^{h\Delta h}} \hat{v}_x \quad (\text{G.78})$$

$$f_{\varepsilon\epsilon 5} = \hat{q} - \cos(\hat{\theta}) \sin(\hat{\psi}) f_{\varepsilon\epsilon 3} - (\cos(\hat{\phi}) \sin(\hat{\theta}) \sin(\hat{\psi}) - \sin(\hat{\phi}) \cos(\hat{\psi})) f_{\varepsilon\epsilon 1} \quad (\text{G.79})$$

$$+ \frac{\sin(\hat{\phi}) \sin(\hat{\theta}) \sin(\hat{\psi}) + \cos(\hat{\phi}) \cos(\hat{\psi})}{\hat{R}_n^{h\Delta h}} \hat{v}_x \quad (\text{G.80})$$

$$f_{\varepsilon\epsilon 6} = \frac{\cos(\hat{\phi}) \sin(\hat{\theta}) \sin(\hat{\psi}) - \sin(\hat{\phi}) \cos(\hat{\psi})}{\hat{R}_n^{h\Delta h}} \hat{v}_x \\ + (\sin(\hat{\phi}) \sin(\hat{\theta}) \sin(\hat{\psi}) + \cos(\hat{\phi}) \cos(\hat{\psi})) f_{\varepsilon\epsilon 1} \quad (\text{G.81})$$

$$f_{\varepsilon\epsilon 7} = \cos(\hat{\phi}) \sin(\hat{\theta}) f_{\varepsilon\epsilon 1} + \cos(\hat{\theta}) f_{\varepsilon\epsilon 3} - \frac{\sin(\hat{\phi}) \sin(\hat{\theta})}{\hat{R}_n^{h\Delta h}} \hat{v}_x \quad (\text{G.82})$$

$$f_{\varepsilon\epsilon 8} = -\cos(\hat{\phi}) \cos(\hat{\theta}) \sin(\hat{\psi}) f_{\varepsilon\epsilon 1} + \sin(\hat{\theta}) \sin(\hat{\psi}) f_{\varepsilon\epsilon 3} + \frac{\sin(\hat{\phi}) \cos(\hat{\theta}) \sin(\hat{\psi})}{\hat{R}_n^{h\Delta h}} \hat{v}_x \quad (\text{G.83})$$

$$f_{\varepsilon\epsilon 9} = -\cos(\hat{\theta}) \cos(\hat{\psi}) f_{\varepsilon\epsilon 3} + \frac{\sin(\hat{\phi}) \sin(\hat{\theta}) \cos(\hat{\psi}) - \cos(\hat{\phi}) \sin(\hat{\psi})}{\hat{R}_n^{h\Delta h}} \hat{v}_x \\ - (\cos(\hat{\phi}) \sin(\hat{\theta}) \cos(\hat{\psi}) + \sin(\hat{\phi}) \sin(\hat{\psi})) f_{\varepsilon\epsilon 1} \quad (\text{G.84})$$

$$\underline{\underline{M}}_{\varepsilon}^{\varepsilon}(1, 1) = \frac{\cos(\hat{\phi}) \sin(\hat{\theta}) \cos(\hat{\psi}) + \sin(\hat{\phi}) \sin(\hat{\psi})}{\hat{R}_n^{h\Delta h}} \hat{v}_x \\ + (\sin(\hat{\phi}) \sin(\hat{\theta}) \cos(\hat{\psi}) - \cos(\hat{\phi}) \sin(\hat{\psi})) f_{\varepsilon\epsilon 1} \\ + \cos(\hat{\phi}) \tan(\hat{\theta}) (f_{\varepsilon\epsilon 2} + f_{\varepsilon\epsilon 5}) + \sin(\hat{\phi}) \tan(\hat{\theta}) (-f_{\varepsilon\epsilon 4} + f_{\varepsilon\epsilon 6}) \quad (\text{G.85})$$

$$\underline{\underline{M}}_{\varepsilon}^{\varepsilon}(2, 1) = -\sin(\hat{\phi}) (f_{\varepsilon\epsilon 2} + f_{\varepsilon\epsilon 5}) + \cos(\hat{\phi}) (-f_{\varepsilon\epsilon 4} + f_{\varepsilon\epsilon 6}) \quad (\text{G.86})$$

$$\underline{\underline{M}}_{\varepsilon}^{\varepsilon}(3, 1) = \frac{\cos(\hat{\phi})}{\cos(\hat{\theta})} (f_{\varepsilon\epsilon 2} + f_{\varepsilon\epsilon 5}) + \frac{\sin(\hat{\phi})}{\cos(\hat{\theta})} (-f_{\varepsilon\epsilon 4} + f_{\varepsilon\epsilon 6}) \quad (\text{G.87})$$

$$\underline{\underline{M}}_{\varepsilon}^{\varepsilon}(1, 2) = \sin(\hat{\theta}) \cos(\hat{\psi}) f_{\varepsilon\epsilon 3} + \frac{\sin(\hat{\phi}) \cos(\hat{\theta}) \cos(\hat{\psi})}{\hat{R}_n^{h\Delta h}} \hat{v}_x - \cos(\hat{\phi}) \cos(\hat{\theta}) \cos(\hat{\psi}) f_{\varepsilon\epsilon 1} \\ + \sin(\hat{\phi}) (1 + \tan(\hat{\theta})^2) f_{\varepsilon\epsilon 5} + \sin(\hat{\phi}) \tan(\hat{\theta}) f_{\varepsilon\epsilon 8} \\ + \cos(\hat{\phi}) (1 + \tan(\hat{\theta})^2) f_{\varepsilon\epsilon 4} + \cos(\hat{\phi}) \tan(\hat{\theta}) f_{\varepsilon\epsilon 7} \quad (\text{G.88})$$

$$\underline{\underline{M}}_{\varepsilon}^{\varepsilon}(2, 2) = \cos(\hat{\phi}) f_{\varepsilon\epsilon 8} - \sin(\hat{\phi}) f_{\varepsilon\epsilon 7} \quad (\text{G.89})$$

$$\underline{\underline{M}}_{\varepsilon}^{\varepsilon}(3, 2) = \frac{\sin(\hat{\phi}) \sin(\hat{\theta})}{\cos(\hat{\theta})^2} f_{\varepsilon\epsilon 5} + \frac{\sin(\hat{\phi})}{\cos(\hat{\theta})} f_{\varepsilon\epsilon 8} + \frac{\cos(\hat{\phi}) \sin(\hat{\theta})}{\cos(\hat{\theta})^2} f_{\varepsilon\epsilon 4} + \frac{\cos(\hat{\phi})}{\cos(\hat{\theta})} f_{\varepsilon\epsilon 7} \quad (\text{G.90})$$

$$\begin{aligned} \underline{\underline{M}}_{\varepsilon}^{\varepsilon}(1,3) &= \cos(\hat{\theta}) \sin(\hat{\psi}) f_{\varepsilon\varepsilon 3} + \frac{-\sin(\hat{\phi}) \sin(\hat{\theta}) \sin(\hat{\psi}) - \cos(\hat{\phi}) \cos(\hat{\psi})}{\hat{R}_n^{h\Delta h}} \hat{\partial}_x \\ &\quad + (\cos(\hat{\phi}) \sin(\hat{\theta}) \sin(\hat{\psi}) - \sin(\hat{\phi}) \cos(\hat{\psi})) f_{\varepsilon\varepsilon 1} + \sin(\hat{\phi}) \tan(\hat{\theta}) f_{\varepsilon\varepsilon 9} \end{aligned} \quad (\text{G.91})$$

$$\underline{\underline{M}}_{\varepsilon}^{\varepsilon}(2,3) = \cos(\hat{\phi}) f_{\varepsilon\varepsilon 9} \quad (\text{G.92})$$

$$\underline{\underline{M}}_{\varepsilon}^{\varepsilon}(3,3) = \frac{\sin(\hat{\phi})}{\cos(\hat{\theta})} f_{\varepsilon\varepsilon 9} \quad (\text{G.93})$$

$$\underline{\underline{M}}_{\omega}^{\varepsilon}(1,1) = 1 \quad (\text{G.94})$$

$$\underline{\underline{M}}_{\omega}^{\varepsilon}(1,2) = \sin(\hat{\phi}) \tan(\hat{\theta}) \quad (\text{G.95})$$

$$\underline{\underline{M}}_{\omega}^{\varepsilon}(2,2) = \cos(\hat{\phi}) \quad (\text{G.96})$$

$$\underline{\underline{M}}_{\omega}^{\varepsilon}(1,2) = \frac{\sin(\hat{\phi})}{\cos(\hat{\theta})} \quad (\text{G.97})$$

$$\underline{\underline{M}}_{\omega}^{\varepsilon}(1,3) = \cos(\hat{\phi}) \tan(\hat{\theta}) \quad (\text{G.98})$$

$$\underline{\underline{M}}_{\omega}^{\varepsilon}(2,3) = -\sin(\hat{\phi}) \quad (\text{G.99})$$

$$\underline{\underline{M}}_{\omega}^{\varepsilon}(1,3) = \frac{\cos(\hat{\phi})}{\cos(\hat{\theta})} \quad (\text{G.100})$$

Die Derivate des Gravitationsmodells sind:

$$\begin{aligned} \frac{\partial g(\Delta\varphi, \Delta h)}{\partial \Delta\varphi} &= \gamma_e \frac{\sin(\hat{\phi}) \cos(\hat{\phi}) \cdot K_{g2} \cdot \hat{h}}{\sqrt{(1 - EE + EE \cos(\hat{\phi})^2)^3}} \\ &\quad \cdot (K_{g1} \cdot K_{g3} \cdot (-4 + 4 \cos(\hat{\phi})^2 + E^2(3 + 3 \cos(\hat{\phi})^4 - 6 \cos(\hat{\phi})^2)) \\ &\quad + E^2 + G_{k1}(2 - E^2 + \cos(\hat{\phi})^2 EE) + K_{g3}(E^2 - 2 - \cos(\hat{\phi})^2 EE)) \end{aligned} \quad (\text{G.101})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial g(\Delta\varphi, \Delta h)}{\partial \Delta h} &= 1.5 \cdot 10^{-12} \hat{h} \\ &\quad + \gamma_e K_{g2} \frac{1 + K_{g3}(\cos(\hat{\phi})^2 - 1) + K_{g1}(1 - \cos(\hat{\phi})^2) + K_{g3}(2 \cos(\hat{\phi})^2 - \cos(\hat{\phi})^4 - 1))}{\sqrt{1 - EE + EE \cdot \cos(\hat{\phi})^2}} \end{aligned} \quad (\text{G.102})$$

mit

$$\gamma_e = 9.780326771 \frac{m}{s^2} \quad (\text{G.103})$$

$$K_{g1} = 0.001931851353 \quad (\text{G.104})$$

$$K_{g2} = 3.087 \cdot 10^{-6} \quad (\text{G.105})$$

$$K_{g3} = 0.00142 \quad (\text{G.106})$$

H Prozessunsicherheit im Fehlerzustandsmodell

Für die Prediktion der Prozessunsicherheit in dem KALMAN-Filter wurde in Kapitel 5.1 die Gleichung (5.8) eingeführt, die in Gleichung (H.1) nochmals wiedergegeben ist.

$$\underline{P}_{k+1} = \underbrace{\underline{\Phi}_k \underline{P}_k \underline{\Phi}_k^T}_{\text{Fehlerfortpflanzung}} + \underbrace{\underline{Q}_k}_{\text{Prozessunsicherheit}} \quad (\text{H.1})$$

Diese Gleichung besteht aus zwei Termen, die sich aus der Fehlerfortpflanzung durch die linearisierte Prädiktion von \underline{x}_k in Gleichung (5.3) und die dabei entstehenden Fehler durch die Linearisierung und Unsicherheiten in der Prozessbeschreibung z.B. durch Modellunsicherheiten ergeben. Da neben der Anfangsbedingung \underline{P}_0 und der Modellierung der Messunsicherheiten \underline{R}_k , die Matrix der Prozessunsicherheit \underline{Q}_k einen wesentlichen Einfluss auf die Berechnung der Zustandskovarianzmatrix \underline{P}_k hat, nimmt diese eine zentrale Rolle für die Funktion des Navigationsfilters ein. Die Interpretation der Elemente der Matrix der Prozessunsicherheit \underline{Q}_k ist wiederum stark abhängig von der mathematischen Definition des Navigationsfilters und unterscheidet sich zudem zwischen Voll- und Fehlerzustandsfilter. Im weiteren wird auf die Interpretation der Prozessunsicherheit \underline{Q}_k des beschriebenen Fehlerzustandsfilter eingegangen. Analoge Überlegungen können auf andere Filter übertragen werden.

Die Prozessunsicherheit \underline{Q}_k ist im Grundsatz eine vollbesetzte Fehlerkovarianzmatrix, deren Elemente die Fehler, die bei der Prädiktion zwischen zwei Epochen t_k nach t_{k+1} entstehen, abbilden sollen. Die Fehler und deren Varianzen zu einem Zeitpunkt t zwischen den Zustandsgrößen können als nicht korreliert angenommen werden, so dass sich die Prozessunsicherheit \underline{Q}_k für das jeweilige Zeitinkrement anhand des Fehlerfortpflanzungsgesetz mit der Transitionsmatrix $\underline{\Phi}$ und der zeitkontinuierlichen Prozessunsicherheit \underline{Q} berechnen lässt.

$$\underline{Q}_k = \int_{t_k}^{t_{k+1}} \underline{\Phi}_k(\tau) \underline{Q} \underline{\Phi}_k^T(\tau) d\tau \quad (\text{H.2})$$

Die zeit-kontinuierliche Matrix der Prozessunsicherheit \underline{Q} ist ausschließlich auf der Hauptdiagonalen besetzt und zwischen den Zuständen unkorreliert. Damit können die Prozessunsicherheiten der Zustände unabhängig voneinander interpretiert werden. Durch die Fehlerfortpflanzung mit der Transitionsmatrix $\underline{\Phi}$ wird ebenfalls die Kopplung zwischen den Zuständen berücksichtigt, so dass eine vollbesetzte Matrix \underline{Q}_k resultiert. Anschaulich kann dies so interpretiert werden, dass z.B. ein

Fehler der Beschleunigungen sich ebenso wie eine Messung der zugehörigen Größe in die anderen Zustände fortpflanzt.

Für die Basiszustände des Filters aus Kapitel G lassen sich folgende Interpretationen zu deren Bedeutung in der Matrix der Prozessunsicherheit \underline{Q} anstellen:

- Fehler des Nullpunktsfehlers der Beschleunigung \underline{a} :
Beobachtet werden die Fehler des Nullpunktsfehlers der Beschleunigung \underline{a} . Die Varianz dieser Größe beschreibt damit ebenso die Varianz des Nullpunktsfehlers der Beschleunigung \underline{a} . Ihr Ursprung liegt in der Messungenauigkeit des Beschleunigungsmessers und dessen Modellierung. Die entsprechenden Parameter leiten sich damit maßgeblich aus der Charakterisierung des Sensors wie in Kapitel 4.2.3 beschrieben und weiteren Faktoren wie z.B. der Genauigkeit des verwendeten Modells der Erdanziehungskraft, die sich jedoch nicht immer pauschal einem Sensor zuordnen lassen, ab. Werden Sensorfehler höherer Ordnung modelliert, so gilt für diese Entsprechendes.
- Fehler des Nullpunktsfehlers der Drehraten $\underline{\omega}$:
Gleichermaßen beschreibt Fehler des Nullpunktsfehlers der Drehraten $\underline{\omega}$ die Fehler die durch die Messungenauigkeit der Drehratensensoren und deren Modellierung entstehen. Neben numerischen Fehlern, z.B. durch das gewählte Integrationsverfahren, sind die Fehler der Modellierung z.B. der Erddrehrate und Transportrate in der Regel gering verglichen mit den korrespondierenden Fehlern der Beschleunigungsmesser. Die anzunehmenden Varianzen folgen deshalb stark den durch die in Kapitel 4.2.3 beschriebene Sensorcharakterisierung bestimmten Werte. Für modellierte Sensorfehler höherer Ordnung gilt ebenfalls Entsprechendes.
- Fehler der Geschwindigkeit \underline{v} :
Der Fehler der Geschwindigkeit \underline{v} resultiert aus Fehlern in der Modellierung und Linearisierung z.B. durch das verwendete Integrationsverfahren der Beschleunigungen. Daneben können hier ersatzweise Effekte durch Fehler in der Modellierung und Kompensation der Erdanziehungskraft in vertikaler Richtung berücksichtigt werden.
- Fehler der Position \underline{p} :
Der Fehler der Position \underline{p} resultiert aus Fehlern die durch die Modellierung und Linearisierung in dem Filter und der Strapdown-Rechnung z.B. durch numerische Effekte oder das Integrationsverfahren entstehen.
- Fehler der Lagewinkel $\underline{\varepsilon}$:
Ebenso wie für die vorangegangenen Größen sind die Fehler der Lagewinkel $\underline{\varepsilon}$ bestimmt durch Fehler der Modellierung und Linearisierung.

Symbolverzeichnis

Symbol Beschreibung

Lateinische Buchstaben

A_m	Amplitude m
A	Große Halbachse, Amplitude
δa	Nullpunktfehler des Beschleunigungsmesser
a_{WGS}	Große Halbachse des WGS84-Ellipsoides
B_L	Bandbreite von L
c	Lichtgeschwindigkeit im Vakuum
c_{ic}	Kosinus-Korrekturglied der Inklination
c_{is}	Sinus-Korrekturglied der Inklination
C/N_0	Träger zu Rausch Abstand
$cov(\hat{x})$	Kovarianz von \hat{x}
c_{rc}	Kosinus-Korrekturglied des Orbit-Radius
c_{rs}	Sinus-Korrekturglied des Orbit-Radius
c_{uc}	Kosinus-Korrekturglied des Arguments der Länge
c_{us}	Sinus-Korrekturglied des Arguments der Länge
D_n	Datenfunktion
$d_{iono,i}^k$	Ionosphärenfehler zwischen Satellit k und Empfänger i
$d_{Tropo,i}^k$	Troposphärenfehler zwischen Satellit k und Empfänger i
dt	Integrationsintervall
E	Elevation
e	Exzentrizität
E_k	Exzentrische Anomalie
\dot{E}_k	Änderung der exzentrischen Anomalie
e_{WGS}	Elliptische Exzentrizität
$E[\hat{x}]$	Erwartungswert von \hat{x}
f_i^k	Doppler"=Frequenzverschiebung des Signals i von Satellit k
f_n	Frequenz n
f_{WGS}	Abplattung des WGS84-Ellipsoid
g	Erdanziehungskraft

Symbol Beschreibung

h	Höhe über dem WGS84-Ellipsoid
h_I	Höhe der ionosphärischen Schicht
$IDOT$	Änderung der Inklination
\dot{i}_k	Korrigierte Änderung der Inklination
δi_k	Änderung des Korrekturglieds der Inklination
K	Skalierungsfaktor
k_{WGS}	Konstante k der WGS84-Gravitationsformel
$M_{i,\Phi}^k$	Mehrwegfehler der Phasenmessung
M_k	Änderung der mittleren Anomalie
$M_{i,PR}^k$	Mehrwegfehler der Codemessung
m_{WGS}	Konstante m der WGS84-Gravitationsformel
N_i^k	Mehrdeutigkeit der Phasenmessung
n	Zähler, korrigierte mittlere Bewegung des Satelliten
N_p	Geo-Undulation
p	Drehrate um die X-Achse
$Perf_{NSE}$	Navigationsleistung berechnet aus NSE
δp	Positionsfehler
PR_i^k	GNSS-Codemessung des Signals i von Satellit k
PRC	Pseudorangekorrektur
p_s	Staudruck
p_{sGL}	Bezugsdruck
q	Drehrate um die Y-Achse
$r_{i,0}^k$	Residuum der Messung am Linearisierungspunkt
r	Drehrate um die Z-Achse
RC	Entfernungskorrektur
R_e	Angenäherter Erdradius
\dot{r}_k	Korrigierte Änderung des Orbit-Radius
δr_k	Änderung des Korrekturglieds des Orbit-Radius
RRC	Entfernungsänderungskorrektur
S_n	Signalfunktion n
s	Komplexer Frequenzparameter der LAPLACE-Transformation
δs_ω	Skalenfaktorfehler des Kreisels
T	Integrationszeit der Regelschleife
t	Zeit

Symbol Beschreibung

$\Delta \dot{T}_i$	Drift der Uhr des Satelliten i von der GNSS-Zeit
$\Delta \dot{t}_i$	Drift der Uhr des Empfängers i von der GNSS-Zeit
ΔT^k	Abweichung der Uhr des Satelliten i von der GNSS-Zeit
Δt_i	Abweichung der Uhr des Empfängers i von der GNSS-Zeit
$\Delta t_{tx,rx}$	Laufzeit des GNSS-Signals vom Aussenden zum Empfang
Th	Schwellwert
T_{iono}	Ionosphärische-Verzögerung
t_{rx}	Empfangszeit
t_{tx}	Sendezeit
\dot{u}_k	Korrigierte Änderung des Arguments der Länge
$\dot{\delta u}_k$	Änderung des Korrekturglieds des Arguments der Länge
v_d	Geschwindigkeit in Abwärts-Richtung
v_e	Geschwindigkeit in Ost-Richtung
δv	Geschwindigkeitsfehler
v_n	Geschwindigkeit in Nord-Richtung
WN_{op}	Bezugswoche
x_e	X-Komponente der Position in ECEF-Koordinaten
x_i	X-Komponente der Position des Empfängers i in ECEF-Koordinaten
x^k	X-Komponente der Position des Satelliten k in ECEF-Koordinaten
\dot{x}_k	X-Komponente der Geschwindigkeit des Satelliten in ECEF-Koordinaten
y_e	Y-Komponente der Position in ECEF-Koordinaten
y_i	Y-Komponente der Position des Empfängers i in ECEF-Koordinaten
y^k	Y-Komponente der Position des Satelliten k in ECEF-Koordinaten
\dot{y}_k	Y-Komponente der Geschwindigkeit des Satelliten in ECEF-Koordinaten
z_e	Z-Komponente der Position in ECEF-Koordinaten
z_i	Z-Komponente der Position des Empfängers i in ECEF-Koordinaten
z^k	Z-Komponente der Position des Satelliten k in ECEF-Koordinaten
\dot{z}_k	Z-Komponente der Geschwindigkeit des Satelliten in ECEF-Koordinaten

Symbol Beschreibung

Griechische Buchstaben

α	Korrelator-Abstand, Glättungs-Koeffizient
$\Delta\alpha$	Drehwinkel
$\chi^2_{k,\lambda}$	Chi-Quadrat-Verteilung
ϵ_i^k	Restfehler
$\delta\epsilon$	Lagefehler
γ_E	Gravitationskonstante am Äquator
λ	Breitengrad, Wellenlänge des GNSS-Trägersignals
λ_{code}	Wellenlänge der GNSS-Codephase
\mathcal{L}^{-1}	Inverse LAPLACE-Transformation
μ	Magnetische Permeabilität
Ω_e	Drehrate der Erde
$\delta\omega$	Nullpunktfehler des Kreisels
$\dot{\Omega}_k$	Korrigierte Änderung der Rektaszension des aufsteigenden Knotens
Φ_i^k	GNSS-Phasenmessung des Signals i von Satellit k
Θ	Phasenlage
φ	Längengrad, Phasenwinkel
ω_c	Winkelgeschwindigkeit c
ϕ	Rollwinkel
$\delta\phi$	Rollwinkelfehler
Φ_m	Breitengrad entsprechend dem Klobuchar Model
π	Kreiszahl Pi
ψ	Gierwinkel
ρ_i^k	Wahre Entfernung zwischen Satellit k und Empfänger i
$\dot{\rho}_i^k$	Änderung der Entfernung zwischen Satellit k und Empfänger i
ρ	Drehwinkel des Orientierungsvektors
σ	Standardabweichung
$\sigma(\tau)$	Allan-Varianz
τ	Zeitkonstante, Zeitintervall
θ	Nickwinkel
Θ_e	Drehwinkel der Erde
v_k	Wahre Anomalie
$\dot{\Phi}_k$	Änderung des Arguments der Länge
$\delta\theta$	Nickwinkelfehler
ξ	Summe aller Fehlerterme

Symbol Beschreibung

Vektoren

$\underline{a}_{\omega \times}$	Beschleunigungssensoren Displacement
\underline{a}_{ib}^b	Beschleunigungsmessungen
$\underline{B}_{mag,b}$	Messvektor der magnetischen Flussdichte
\underline{b}	Nullpunktfehler
$\underline{\delta}$	Residuumsvektor
\underline{e}_i^k	Einheitsvektor zwischen Satellit k und Empfänger i
$\underline{\varepsilon}_{nb}$	Lagewinkel
$\Delta \underline{\varepsilon}_{ib}^b$	Vektor der Winkelinkremente
\underline{E}	Fehlervektor
\underline{g}^n	Massenanziehung der Erde
$\underline{H}_{mag,n}$	Magnetischer-Feldstärkevektor
\underline{L}_b	Hebelarm in körperfesten Koordinaten
$\underline{\omega}_{ie}$	Vektor der Erddrehrate
$\underline{\omega}_{ib}^b$	Vektor der Drehraten
$\underline{\dot{\omega}}_{ib}^b$	Vektor der Drehbeschleunigungen
\underline{p}	Position
\underline{q}_{nb}	Lage in Quaternionen
$\underline{\rho}$	Orientierungsvektor
\underline{r}	Residuen
\underline{r}	Abstandsvektor, Ortsvektor
\underline{u}	Weißes Prozessrauschen
\underline{v}_{ib}^b	Geschwindigkeitsinkrement
\underline{v}_i	Geschwindigkeitsvektor des Empfängers i
\underline{v}^k	Geschwindigkeitsvektor des Satelliten k
\underline{v}_k	Messrauschen
\underline{w}_k	Weißes Rauschen des zeitdiskreten Prozesses
\underline{x}_k^-	Zustandsvektor vor dem Update
\underline{x}_k^+	Zustandsvektor nach dem Update
\underline{x}_k	Zustandsvektor zum Zeitpunkt k
\underline{x}	Ergebnisvektor
\underline{y}	Eingangsvektor
\underline{z}_k	Messvektor

Symbol Beschreibung

Matrizen

$\underline{\underline{A}}$	Systemmatrix
$\underline{\underline{B}}$	Ausgangs- oder Messmatrix
$\underline{\underline{C}}_g^n$	Rotationsmatrix von g nach n
$\underline{\underline{D}}_n^w$	Transformationsmatrix von NED in WGS84
$\underline{\underline{G}}$	Eingangsmatrix, Submatrix
$\underline{\underline{H}}$	Jacobi-Matrix, Systemmatrix
$\underline{\underline{0}}$	Nullmatrix
$\underline{\underline{I}}$	Einheitsmatrix
$\underline{\underline{J}}$	Kompensationsmatrix zur Lageintegration
$\underline{\underline{K}}_k$	KALMAN-Verstärkung
$\underline{\underline{M}}_b^a$	Submatrix der partiellen Ableitungen der Zustände a nach b
$\underline{\underline{M}}$	Skalenfaktor und Achsenfehlausrichtungsmatrix
$\underline{\underline{\Omega}}_{en}^n$	Matrix der Transportrate
$\underline{\underline{\Omega}}_{ie}^n$	Matrix der Erddrehrate
$\underline{\underline{\Phi}}_k$	Diskrete linearisierte Systemmatrix
$\underline{\underline{P}}_k$	Kovarianzmatrix des Filter"-Zustandsvektors
$\underline{\underline{Q}}_k$	Matrix der zeitdiskreten Prozessunsicherheit
$\underline{\underline{R}}_k$	Messkovarianzmatrix
$\underline{\underline{\Sigma}}$	Kovarianzmatrix
$\underline{\underline{W}}$	Gewichtungsmatrix
$\underline{\underline{W}}(\epsilon_n^b)$	Quarternionen-Integrationsmatrix

Indizes der Koordinatensysteme

w	WGS84
b	Körperfest
e	ECEF
i	ECI
n	NED

Abkürzungen

A/D	Analog / Digital
ABAS	Aircraft Based Augmentation System
ADIRU	Airdata Inertial Reference Unit
AHRS	Attitude Heading Reference System
AIME	Autonomous Integrity Monitoring by Extrapolation
AL	Alert Limit
APV	Approach Procedure with Vertical guidance
ARNS	Aeronautical Radio Navigation Service
ARW	Angular Random Walk
ASCI	American Standard Code for Information Interchange
BEIDOU	Chinesisches Satellitennavigationssystem
BPSK	Binary Phase Shift Keying
C/A	Coarse Acquisition
CAN	Controller Area Network
CAT	Category
CDMA	Code Division Multiple Access
CNAV	Civil Navigation Message
CmC	Code- minus Carrier
DGNSS	Differential GNSS
DIN	Deutsches Institut für Normung e.V.
DLL	Delay Lock Loop
DME	Distance Measuring Equipment
DOP	Dilution Of Precision
ECEF	Earth Centered Earth Fixed
ECI	Earth Centered Inertial
EGNOS	European Geostationary Navigation Overlay Service
EKF	Extended Kalman Filter
ESC	Electronic Stability Control
ESP	Elektronisches Stabilitäts-Programm
ETRS89	Europäisches Terrestrisches Referenzsystem 1989
FDE	Fault Detection and Exclusion
FDMA	Frequency Division Multiple Access
FD	Fault Detection
FIFO	First In First Out
FLL	Frequency Lock Loop
FMEA	Fehlermöglichkeits- und Einflussanalyse

FOG	Fiber Optic Gyro
GALILEO	Europäisches Satellitennavigationssystem
GAST	GBAS Approach Service Type
GBAS	Ground Based Augmentation System
GDOP	Geometric Dilution Of Precision
GLONASS	Globalnaja nawigazionnaja sputnikowaja sistema
GNSS	Globales Navigations Satelliten System
GPS	Global Positioning System
GTRF	Galileo Terrestrial Reference Frame
HAL	Horizontal Alert Limit
HDOP	Horizontal Dilution Of Precision
HF	Hoch Frequenz
HMI	Heavily Misleading Information
HPL	Horizontal Protection Level
IAURA	Integrity Assured User Range Accuracy
ICD	Interface Control Document
ID	Identifier
IEEE	Institute of Electrical and Electronics Engineers
IGS	International GNSS Service
ILS	Instrumenten Lande System
IMU	Inertial Measurement Unit
INS	Inertiales Navigations System, engl. Inertial Navigation System
IOD	Issue Of Data
IR	Integrity Risk
ISA	International Standard Atmosphere
ISB	Inter System Bias
ITRF	International Terrestrial Reference Frame
KF	Kalman Filter
LAAS	Local Area Augmentation System
LAMBDA	Least-square Ambiguity Decorrelation Adjustment
LHCP	Left Hand Circular Polarized
LIDAR	Light Detection and Ranging
LNAV	Legacy Navigation Message
LPL	Lateral Protection Level
MEMS	Micro Electro Mechanical Systems
MI	Misleading Information
MSS	Multiple Solution Separation
NASA	National Aeronautics and Space Administration
NATO	North Atlantic Treaty Organization
NA	Not Available
NED	North East Down Koordinatensystem
NOAA	National Oceanic and Atmospheric Administration
NO	Normal Operation

NPA	Non Precision Approach
NRP	Navigation Reference Point
NSE	Navigation System Error
NTRIP	Networked Transport of RTCM via Internet Protocol
NaN	Not a Number
PBN	Performance Based Navigation
PDOP	Position Dilution Of Precision
PF	Partikel Filter
PLL	Phase Lock Loop
PL	Protection Level
POI	Point Of Interest
PPS	Puls Per Second
PRN	Pseudo Random Noise
PRS	Public Regulated Service
PVA	Position Velocity Acceleration
PVT	Position, Velocity, Time
PZ90	Geodätisches Bezugssystem von Glonass
QNH	Q-Code for Atmospheric Pressure at Nautical Height
RADAR	Radio Detection And Ranging
RAIM	Receiver Autonomous Integrity Monitoring
RHCP	Right Hand Circular Polarized
RLG	Ring Laser Gyro
RMS	Root Mean Square
RNAV	Area Navigation
RNP	Required Navigation Performance
RNSS	Radio Navigation Satellite Services
RPAS	Remotely Piloted Aircraft System
RTCA	Radio Technical Commission for Aeronautics
RTCM	Radio Technical Commission for Maritime Services
RTK	Real Time Kinematic
SAR	Search And Rescue
SBAS	Satellite Based Augmentation System
SINS	Strapdown Inertial Navigation System
SISA	Signal In Space Accuracy
SIS	Signal In Space
SLAM	Simultaneous Localization And Mapping
SPKF	Sigma Point Kalman Filter
STANAG	NATO Standardization Agreement
TDOP	Time Dilution Of Precision
TLM	Telemetry Word
TTA	Time To Alert
UAS	Unmanned Aircraft System
UDRE	User Differential Range Error

UKF	Unscented Kalman Filter
URAI	User Range Accuracy Indicator
URA	User Range Accuracy
URE	User Range Error
VCO	Voltage Controlled Oscillator
VDOP	Vertical Dilution Of Precision
VHF	Very High Frequency
VOR	VHF Omnidirectional Range
VPL	Vertical Protection Level
WAAS	Wide Area Augmentation System
WGS84	World Geodetic System 1984
ZUPT	Zero Velocity Update

Index

- Abtastfrequenz, 30, 87
- Abtasttheorem, 30, 87
- AHRS, 110
- Alarmierungsgrenze, 17
- Alarmierungszeit, 17
- Alignment, 91, 102
- Allan-Varianz, 88
- Anforderungen, 13
- Antenne, 26
- Arbeitspunkt, 66
- Bahnparameter, 39
- Bayes'sche Filter, 116
- Beschleunigungsmesser, 86, 91
- Betriebszyklen, 89
- Codemessung, 36
- Cycle-Slip, 51, 75
- Deep Coupling, 126
- DGNSS, 54, 72
- Distanz, 37
- DOP, 81
- Doppeldifferenz, 73
- Dopplerverschiebung, 36
- Drehfolge, 201
- Drehgeschwindigkeit, 89
- Drehratensensoren, 86, 89
- Drift, 71, 89
- Dynamikmodell, 70
- Eingangsvektor, 118
- Einheitsvektor, 67
- Einsatzumgebung, 21
- Empfänger, 29
- Empfängeruhr, 62
- Erdanziehungskraft, 101
- Erdrotation, 101
- Ergänzungssysteme, 54
- Fehlerausschluss, 79
- Fehlererkennung, 79
- Fehlerzustandsfilters, 120
- Filterbänke, 126
- Float-Filter, 75
- Flugerprobung, 159
- GBAS, 58
- Genauigkeit, 13, 15
- Geometrie, 80
- Geschwindigkeit, 71
- Gewichtungsmatrix, 67
- Glättung, 63
- GNSS, 25
- Gravitation, 101
- Gyroskop, 89
- Hebelarm, 129
- Hochautomatisiertes Fahren, 166
- IMU, 86
- In-Eis-Navigation, 173
- Inkremente, 87
- Innovation, 67, 118
- Integrität, 13, 17, 78, 147
- Integritätsrisiko, 17
- Inter-System-Bias, 70
- Ionosphäre, 37, 45
- ISB, 70
- Kalibrierung, 89, 96
- Kalman-Filter, 117
- Kontinuität, 13, 21
- Koordinatensystem, 15, 197
- Kopplungstiefe, 124
- Korrektur, 118

- Kovarianzmatrix, 68
 Kreisel, 89
 Kreuzkopplung, 97
 kritische Punkte, 107, 201
 Kunstflug, 156

 L-Band, 26
 Lagefehler, 90
 Linearisierung, 66
 Linearisierungspunkt, 68
 Linearkombination, 77
 Loose Coupling, 124
 Luftfahrt, 151

 Magnetfeldmessung, 139
 Massenanziehung, 101
 Mechanisierung, 106, 110
 Mehrdeutigkeit, 37, 74
 Mehrwegeausbreitung, 50
 Messkovarianzmatrix, 118
 Messmatrix, 118
 Messrauschen, 118
 Messunsicherheit, 38
 Motorsport, 170
 Multiconstellation, 69

 Nullpunktfehler, 88, 89, 96
 Nullpunktstabilität, 96

 Odometrie, 138

 Performance Based Navigation, 152
 Phasenmessung, 36, 74
 Plattentektonik, 16
 Polarisierung, 27
 Pose Graph Fusion, 115
 Positionsstützung, 129
 Präzision, 16
 PRN, 31
 Protection Level, 147
 Prozessrauschen, 118
 Prozessunsicherheit, 119

 Radgeschwindigkeiten, 138
 RAIM, 78

 Referenzstation, 60
 Reflektionen, 28
 Residuum, 66
 Resilient, 22
 RNSS, 28
 Robustheit, 22
 RPAS, 162
 RTCM, 59

 SBAS, 55
 Sensorkennlinie, 96
 Sicherheitsniveau, 17, 147
 Skalenfaktor, 88, 96
 SLAM, 140
 Smoothing, 63
 Spoofing, 33
 Sprungfrei, 143
 Stützgrößen, 129
 Standardabweichung, 38
 Stanford-Diagramm, 20
 Strapdown-IMU, 86
 Suchraum, 76
 Systemmatrix, 118

 Taylorreihe, 66
 Tight Coupling, 125
 Transitionsmatrix, 118
 Troposphäre, 37, 45

 UAS, 162
 Umfeldsensoren, 140
 Update, 118

 Verfügbarkeit, 13, 20
 Vibrationen, 93, 110
 Vollzustandsfilter, 120
 Vorhersagbarkeit, 15

 Wellenlänge, 26, 37, 77
 Wiederholbarkeit, 15

 Zentripetalbeschleunigung, 101, 111
 Zero Velocity Update, 135
 Zustandskovarianzmatrix, 118
 Zustandsvektor, 118